

DÉFI MATHÉMATIQUE 6

Guide d'enseignement et d'activités

Michel Lyons • Robert Lyons

Chenelière/McGraw-Hill

Défi Mathématique 6

Guide d'enseignement et d'activités
Collection *Défi Mathématique*

Michel Lyons et Robert Lyons

© 2002 Les Éditions de la Chenelière inc.

Chargée de projet : Jocelyne Henri

Révision linguistique : Madeleine H. Bourdon

Maquette de la couverture : Joanne Bertrand-Côté

Photo de la couverture : Superstock/Photographie Quatre par
Cinq inc.

Conception graphique et mise en pages : Joanne Bertrand-Côté

Composition : Typographie SAJY

Impression et reliure : Interglobe inc.



Chenelière/McGraw-Hill

7001, boul. Saint-Laurent

Montréal (Québec)

Canada H2S 3E3

Téléphone : (514) 273-1066

Télécopieur : (514) 276-0324

chene@dlcmcgrawhill.ca

Tous droits réservés.

Toute reproduction, en tout ou en partie, sous quelque forme et par quelque procédé que ce soit, est interdite sans l'autorisation écrite préalable de l'Éditeur, conformément aux dispositions de la Loi sur les droits d'auteur.

Cependant, les enseignantes et les enseignants qui utilisent *Défi Mathématique* en classe sont autorisés à reproduire les fiches à des fins pédagogiques seulement.

ISBN 2-89114-393-0

Dépôt légal : 1^{er} trimestre 1991

Bibliothèque nationale du Québec

Bibliothèque nationale du Canada

Imprimé au Canada



*Dans les sociétés comme pour les hommes,
il n'y a pas de croissance sans défi.*

J.-J. Servan Schreiber

REMERCIEMENTS

La première version de la collection *Défi Mathématique* destinée aux élèves du cours primaire se termine avec ce volume. Il aura fallu seize années de recherches expérimentales pour y arriver. Au cours de ces années, des centaines d'enseignantes et des dizaines de conseillers pédagogiques ont collaboré avec nous. Leur participation, plus que précieuse, nous était indispensable.

Parmi toutes ces personnes, nous tenons particulièrement à souligner le travail de Serge Girard, compagnon de toutes ces années et optimiste inlassable.

Nous profitons de l'occasion pour remercier Albert Glaude qui nous a donné l'idée des grilles logiques que nous avons largement utilisées.

D'autre part, la réalisation technique et la diffusion de la série *Défi Mathématique* n'auraient été qu'un rêve sans le travail de Ginette Poitras, de Michel Solis, de Pierre-Marie Paquin et de Jocelyne Henri.

À tous et à toutes, nous adressons nos remerciements les plus sincères et les prions de considérer le succès de *Défi Mathématique* comme leur succès personnel et comme la preuve de leur valeur professionnelle.

Les auteurs

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements V

Démarche, programme et apprentissages 1

La démarche 2

- Pourquoi tant de difficultés en mathématiques? 2
- Recul historique 4
- Conclusion 8

Le programme de mathématiques et DÉFI 9

- Concepts unificateurs 9
- Objectifs mathématiques 9

Les apprentissages visés par *Défi Mathématique 6* 16

- Objectifs mathématiques 16
- Objectifs de formation générale 16
- L'évaluation des apprentissages 17

Le Guide d'enseignement et d'activités 19

Comment utiliser le Guide d'enseignement et d'activités 20

Mode de présentation des activités 22

Répartition des unités en quatre étapes 23

Matériel requis pour l'année pour la classe 24

Information à l'usage des parents 25

Lettre aux parents 26

- Questions légitimes et réponses 27
- Les unités du livre de l'élève 29
- Lexique 31

Portrait de ma classe : Je sais déjà 33

Les unités d'apprentissage 39

- Jeu-questionnaire 39
- Calcul mental, calcul rapide 43
- Logique 71
- Numération et opérations 105
- Fractions 135
- Géométrie 191
- Méli-Mélo 245

Corrigé du manuel de l'élève 277

Démarche, programme et apprentissages

LA DÉMARCHE

Pourquoi tant de difficultés en mathématiques?

Depuis 1974, les recherches portant sur les difficultés des écoliers* et sur les stratégies d'apprentissage les plus efficaces nous ont conduits à mieux comprendre les succès obtenus avec la démarche *Défi Mathématique*. Avouons-le, certains éléments de cette démarche étaient purement intuitifs au départ; d'autres provenaient de l'observation et de l'imitation des activités hors classe des enfants au moment où ils apprennent à parler, à marcher, à socialiser, etc.

Nos recherches les plus récentes permettent, croyons-nous, une meilleure synthèse des difficultés d'apprentissage. Elles se regroupent actuellement sous trois catégories distinctes :

- la mise au rancart de la pensée analogique, c'est-à-dire de la créativité et du jugement, ce qui nuit à la résolution de problèmes;
- la mise au rancart du raisonnement qui conduit les élèves à chercher des trucs, à mémoriser des formules, à croire que les mathématiques ne sont qu'un ensemble de recettes dont le fonctionnement est miraculeux plutôt que rationnel;
- l'ignorance du sens des symboles et des termes mathématiques.

La pensée analogique en exil

Parmi un ensemble considérable de problèmes démontrant qu'à compter de huit ans les élèves ne se servent plus de leur jugement en mathématiques, choisissons celui de l'âge du capitaine qui est le plus ancien, le plus connu et qui a été le plus expérimenté.

Sur un bateau, il y a trois marins, douze chèvres et quinze moutons. Quel est l'âge du capitaine?

La réaction des élèves consiste à additionner les trois nombres du problème et à conclure que le capitaine a trente ans. Si on leur affirme qu'il a quarante ans, ils rétorquent que les nombres du problème ne sont pas les bons. Et si, ne commentant pas leur réponse, on ajoute que les marins capturent cinquante poissons, on constate que cette pêche a des effets miraculeux sur le capitaine qui prend cinquante années de plus en un seul jour...

On a cru longtemps que ce type de difficulté provenait d'un manque de compréhension en lecture. Cette hypothèse est dorénavant rejetée puisque, donnés oralement, les problèmes obtiennent les mêmes solutions. De plus, les élèves les plus jeunes réussissent mieux que leurs aînés, meilleurs en lecture. Ajoutons que ce type de problème est mieux réussi entre huit et treize ans par les élèves en difficulté d'apprentissage, ceux qu'on dit faibles en lecture et faibles en mathématiques. Enfin, en dialoguant avec les élèves qui se font prendre par ces problèmes, il est clair qu'ils ont très bien compris les données des problèmes et qu'ils croient devoir calculer quelque chose puisqu'ils sont en mathématiques.

Les causes de ces difficultés résident, selon nous, dans le fait que les premiers apprentissages mathématiques réalisés à l'école se résument à la mémorisation de symboles, de termes et d'automatismes dont l'utilité n'est pas perçue par les élèves.

La didactique actuelle veut que l'on développe les concepts du simple au complexe, par objectifs. Cela est tout à fait opposé à une démarche de résolution de problèmes. En agissant ainsi, la pertinence des apprentissages est perçue par les enseignants-es, mais pas par les élèves.

Des recherches récentes montrent, par ailleurs, que les élèves plus autonomes, ceux qui tentent d'apprendre entre les murs d'une classe comme ils le font en dehors de l'école, font davantage appel à leur jugement et à leur créativité.

Seul un enseignement par résolution de problèmes réels, où une multitude de voies de solutions existent, permet le développement du jugement, de l'autonomie et de la créativité. En sollicitant ces domaines de compétence, on améliore la capacité à résoudre des problèmes et à mieux comprendre le sens d'une communication orale ou écrite.

* Tout au long de cet ouvrage, pour éviter d'alourdir le texte, nous employons la forme masculine des termes «écoliers», «élèves» et «enfants» pour désigner aussi bien les filles que les garçons.

Le raisonnement en exil

Lorsqu'il se présente à l'école, à six ans, l'enfant utilise sa créativité, son jugement, son raisonnement et sa mémoire pour apprendre. À huit ans, ses premières expériences scolaires, dénuées de situations de résolution de problèmes pertinents, le conduisent à abandonner, en mathématiques, l'usage de sa créativité et de son jugement. À cet âge, il conclura aussi que le raisonnement est dangereux en mathématiques ou que son raisonnement à lui n'est pas adéquat, bref qu'il n'a pas la mystérieuse et inexistante «bosse des mathématiques».

Illustrons ce dernier point. Alors que la pensée analogique établit des rapports de ressemblance entre des éléments différents, la pensée logique ou le raisonnement établit des rapports de causalité entre des éléments divers. La première est de nature simultanée, tandis que la seconde est séquentielle. La première associe un problème à une ou à plusieurs stratégies de résolution, tandis que la seconde sert à organiser et à valider les solutions à partir de lois reconnues justes. Le raisonnement fonctionne à partir du principe de non-contradiction, et une exception oblige à refaire tout le processus. Prenons un exemple. En mathématiques, on reconnaît que deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles (si $a = b$ et si $a = c$ alors $b = c$). La découverte d'une seule exception à cette loi nous placerait en contradiction. Il faudrait en déduire soit que la règle est fausse, soit que le raisonnement qui a conduit à associer l'exception à la loi n'est pas valide. Or, à compter de six ans, en mathématiques, les élèves doivent sans cesse faire face à des «exceptions». Il leur faudra deux années d'études pour conclure soit que les mathématiques ne sont pas rationnelles, soit que leur raisonnement n'est pas approprié. Dans les deux cas, la pensée logique sera abandonnée.

Voici quelques exemples d'apprentissages qui mènent à des contradictions. Parce que de 0 à 69 on écrit les nombres comme ils se disent — cinquante-huit (58), soixante-sept (67) — on obtient 610 pour soixante-dix. Puisque dans $3 + 5 = ___$, le symbole « + » indique que le 3 et le 5 doivent être additionnés pour trouver le nombre manquant, on fera de même avec $3 + ___ = 5$ et on obtiendra $3 + 8 = 5$. Comme $2 + 3 = 5$ et $4 + 4 = 8$, $2/4 + 3/4 = 5/8$. Et si, en soustraction, $4 - 6$ est «impossible» et qu'il faille plutôt faire $6 - 4 = 2$, alors dans $54 - 36$ on fera $5 - 3$ et $6 - 4$ pour obtenir 22.

Les séquences d'apprentissage permettent trop souvent aux élèves d'inventer des lois qui les conduisent au succès à court terme et à l'échec plus tard. Petit à petit, ils concluent que leur raisonnement est fautif et qu'il vaut mieux chercher d'autres façons d'apprendre. C'est ainsi que beaucoup d'élèves attendent qu'on leur dise quoi faire avant d'entreprendre un travail, si simple soit-il.

Il arrive, par ailleurs, que les manuels enseignent aux élèves des lois qui, éventuellement, les conduiront à l'échec. Ainsi, définir la multiplication comme une addition répétée prépare la non-compréhension d'égalités telles que $1/2 \times 1/2 = 1/4$, $3 \text{ m} \times 4 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$, $(-2) \times (-3) = 6$, $a \times a = a^2$. Associer la division au partage ou à la mesure rend incompréhensible l'égalité $1 \$ \div \frac{1}{2} = 2 \$$. Enseigner que $10 \div 4 = 2$ reste 2 amène à conclure que $10 \div 4$ n'est pas égal à $5 \div 2$, puisque le second donne 2 reste 1.

Encore une fois, l'élève qui a «compris» et utilisé pendant un certain temps ces définitions fait face éventuellement à l'échec. Alors, il ne cherche plus à comprendre, il se contente de mémoriser. Il apprend comment diviser une fraction par une autre ou comment extraire une racine carrée, sans chercher à comprendre pourquoi ces techniques sont valables. Certes, il saura calculer, mais il aura appris sans utiliser cette merveilleuse faculté qu'est le raisonnement. Il aura appris en n'exploitant que sa mémoire, en empruntant la voie la plus difficile.

Le langage mathématique

En fait, nous sommes tous de bons mathématiciens et de bonnes mathématiciennes... qui s'ignorent. Notre vie quotidienne est remplie de problèmes mathématiques que nous résolvons de façon satisfaisante. Le hic, c'est que nous ignorons ce qu'il y a de mathématique dans tout cela.

Qui ne sait pas qu'en français deux négations conduisent à une affirmation (*Je ne pense pas qu'il dise non* signifie *Je pense qu'il acceptera*)? Et qui sait qu'en mathématiques cela se traduit par une loi selon laquelle le produit de deux nombres négatifs est un nombre positif : $(-2) \times (-3) = 6$?

«Si un plancher carré compte 400 tuiles carrées de même grandeur, quelles sont les dimensions de ce plancher?» Ce problème est en fait l'illustration de la racine carrée de 400. Dans un volume, la question «Quelle page se terminant par deux zéros est la plus proche de 381?» équivaut à demander d'arrondir 381 à la centaine près. La question «Si un demi-kilogramme de légumes coûte 1 \$, que coûte un kilogramme de légumes?» s'exprime mathématiquement par $1 \$ \div \frac{1}{2} = 2 \$$.

Les symboles, les termes et les techniques mathématiques ne sont pas associés suffisamment à certaines performances et à certaines connaissances des élèves. Cela conduit à des mathématiques repliées sur elles-mêmes, coupées du réel.

Certes, le fait que les objectifs des programmes visent exclusivement les connaissances et l'utilisation de symboles, de termes et de techniques constitue la cause la plus importante de l'apprentissage à vide des mathématiques. Il est d'une importance primordiale que les élèves soient en mesure non seulement de mémoriser ces éléments mathématiques, mais aussi de les justifier, de les associer aux situations réelles qui motivent leur existence.

L'enseignement de la théorie des ensembles et des bases de numération autres que dix a amené trop d'élèves à croire que les mathématiques ne sont qu'un jeu de l'esprit. On les perçoit arbitraires, basées sur des lois imposées par des mathématiciens célèbres, plutôt que pertinentes et traduisant des phénomènes concrets.

Recul historique

La didactique sensorielle

Lorsque, au début du vingtième siècle, Maria Montessori mit au point toute une panoplie de matériel destiné aux maternelles, elle poussa la didactique sensorielle à ses limites. Avant elle, c'est la vue et l'audition qui étaient surtout sollicitées en apprentissage. Dorénavant, tous les sens allaient entrer en action afin d'impressionner le cerveau d'une façon durable.

Les didacticiens de l'époque attribuèrent au cours primaire le rôle de transmettre aux écoliers des connaissances et des habiletés, compte tenu des grandes qualités d'observation et de mémorisation des enfants de six à onze ans. Au cours secondaire, il s'agissait de faire comprendre aux élèves ces connaissances et ces techniques, vu l'éveil de certaines capacités de raisonnement entre douze et dix-sept ans.

Dans une telle optique, le rôle de l'enseignant-e du primaire se résumait à présenter des connaissances aux écoliers et à les leur faire mémoriser par des exercices multiples. Les écoliers développaient alors plus rapidement que maintenant la maîtrise du calcul. Qu'il suffise de mentionner qu'en 1930 une multiplication telle que 28×32 était au programme en deuxième année et que l'addition $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ y figurait dès la troisième année. Malheureusement, les écoliers effectuaient ces calculs sans comprendre pourquoi ils étaient valables. Ainsi, nous avons tous appris à diviser une fraction par une autre en multipliant la première par l'inverse de la seconde : $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$. Avons-nous compris pourquoi ces opérations sont équivalentes? Et qui peut justifier l'algorithme d'extraction d'une racine carrée?

La didactique discursive

Au début des années soixante, afin de pallier certaines lacunes en compréhension, les didacticiens proposèrent aux enseignants-es de démontrer, d'expliquer et d'illustrer les techniques de calcul aux écoliers. Dans ce but, on introduisit la théorie des ensembles dans les programmes scolaires. Dès lors, le rôle de l'enseignant-e consista à présenter un élément d'apprentissage non seulement comme une recette à mémoriser et à appliquer, mais comme une structure logique et compréhensible.

Les écoliers des années soixante apprirent que la multiplication est commutative et distributive. Ils se familiarisèrent avec de nombreux diagrammes illustrant les opérations. Par ailleurs, la mémorisation et les exercices étaient encore très employés. Ils servaient à consolider les connaissances découlant des explications de l'enseignant-e et à développer des habiletés nécessaires à la résolution de problèmes.

Vingt ans plus tard, nous sommes face à un constat d'échec. Les écoliers ont certes de meilleures connaissances que leurs parents, mais ils calculent moins efficacement, et leur compréhension est plus faible. En effet, ils ne comprennent pas mieux les techniques de calcul, croyant que s'ils apprennent plusieurs méthodes d'addition des entiers, c'est parce que plusieurs réponses sont possibles pour un même problème.

Par ailleurs, la tendance selon laquelle il fallait faire des «maths pures» a conduit à reléguer au second plan les problèmes raisonnés. Il en résulte que les écoliers ne savent plus à quoi servent les mathématiques et croient qu'elles sont arbitraires. En demandant aux écoliers de quatrième année quelle serait, à quatre heures, la longueur d'une corde à sauter mesurant deux mètres à deux heures, nous obtenons régulièrement quatre mètres pour réponse...

La didactique heuristique

Il y a bien vingt ans que l'on parle d'apprentissage par la découverte et, pourtant, même si tous les auteurs prétendent la mettre en oeuvre, il faut bien avouer que les mathématiques sont enseignées aux enfants et non découvertes ou construites par eux.

En fait, les didactiques sensorielle et discursive ne permettent nullement l'apprentissage par la découverte parce qu'il leur manque un certain nombre de clés. Ces clés sont :

- a) des mises en situation au moyen de problèmes pertinents, souvent tirés de l'Histoire;
- b) un cheminement allant de la compréhension aux connaissances et aux habiletés, et non l'inverse;
- c) l'utilisation régulière du conflit cognitif;
- d) le développement de concepts par le biais des modes concret, imagé et symbolique étroitement liés.

En utilisant la démarche heuristique, l'enseignant-e respecte les six étapes suivantes :

- 1) présentation aux écoliers d'une situation problématique;
- 2) recherche de solutions par les écoliers;
- 3) discussion et validation des diverses solutions trouvées;
- 4) codification mathématique des solutions;
- 5) exercices;
- 6) évaluation des apprentissages.

La situation problématique est présentée par un problème pertinent, et non par un problème signifiant. Le problème signifiant a pour objectif de faire prendre conscience à l'élève de l'utilité d'un élément mathématique et, partant, de le motiver à le maîtriser, à être attentif aux explications de l'enseignant-e.

Malheureusement, cela n'est pas suffisant. D'abord, le problème signifiant ne permet habituellement pas à l'élève de découvrir seul le concept recherché. Il exige donc que l'enseignant-e propose une solution modèle, qu'il ou qu'elle explique cette solution. L'élève est à la remorque de l'enseignant-e. Il apprend à se fier à l'adulte, et non à ses capacités de raisonnement et de créativité, ce qui l'empêche de développer sa confiance en lui-même.

Le problème pertinent place l'élève dans une situation signifiante certes, mais surtout telle qu'il sera en mesure d'inventer une solution, de faire preuve d'ingéniosité, de jugement.

En guise d'exemple. Une méthode didactique utilisant des problèmes signifiants présentera la classification par un énoncé semblable à celui-ci : « Isabelle reçoit des amis-es ce soir. Mais sa chambre est tout en désordre et elle ne retrouve plus les jeux dont elle a besoin pour sa réception. Aide-la à mettre de l'ordre en indiquant au moyen de flèches que les jouets vont dans le coffre, que les vêtements vont dans l'armoire, que les effets scolaires vont dans le pupitre. » Un dessin approprié est fourni et l'élève s'exécute.

En fait, on peut se demander s'il s'agit vraiment d'un problème, car l'élève n'a qu'à se conformer à certaines consignes précises. Il n'invente rien, il applique. Tout au plus, peut-il réfléchir sur les vertus de l'ordre.

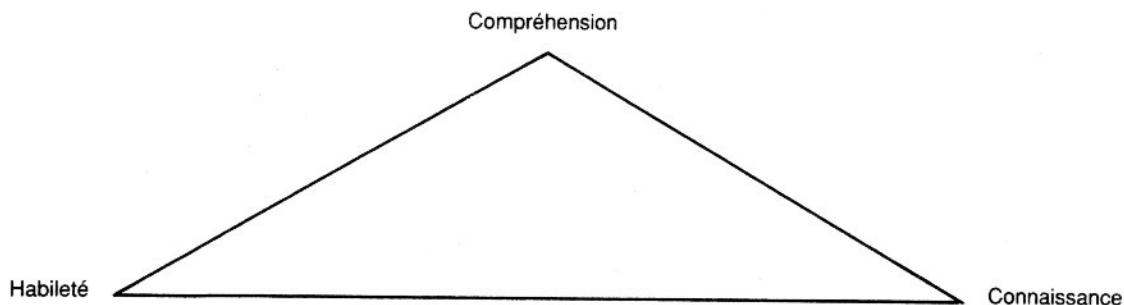
Un problème pertinent consisterait à demander aux élèves de prendre, les yeux fermés, dans un ensemble de blocs logiques, un bloc carré, puis un mince, enfin un jaune. Prendre un bloc jaune constitue un problème véritable, ce qui n'est pas le cas des deux demandes précédentes (un carré, un mince). En effet, les yeux fermés, la forme et l'épaisseur peuvent être détectées, mais pas la couleur. Devant ce problème pertinent, que feront les élèves? Il suffit de les inviter à ouvrir les yeux et à trouver un moyen pour les voir aussitôt classer les blocs par couleur.

Ils inventent la classification, car ils comprennent la difficulté à surmonter. Ils choisissent de classer par couleur, et non par forme, grandeur ou épaisseur. Ils évitent ainsi à l'enseignant-e l'obligation d'expliquer la classification, son fonctionnement, son utilité.

Donc, si l'on revient aux six étapes du processus heuristique mentionnées plus haut, un nouveau concept sera chaque fois abordé en partant d'un problème pertinent. S'ils ont à leur disposition le matériel approprié, les écoliers produisent alors des solutions. Ces solutions, ayant été éprouvées, sont codifiées par l'enseignant-e, c'est-à-dire qu'elles sont traduites en symboles et en termes mathématiques. Cela permet la compréhension des techniques et des formules mathématiques. En effet, ces dernières ne sont que des codifications de raisonnements et de systèmes de résolution de problèmes.

Les quatre premières étapes visent à assurer la compréhension des mathématiques et à présenter certaines connaissances. La cinquième étape tend à développer les habiletés et à généraliser les concepts développés.

Quant à l'évaluation qui suit, elle n'empêche nullement l'évaluation formative en cours d'apprentissage. On constate la présence et la force de cette évaluation formative lorsque, dans la troisième étape, les écoliers éprouvent leurs solutions. L'évaluation formative est alors réalisée autant par les écoliers que par l'enseignant-e. La didactique heuristique se caractérise donc par l'importance que l'on accorde à la compréhension avant l'acquisition de connaissances et le développement d'habiletés. Le schéma suivant l'illustre.



Procédant à partir de la résolution de problèmes, bannissant les explications, les démonstrations, les définitions et les illustrations comme outils de présentation des concepts, la didactique heuristique fait usage d'un outil exceptionnel d'enseignement : le conflit cognitif.

Il arrive en effet qu'un écolier élabore une solution non valable. Dans ce cas, l'enseignant-e lui présente un élément qui montre clairement une incohérence entre deux de ses conceptions ou entre sa solution et les données du problème. En guise d'exemple, l'enfant de six ans pense qu'il y a plus d'éléments dans la ligne A ci-dessous que dans la ligne B, car la ligne A est plus longue que la ligne B.

(A) ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

(B) ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

Si l'on présente des bonbons à un écolier de cet âge en les plaçant comme sur les lignes A et B, l'enfant voudra certes manger ceux de la ligne A. Il suffit de lui permettre de manger un par un les bonbons de la ligne A, pendant que vous mangez à la même vitesse ceux de la ligne B, pour que l'écolier constate que, puisque vous terminez après lui, vous deviez en avoir plus, d'où la naissance d'un conflit cognitif.

Autre exemple. L'écolier effectue la soustraction suivante :

$$\begin{array}{r} 34 \\ - 26 \\ \hline 12 \end{array} \quad (3 - 2 = 1 \text{ et } 6 - 4 = 2)$$

Vous lui demandez si $34 - 22$ donne la même réponse, ce qu'il niera sûrement. Vous lui permettez alors d'effectuer cette seconde soustraction. Un conflit cognitif naît lorsque l'écolier trouve la même réponse à ces deux soustractions. D'une part, l'écolier sait que $34 - 22$ doit donner plus que $34 - 26$ et, d'autre part, il trouve chaque fois la même réponse. Il en résulte chez lui un besoin de réviser ses acquis et, partant, une recherche de procédés plus appropriés.

En heuristique, lorsque les écoliers doivent résoudre des problèmes, ils peuvent utiliser le mode de représentation qu'ils désirent. En fait, il existe trois possibilités : les représentations concrète, imagée ou symbolique. Des observations effectuées auprès des écoliers nous ont permis de constater que tous ne sont pas à l'aise avec le mode symbolique si cher au mathématicien ou à la mathématicienne. Cependant, la plupart des enfants s'en tirent très bien à l'intérieur du mode concret ou du mode imagé et peuvent apprendre ensuite à traduire leurs solutions en symboles.

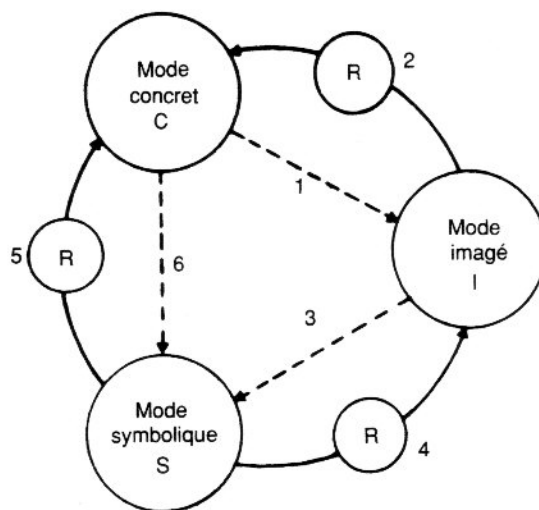
Il est important de comprendre que l'abstraction, c'est-à-dire la reconnaissance des relations mathématiques, est exactement la même, que l'on travaille avec un support concret, imagé ou symbolique. Ainsi, on ne passe pas du concret à l'abstrait; il s'agit là d'éléments de natures différentes et indépendantes.

Défi Mathématique présente donc des problèmes faisant d'abord appel à la représentation concrète. Habituellement, tous les écoliers réussissent à résoudre ces problèmes, même si certains ne sont pas à l'aise

avec le matériel. De nouveaux problèmes portant sur les mêmes concepts mathématiques sont ensuite offerts pour permettre le passage à une représentation imagée. Essentiellement, il s'agit de dessiner la solution concrète du problème, qui a été obtenue avec le matériel. Toujours en partant de problèmes, présentés cette fois dans le mode imagé, on procède à un renversement allant de l'imagé au concret.

En règle générale, les étapes qui précèdent se parcourent sans grande difficulté. On aborde ensuite la phase la plus délicate : il s'agit pour l'enseignant-e d'établir des liens unissant la représentation imagée aux symboles mathématiques. L'écopier doit comprendre que les symboles racontent exactement ce qu'il a fait avec ses dessins ou concrètement. Le schéma ci-dessous montre donc les diverses étapes qui se succèdent et qui permettent à chaque écopier de comprendre ce que représentent les symboles et les termes mathématiques.

1. D'abord, *le mode concret*, qui comporte des opérations concrètes ainsi que la participation active de l'enfant.
2. Ensuite, *le mode imagé*, qui comporte le recours à des illustrations, à des idéogrammes, à des pictogrammes ou à d'autres procédés iconiques.
3. Enfin, *le mode symbolique*, qui comporte le recours au symbolisme mathématique.



Le modèle d'enseignement que nous proposons exige un passage progressif d'un mode à l'autre, exactement dans l'ordre suivant : mode concret – mode imagé – mode symbolique. De plus, dès l'acquisition d'une nouvelle représentation, l'enfant devrait avoir l'occasion d'effectuer des renversements (flèches 2, 4 et 5 du diagramme ci-dessus), c'est-à-dire de retracer la ou les représentations familières à partir de la nouvelle représentation.

Lorsque l'écopier aura franchi toutes ces étapes par le biais des activités d'apprentissage du *Guide d'enseignement et d'activités*, il aura désormais le choix des moyens pour la résolution de ses futurs problèmes. Il pourra d'abord résoudre ses problèmes dans le mode de son choix et il devra ensuite présenter ses solutions dans le mode exigé par l'enseignant-e, effectuant, au besoin, un passage du mode choisi au mode exigé.

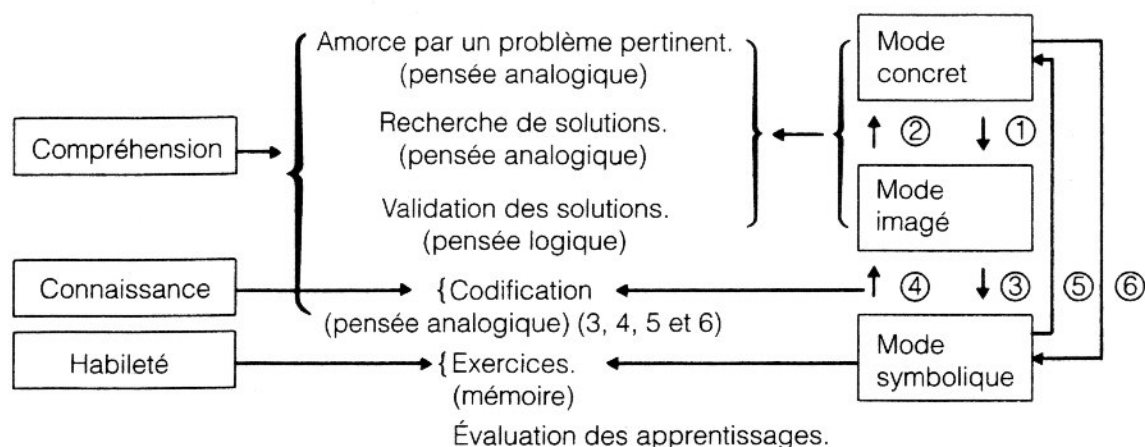
En agissant ainsi, nous permettons à tous les écopiers de résoudre des problèmes en partant de leurs talents naturels, sans toutefois négliger l'important et pratique mode symbolique. Autrement, nous favoriserions certains écopiers et nous en placerions d'autres dans des situations où ils risqueraient l'échec.

Le modèle que nous proposons facilite également l'évaluation formative et l'évaluation diagnostique en ce sens qu'il permet de distinguer :

- 1) le type de représentation qui n'est pas maîtrisé (souvent la représentation symbolique seulement);
- 2) les étapes du processus qui doivent être reprises (le passage $I \rightarrow S$ ou le renversement $S \rightarrow I$ ou...).

Ce modèle constitue, à notre avis, un excellent guide permettant d'élaborer un type de problèmes et d'exercices trop souvent absents et qui pourraient faire en sorte que le langage mathématique ne devienne pas un code mystérieux et inaccessible.

Le schéma suivant illustre donc le processus heuristique d'enseignement.



La compréhension des relations mathématiques est développée lors des trois premières étapes.

La compréhension des symboles mathématiques et la connaissance de ces symboles se trouvent à la quatrième étape.

L'habileté est développée par les exercices.

Les modes concret et imagé interviennent seuls durant les trois premières étapes.

La codification permet de présenter le mode symbolique et de l'associer aux modes concret et imagé.

Enfin, l'élève développe son habileté à travailler avec des symboles lors de la cinquième étape.

Conclusion

Défi Mathématique est une série employant la didactique heuristique. Le *Guide d'enseignement et d'activités* qui est offert pour chaque classe d'enseignement est fort différent des guides d'enseignement habituels. D'abord, parce qu'il présente chaque concept par une suite de problèmes. Ceux-ci deviennent de plus en plus exigeants : les premiers de chaque série seront réussis par presque tous les écoliers travaillant seuls, alors que les derniers seront réussis avec l'aide des écoliers les plus avancés ou avec l'aide de l'enseignant-e. En fait, on place l'enfant en situation de réussite, et non en situation d'échec.

Le *Guide d'enseignement et d'activités* vise la maîtrise des concepts mathématiques, et non la résolution des problèmes du manuel de l'écolier. En conséquence, ce guide n'est pas orienté vers un manuel précis, et tout-e enseignant-e aura avantage à s'y référer, quelle que soit la collection qu'il-elle place entre les mains de ses écoliers. Nous croyons que c'est en résolvant les divers problèmes contenus dans les guides d'enseignement que les enfants comprennent. Les manuels destinés aux écoliers permettent de vérifier ce que l'enfant connaît. Ils permettent aussi de développer certaines habiletés, tel le calcul exact et rapide. À la limite, on peut se passer des manuels destinés aux écoliers, mais jamais des activités d'apprentissage présentées dans les guides d'enseignement.

Défi Mathématique couvre l'ensemble des objectifs enseignés au primaire. Il va d'ailleurs plus loin, car un enseignement basé sur la compréhension permet aux écoliers d'accéder beaucoup plus rapidement à la maîtrise des objectifs du programme. Le contenu de la série se répartit en trois grands domaines :

- l'arithmétique, qui étudie le nombre et les opérations, incluant la mesure;
- la géométrie, qui décrit l'espace, les formes et les transformations géométriques;
- la logique, qui traite des propriétés non quantifiables et qui aboutit à la programmation d'ordinateurs.

Enfin, *Défi Mathématique*, malgré son contenu avancé, ne s'adresse pas seulement aux forts en mathématiques. Par son approche passant du mode concret au mode symbolique, cette série permet à tous les écoliers d'apprendre au moyen d'outils et de styles adaptés à leurs besoins. Pour plusieurs, les mathématiques deviennent un jeu; pour d'autres, il s'agit d'un défi qu'ils peuvent relever avec succès. Tous s'y intéressent, tous y participent.

LE PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES ET DÉFI

Note : Le programme ci-dessous (Québec 1981) ne contient qu'une partie des objectifs visés par *Défi Mathématique*. Certains de ces objectifs ont été vus avant la sixième année, et *Défi Mathématique 6* n'y revient que rapidement.

Les unités mentionnées à la suite des objectifs sont les principales unités visant ces objectifs. Cependant, d'autres unités les développent aussi. Ainsi, l'unité Méli-Mélo et le Jeu-questionnaire visent des objectifs qu'on peut retrouver un peu partout dans le programme.

Concepts unificateurs (obj. gén. 9)

Construire et utiliser des diagrammes ou des graphiques pour représenter une relation.

Logique, blocs A, B et D.

Interpréter des diagrammes ou des graphiques représentant une relation.

Logique, blocs A, B et D.

Utiliser adéquatement les termes et les symboles ensemblistes jugés essentiels à la communication.

Logique, blocs A et C.

1. Classifier les éléments d'un ensemble selon une, deux ou trois propriétés en utilisant les diagrammes suivants : arbre, Carroll, Venn-Euler.
2. Appliquer une règle ou une chaîne de règles de transformations; énoncer cette règle ou ces règles.
3. Utiliser des diagrammes pour représenter la réunion et l'intersection d'ensembles ou le complément d'un ensemble.
4. Construire ou compléter le graphique d'une relation à l'intérieur d'un même ensemble ou d'un ensemble vers un autre ensemble.
5. Énoncer la règle ou l'ensemble des règles ayant permis de construire une suite.

Objectifs mathématiques

Les nombres naturels

1. **Composer et décomposer un nombre exprimé en base dix.**
 - 1.1 Arrondir un nombre à un ordre de grandeur donné.
 - 1.2 Déterminer d'après sa position la valeur d'un chiffre ou d'un groupe de chiffres dans un nombre.
 - 1.3 Identifier la valeur de chaque position dans un nombre.
2. **Ordonner un ensemble de nombres naturels.**
 - 2.1 Placer un ensemble de nombres en ordre croissant ou en ordre décroissant.
 - 2.2 Trouver le nombre qui vient immédiatement avant ou immédiatement après un nombre, ou qui se situe entre deux nombres.
 - 2.3 Identifier le rang d'un élément dans un ensemble de nombres où les éléments sont placés dans un ordre donné.
 - 2.5 Lire et écrire tout nombre inférieur à 1 000 000.
3. **Approfondir sa compréhension du sens des quatre opérations sur les nombres naturels.**
 - 3.1 Illustrer une multiplication ou une division à l'aide de matériel concret.
 - 3.2 Établir la relation qui existe entre l'opération de multiplication et l'opération de division.
 - 3.3 Exprimer un produit de facteurs identiques sous forme de puissance, et *vice versa*.
 - 3.4 Remplacer une suite d'opérateurs additifs ou multiplicatifs par un opérateur équivalent.
 - 3.5 Rechercher ou observer des régularités dans des suites de nombres ou dans des suites d'opérations.

Numération et opérations, blocs A, B et C.

Numération et opérations, bloc A.

Numération et opérations, blocs A, B et C.

Exemples

- Divisibilité par 2, par 5, par 10, par 3, par 9, etc.;
- Disposition de nombres dans des grilles;
- Multiplication par 11, par 25, etc.;
- Familles d'opérations : $7 + 8$, $17 + 8$, $27 + 8$, etc.;
- Arithmétique modulaire.

4. Effectuer mentalement ou par écrit des opérations ou des suites d'opérations sur des nombres naturels.

- 4.1 Additionner deux nombres ou plus dont la somme est inférieure à 100 000.
- 4.2 Trouver la différence de deux nombres inférieurs à 10 000.
- 4.3 Trouver la différence de deux nombres inférieurs à 100 000.
- 4.4 Multiplier mentalement un nombre par 10, par 100 ou par 1 000, et effectuer les opérations inverses.
- 4.5 Multiplier mentalement deux nombres inférieurs à 10.
- 4.6 Diviser mentalement le produit de deux nombres inférieurs à 10 par l'un ou l'autre de ces deux nombres.
- 4.7 Rechercher les diviseurs d'un nombre inférieur à 50.
- 4.8 Trouver le produit d'un nombre inférieur à 1 000 par un nombre inférieur à 10.
- 4.9 Trouver le produit de deux nombres inférieurs à 100.
- 4.10 Trouver le quotient d'un nombre inférieur à 100 par un nombre inférieur à 10.
- 4.11 Trouver le produit ou le quotient d'un nombre inférieur à 1 000 par un nombre inférieur à 100.
- 4.12 Trouver le produit d'un nombre inférieur à 10 000 par un nombre inférieur à 10.
- 4.13 Trouver le quotient d'un nombre inférieur à 10 000 par un nombre inférieur à 100.
- 4.14 Développer de la rapidité et de la précision dans le calcul mental et le calcul écrit.
- 4.15 Estimer le résultat d'une opération.
- 4.16 Vérifier le résultat d'une opération.
- 4.17 Décomposer un nombre inférieur à 50 en un produit de facteurs premiers.
- 4.18 Trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres, chacun de ces nombres étant égal ou inférieur à 100.
- 4.19 Trouver le plus petit commun multiple de deux nombres, ce multiple étant inférieur à 100.
- 4.20 Utiliser, au besoin, la commutativité et l'associativité pour effectuer des additions et des multiplications.
- 4.21 Utiliser, au besoin, la distributivité de la multiplication sur l'addition et sur la soustraction.
- 4.22 Rechercher les diviseurs d'un nombre inférieur à 100.
- 4.23 Décomposer un nombre inférieur à 100 en un produit de facteurs premiers.

5. Résoudre mentalement ou par écrit des problèmes tirés de sa vie réelle.

- 5.1 Élaborer et appliquer une démarche permettant de résoudre des problèmes comportant une ou plusieurs étapes.
- 5.2 Transposer l'énoncé d'un problème en une opération ou en une suite d'opérations, et *vice versa*.

6. Utiliser correctement les termes et les symboles mathématiques jugés essentiels à la communication.

Numération et opérations, blocs B et C.

Calcul mental, calcul rapide.

Numération et opérations, blocs A, B et C.

Numération et opérations, blocs A, B et C.

Les entiers relatifs

7. **S'initier à l'utilisation des nombres entiers relatifs.**
- 7.1 Exprimer des situations concrètes à l'aide d'entiers relatifs.
 - 7.2 Utiliser les nombres entiers relatifs pour représenter des situations concrètes dans lesquelles l'addition et la soustraction peuvent être utilisées.
 - 7.3 Comparer des nombres entiers relatifs à l'aide d'un support concret.

Logique, bloc C.

Les fractions

8. **Dégager le sens de la fraction à partir de différentes expériences.**
- 8.1 Associer une fraction à une partie d'un objet ou à une partie d'un ensemble d'objets.
 - 8.2 Distinguer dans la fraction le rôle du dénominateur de celui du numérateur.
 - 8.3 Construire un ensemble de fractions équivalentes.
 - 8.4 Simplifier une fraction.
 - 8.5 Lire et écrire une fraction.
9. **Ordonner des fractions compte tenu de certaines restrictions.**
- 9.1 Ordonner des fractions ayant un même dénominateur.
 - 9.2 Ordonner des fractions, le dénominateur de l'une des fractions étant un multiple de l'autre (ou des autres).
 - 9.3 Comparer des fractions à dénominateurs différents, mais avec 1 au numérateur.
 - 9.4 Vérifier l'équivalence de deux fractions, le dénominateur de l'une des fractions étant un multiple du dénominateur de l'autre.
10. **Reconnaître dans l'écriture des nombres à virgule les principes de la numération de position.**
- 10.1 Lire et écrire un nombre à virgule jusqu'à l'ordre des centièmes.
 - 10.2 Déterminer la valeur d'un chiffre dans un nombre à virgule.
 - 10.3 Arrondir un nombre à virgule à l'unité près ou au dixième près.
 - 10.4 Ajouter ou enlever une ou plusieurs unités, un ou plusieurs dixièmes ou centièmes à un nombre à virgule.
 - 10.5 Ordonner des nombres à virgule ayant un même nombre de chiffres après la virgule.
 - 10.6 Ordonner des nombres à virgule jusqu'à l'ordre des centièmes.
 - 10.7 Multiplier un nombre à virgule par 10, 100, 1 000 et effectuer l'opération inverse.
11. **Trouver différentes écritures pour un même nombre compte tenu de certaines restrictions.**
- 11.1 Exprimer une fraction (dixièmes ou centièmes) en nombre à virgule ou en pourcentage, et *vice versa*.
 - 11.2 Exprimer en nombres à virgule ou en pourcentage les fractions : demis, quarts, cinquièmes, dixièmes et centièmes, et *vice versa*.
 - 11.3 Trouver des expressions différentes pour une même fraction (exemple : $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$).
 - 11.4 Reconnaître l'équivalence de différentes notations pour un même nombre à virgule (exemple : $2,1 = 2,10$).
12. **Effectuer des opérations sur les nombres à virgule compte tenu des restrictions imposées par les objectifs intermédiaires.**
- 12.1 Effectuer des additions et des soustractions de nombres à virgule ayant un même nombre de chiffres après la virgule et ne dépassant pas la position des centièmes.

Fractions, blocs A et B.

Fractions, blocs A et B.

Fractions, bloc C.

Fractions, blocs A, B et C.

Fractions, bloc C.

- 12.2 Effectuer des additions et des soustractions de nombres à virgule ne dépassant pas la position des centièmes.
- 12.3 Multiplier un nombre à virgule par un nombre entier positif.
- 12.4 Multiplier deux nombres à virgule dont le produit ne dépasse pas la position des centièmes.
- 12.5 Diviser un nombre à virgule par un nombre entier positif inférieur à 10.
- 12.6 Exprimer le reste d'une division sous la forme de nombre à virgule sans dépasser la position des centièmes.
- 12.7 Estimer l'ordre de grandeur du résultat des opérations sur les nombres à virgule compte tenu des restrictions imposées par les objectifs précédents.
- 12.8 Transposer l'énoncé d'un problème comportant des nombres à virgule en une opération ou en une suite d'opérations, et *vice versa*.
13. **Effectuer, à l'aide de matériel concret, des additions, des soustractions et des multiplications sur des fractions compte tenu de certaines restrictions.** Fractions, blocs A et B.
- 13.1 Effectuer, à l'aide de matériel concret, des multiplications d'un nombre entier positif par une fraction dont le numérateur est 1 (exemple : 3 FOIS $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{4}$ FOIS 3).
- 13.2 Effectuer, à l'aide de matériel concret, des multiplications d'un nombre entier positif par une fraction (exemple : 8 FOIS $\frac{3}{4}$ ou $\frac{3}{4}$ FOIS 8).
- 13.3 Effectuer, à l'aide de matériel concret, des additions et des soustractions de fractions ayant un même dénominateur.
- 13.4 Effectuer, à l'aide de matériel concret, des additions et des soustractions de fractions, le dénominateur de l'une des fractions étant un multiple de l'autre (ou des autres).
- 13.5 Soustraire, à l'aide de matériel concret, une fraction d'un nombre entier positif.
- 13.6 Effectuer, à l'aide de matériel concret, des multiplications de fractions dont le numérateur est 1.
- 13.7 Résoudre des problèmes simples comportant des fractions.
14. **Utiliser correctement les termes mathématiques jugés essentiels à la communication.** Fractions, blocs A, B et C.
- La géométrie**
15. **Élaborer et appliquer des démarches permettant de résoudre des problèmes reliés aux relations spatiales.** Logique, bloc D et Géométrie, blocs A, B et C.
- 15.1 Réaliser des activités reliées aux parcours de réseaux.
- 15.2 Trouver un ou plusieurs arrangements de figures planes permettant de construire un solide.
- 15.3 Construire des dallages et des frises à l'aide de figures géométriques.
- 15.4 Rechercher dans l'environnement des exemples de frises et de dallages.
- 15.5 Transposer une figure d'une grille à une grille différente en utilisant un système de coordonnées.
- 15.6 Comparer différentes solutions obtenues pour un même problème.
- 15.7 Comparer la longueur de deux trajets permettant de rejoindre deux points tracés sur du papier quadrillé.
16. **Rechercher les caractéristiques de différents solides.** Géométrie, bloc A et Jeu-questionnaire.
- 16.1 Nommer, identifier et décrire des solides.

- 16.2 Construire des solides au moyen d'autres solides.
 - 16.3 Construire des solides au moyen de figures planes identiques ou non.
 - 16.4 Construire des solides dont les propriétés sont connues.
 - 16.5 Rechercher les relations entre les dimensions d'un prisme rectangulaire droit et son volume.
 - 16.6 Classifier des solides d'après certaines propriétés.
17. **Décrire et classifier des polygones selon certaines de leurs propriétés.** Géométrie, bloc A et Jeu-questionnaire.
- 17.1 Identifier et représenter des angles droits.
 - 17.2 Identifier, nommer et représenter des angles aigus, des angles obtus.
 - 17.3 Identifier des congruences entre des côtés ou des angles dans des polygones.
 - 17.4 Classifier des figures à deux dimensions selon qu'elles sont des polygones ou non, qu'elles sont convexes ou non ou qu'elles ont tel ou tel nombre de côtés.
 - 17.5 Classifier des quadrilatères selon les propriétés de leurs angles et de leurs côtés.
 - 17.6 Classifier des triangles selon les propriétés de leurs angles et de leurs côtés.
 - 17.7 Identifier et représenter des droites parallèles et des droites perpendiculaires.
 - 17.8 Nommer, identifier et décrire : polygones, quadrilatères, triangles.
 - 17.9 Nommer, identifier et décrire les figures suivantes : carré, rectangle, losange, trapèze, parallélogramme, triangle rectangle, triangle isocèle et triangle équilatéral.
 - 17.10 Rechercher la relation existant entre les dimensions d'un polygone et la mesure de son périmètre.
 - 17.11 Rechercher la relation existant entre les dimensions d'un carré ou d'un rectangle et leurs mesures de surface.
 - 17.12 Tracer des quadrilatères et des triangles dont certaines caractéristiques sont connues.
 - 17.13 Rechercher la relation existant entre le diamètre d'un cercle et sa circonférence.
18. **Effectuer les transformations géométriques qui gardent inchangées les dimensions des figures et décrire ces transformations.** Géométrie, blocs A et B.
- 18.1 Identifier et construire des axes de symétrie dans une figure ou entre deux figures.
 - 18.2 Tracer l'image d'une figure obtenue par symétrie.
 - 18.3 Tracer l'image d'une figure obtenue par translation.
 - 18.4 Tracer l'image d'une figure obtenue par rotation et exprimée en fraction de tour.
 - 18.5 Décrire la transformation géométrique qui a amené le déplacement d'une figure.
 - 18.6 Décrire les transformations géométriques qui ont amené le déplacement d'une figure.
 - 18.7 Trouver, dans l'environnement, des exemples d'applications de symétrie, de translation et de rotation.
 - 18.8 Utiliser le plan cartésien pour décrire la position d'une image obtenue après une transformation géométrique d'une figure.
19. **Utiliser correctement les termes géométriques jugés essentiels à la communication.** Logique, bloc D et Géométrie, blocs A, B et C.

Les mesures

20. **Estimer et mesurer les dimensions des objets.**
 - 20.1 Estimer et mesurer des objets en millimètres.
 - 20.2 Estimer et mesurer des objets en mètres et en fractions de mètre (*exemple*: 1,75 m).
 - 20.3 Estimer et mesurer des objets en centimètres et en fractions de centimètre (*exemple*: 4,6 cm).
 - 20.4 Choisir l'unité la plus appropriée (mètre, centimètre, millimètre) pour exprimer la longueur (ou la largeur, la hauteur) d'un objet.
 - 20.5 Utiliser adéquatement un instrument gradué pour trouver la longueur (ou la hauteur, la largeur, l'épaisseur) d'un objet.

Fractions, bloc C et
Géométrie, blocs A et C.
21. **Établir les relations existant entre les unités de longueur SI.**
 - 21.1 Établir les relations existant entre mètre, centimètre et décimètre.
 - 21.2 Établir la relation entre millimètre et centimètre.
 - 21.3 Établir la relation entre mètre et kilomètre.

Fractions, bloc C et
Jeu-questionnaire.
22. **Estimer et mesurer des surfaces.**
 - 22.1 Estimer et mesurer la surface de figures planes à l'aide de différentes grilles ou de carrés-unités.
 - 22.2 Estimer et mesurer la surface d'un objet en décimètres carrés et mesurer cette surface par recouvrement.
 - 22.3 Comparer différentes surfaces à une surface dont l'aire est de 1 cm^2 ou de 1 dm^2 .
 - 22.4 Identifier parmi plusieurs objets celui ou ceux qui ont des faces d'à peu près 1 cm^2 ou 1 dm^2 .
 - 22.5 Construire une surface de 1 m^2 .
 - 22.6 Identifier parmi plusieurs objets celui ou ceux qui ont des faces dont l'aire est d'à peu près 1 m^2 .
 - 22.7 Comparer des surfaces à une surface dont l'aire est de 1 m^2 .
 - 22.8 Estimer et trouver l'aire de différentes surfaces en centimètres carrés, en décimètres carrés ou en mètres carrés.
 - 22.9 Choisir l'unité de mesure la plus appropriée pour exprimer l'aire d'une surface (mètre carré, centimètre carré, décimètre carré).

Fractions, bloc C.
23. **Estimer et mesurer des volumes.**
 - 23.1 Comparer le volume d'un objet à un solide dont le volume est de 1 dm^3 , de 1 cm^3 ou de 1 m^3 .
 - 23.2 Identifier parmi plusieurs objets celui ou ceux dont le volume est d'à peu près 1 cm^3 , 1 dm^3 ou 1 m^3 .
 - 23.3 Estimer et trouver le volume d'un objet en utilisant des cubes-unités de 1 cm^3 ou de 1 dm^3 .
 - 23.4 Construire des solides dont le volume est de 1 dm^3 ou de 1 m^3 .
 - 23.5 Choisir l'unité de mesure la plus appropriée (centimètre cube, décimètre cube, mètre cube) pour exprimer le volume d'un objet.

Fractions, bloc C.
24. **Estimer et mesurer des angles en unités appropriées.**
 - 24.1 Comparer la grandeur de deux angles.
 - 24.2 Estimer et mesurer la grandeur d'un angle en quarts de tour.
 - 24.3 Utiliser le rapporteur pour mesurer la grandeur d'un angle en degrés.
 - 24.4 Établir la correspondance entre degrés et quarts de tour.

Fractions, bloc A et
Géométrie, blocs B et C.
25. **Utiliser correctement les symboles SI.**
 - 25.1 Utiliser correctement les symboles « m^2 », « cm^2 » et « dm^2 ».
 - 25.2 Utiliser correctement les symboles « cm^3 », « dm^3 » et « m^3 ».
 - 25.3 Noter correctement les résultats d'une mesure en utilisant les symboles «mm», «cm», «m» et «km».

Fractions, bloc C et
Jeu-questionnaire.

26. **Résoudre des problèmes relatifs aux unités de longueur, d'aire et de volume.**

- 26.1 Calculer le périmètre d'un polygone (régulier ou irrégulier).
- 26.2 Calculer l'aire d'un polygone.
- 26.3 Calculer l'aire et le périmètre d'un carré et d'un rectangle, connaissant la longueur de leurs côtés.
- 26.4 Calculer le volume d'un solide simple.
- 26.5 Calculer approximativement la circonférence d'un cercle.
- 26.6 Élaborer et appliquer une démarche permettant de résoudre des problèmes relatifs à ces mesures.

Fractions, bloc C,
Géométrie, blocs A et C
et Méli-Mélo.

27. **Résoudre des cas simples de probabilité et de statistiques.**

- 27.1 Résoudre des problèmes nécessitant la lecture de tableaux et de graphiques.
- 27.2 Estimer et calculer la moyenne arithmétique d'un ensemble de données.
- 27.3 Reconnaître ou retrouver des applications de la moyenne dans des activités quotidiennes.
- 27.4 Estimer et vérifier expérimentalement certains cas de probabilité connus (intuitivement).

Exemples :

dés;

pièces de monnaie (face ou pile);

sacs de billes;

choix de l'élève au hasard, etc.

Logique, bloc C,
Fractions, bloc A et
Méli-Mélo.

LES APPRENTISSAGES VISÉS PAR DÉFI MATHÉMATIQUE 6

Défi Mathématique 6 a essentiellement pour but de permettre à l'élève de se familiariser avec le mode de pensée et de communication propre aux mathématiques. Pour cette raison, deux domaines d'apprentissage sont continuellement en interaction, à savoir le développement de concepts, d'habiletés et de connaissances mathématiques et le développement d'attitudes et d'outils généraux de formation.

Objectifs mathématiques

a) L'arithmétique

Environ 50 % des activités de *Défi Mathématique 6* servent à développer des notions relatives au domaine du nombre. En quatrième année, les élèves exploraient divers algorithmes de calcul. En cinquième année, une certaine emphase était accordée à la maîtrise des tables et d'au moins une technique efficace de calcul pour chaque opération. Il reste, en sixième année, à aborder les preuves par neuf et à poursuivre la maîtrise de la numération et du calcul par des exercices d'application. L'apprentissage du fonctionnement de la calculatrice se poursuit et complète le travail sur les entiers. Par ailleurs, l'enseignement axé sur les représentations concrète et imagée des fractions nous conduit cette année à la représentation symbolique. Les quatre opérations, tant sur les fractions ordinaires que sur les nombres décimaux, seront donc étudiées par le biais d'activités concrètes se transposant en algorithmes symboliques efficaces.

b) La géométrie et la mesure

L'étude de la mesure d'angles se poursuit grâce aux SPIROS abordés en cinquième année et à diverses constructions géométriques : projections orthogonales et constructions avec règle et compas. On en profite pour réviser les concepts d'aire, de volume et de longueur. Les diverses transformations géométriques trouvent de nouvelles applications. Les éléments de géométrie analytique abordés, telle la pente d'une droite, sont utilisés, comme par les années passées, pour développer de nouvelles analogies susceptibles de permettre de mieux comprendre les liens qui unissent l'espace et le nombre. Le système international d'unités (SI) y est étudié en profondeur pour la première fois. Ces activités occupent entre 20 % et 25 % de la grille horaire.

c) La pensée logique

En plus des contenus mathématiques en arithmétique, en mesure et en géométrie, *Défi Mathématique* a toujours accordé une grande importance au développement du raisonnement. Cette année encore, l'élève aura à résoudre des énigmes, à poursuivre son étude du jeu d'échecs et à approfondir sa capacité à utiliser des graphes divers pour solutionner des problèmes. Environ 20 % du temps alloué aux mathématiques sera consacré au développement de la pensée logique.

d) La pensée analogique

La résolution de problèmes exige d'abord l'exercice de la pensée analogique qui permet d'associer globalement les données du problème, de les rapprocher d'un problème déjà résolu, d'une formule connue, etc. *Défi Mathématique* accorde une grande importance à ces activités qui exigent de l'élève beaucoup de créativité, d'initiative, d'autonomie et de confiance en soi. Ces activités sont disséminées dans toutes les unités, bien que l'unité Méli-Mélo y soit presque entièrement consacrée.

Objectifs de formation générale

a) La résolution de problèmes

Dans la série *Défi Mathématique*, la résolution de problèmes devient la stratégie d'enseignement, et non pas seulement un objectif à atteindre. Tous les apprentissages y sont vécus à partir de problèmes posés par l'enseignant-e. En tout temps, l'écopier améliore ses stratégies et son habileté à résoudre des problèmes non seulement en mathématiques, mais aussi dans tous ses apprentissages.

b) Les attitudes

Grâce à la démarche de *Défi Mathématique*, les écoliers développent une très grande confiance en leurs capacités d'apprentissage et cultivent le goût d'apprendre, de relever des défis, de résoudre des problèmes. La créativité et l'originalité sont à l'honneur.

L'écopier, constamment en situation de recherche, doit non seulement inventer des solutions, mais aussi les communiquer aux autres. Il apprend donc à écouter et à s'exprimer; il apprend aussi à respecter les solutions de ses camarades.

Avec *Défi Mathématique*, l'enseignant-e n'est plus la «personne qui sait tout»; il-elle devient un animateur ou une animatrice, un guide. C'est l'enfant qui explique et propose ses démarches et ses solutions aux autres écoliers. Il en découle un intérêt marqué pour l'apprentissage des mathématiques et une valorisation très grande pour l'enfant.

L'évaluation des apprentissages

Bien qu'il soit possible d'évaluer les apprentissages à partir des renseignements fournis par des instruments de mesure, il nous semble plus approprié de le faire au moyen d'observations réalisées au moment même de l'apprentissage. Afin de permettre ce type d'évaluation (que l'on qualifie de formative), vous trouverez au début de chaque bloc d'activités un ensemble d'objectifs à partir desquels il vous sera possible de juger si les écoliers atteignent ou non l'objectif-synthèse qui résume les objectifs du bloc.

Cependant, l'unité Méli-Mélo, qui comporte divers problèmes complétant les activités d'apprentissage des autres unités, présente quatre objectifs-synthèses. **Ces objectifs ne s'appliquent pas seulement à l'unité Méli-Mélo, mais à l'ensemble des apprentissages de l'année.** On considère que l'objectif-synthèse est atteint si l'écolier maîtrise tous les objectifs mentionnés à la suite de cette phrase : «En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les écoliers réussissent seuls à». La maîtrise des autres objectifs n'est pas essentielle, c'est-à-dire qu'elle n'est pas requise pour que l'écolier aborde les unités d'apprentissage qui suivent. Toutefois, cela n'empêchera pas de travailler ces objectifs en classe, avec les autres.

Nous recommandons à chaque enseignant-e d'évaluer la maîtrise de ces divers objectifs tout au long de l'apprentissage. Dans ce but, on pourrait inscrire sur un grand carton les noms de tous les enfants et les objectifs poursuivis pendant le mois ou l'étape en cours. Lors des activités, quand l'enseignant-e circule dans la classe, il lui sera facile de voir si l'écolier peut, par exemple, justifier un procédé de calcul ou une conclusion dans un problème sur grille. Dès qu'il-elle constate qu'un écolier maîtrise un objectif, l'enseignant-e n'a qu'à cocher cet objectif sur le carton préparé pour cet usage. De cette manière, il-elle peut, en tout temps, voir où l'écolier en est dans son cheminement et modifier ses interventions en fonction de certains aspects négligés jusque-là ou de certains écoliers qui n'auraient pas eu suffisamment d'attention.

Une telle stratégie permet aussi à l'enfant de participer activement à son évaluation et, partant, à son apprentissage. Il en est capable parce qu'il sait sur quoi il sera évalué. Il peut aussi, lorsqu'il maîtrise un objectif, le signaler à l'enseignant-e, dont le travail sera ainsi facilité. Pour cela, l'enseignant-e devrait expliquer ce que signifie chaque objectif quelque temps après avoir abordé les activités d'apprentissage qui s'y rattachent. Au moment de remplir le bulletin, l'enseignant-e n'aura qu'à juger de la maîtrise de l'objectif-synthèse en vérifiant si les objectifs notés sur le carton ont été atteints. Dans le cas d'un bulletin «critérié», l'ensemble des objectifs-synthèses pourrait s'y trouver.

Si l'enseignant-e le juge à propos, il-elle peut confirmer ses observations à l'aide d'instruments de mesure. Toutefois, il faudrait avoir conscience que les instruments de mesure ne peuvent évaluer que certains aspects de l'apprentissage (les connaissances et certaines habiletés); d'autres aspects, telle la compréhension, sont difficiles à mesurer par ce moyen, surtout chez de jeunes enfants.

À la fin de la sixième année de scolarité, l'enseignant-e pourrait porter un jugement global sur les apprentissages des écoliers à partir des manifestations suivantes, qui constituent le domaine de compétences minimales pour cet échelon :

- 1) résoudre concrètement, à l'aide de dessins ou de symboles, des problèmes raisonnés portant sur les quatre opérations;
- 2) ordonner des nombres inférieurs à un million;
- 3) représenter de multiples façons des nombres inférieurs à un million au moyen des opérations arithmétiques et des groupements;
- 4) maîtriser la structure par tranches (unités, dizaines, centaines, etc.) de la numération positionnelle;
- 5) lire et écrire les nombres au moins jusqu'à un million;
- 6) résoudre des équations portant sur les quatre opérations;
- 7) justifier et utiliser efficacement au moins un algorithme symbolique écrit pour chacune des quatre opérations sur les nombres entiers positifs;
- 8) maîtriser les tables de multiplication et d'addition;
- 9) utiliser la preuve par neuf pour vérifier ses calculs;
- 10) arrondir un nombre à un ordre de grandeur donné;

- 11) justifier et utiliser au moins un algorithme de calcul mental permettant une bonne estimation pour chacune des quatre opérations sur les nombres entiers positifs;
- 12) distinguer les nombres pairs, impairs, composés, premiers, carrés et triangulaires;
- 13) effectuer les opérations de base à l'aide de la calculatrice en manipulant, au besoin, les diverses touches d'effacement;
- 14) décomposer un nombre en un produit de facteurs premiers;
- 15) représenter un nombre au moyen d'exposants;
- 16) représenter une situation à l'aide d'entiers relatifs;
- 17) effectuer, en situation concrète, des opérations simples sur des entiers relatifs;
- 18) écrire la phrase mathématique qui décrit le cheminement suivi pour résoudre un problème;
- 19) dégager le sens de la fraction à partir de situations concrètes ou imaginées;
- 20) exprimer une fraction de multiples façons équivalentes;
- 21) ordonner des fractions;
- 22) effectuer les quatre opérations sur des fractions ordinaires à l'aide de procédés concrets et d'algorithmes symboliques;
- 23) établir les équivalences existant entre un nombre à virgule, une fraction ordinaire et un pourcentage;
- 24) lire et écrire les nombres à virgule;
- 25) effectuer les quatre opérations sur les nombres à virgule à l'aide d'algorithmes symboliques;
- 26) représenter les unités courantes du système international au moyen de nombres à virgule;
- 27) mesurer des longueurs, des aires et des volumes en unités du système international;
- 28) mesurer des angles en degrés;
- 29) calculer l'aire du triangle et du rectangle;
- 30) mesurer et calculer l'aire des polygones;
- 31) identifier et reconnaître les propriétés des polygones;
- 32) construire des figures de base à l'aide de la règle non graduée et du compas;
- 33) ériger des constructions à partir de certaines contraintes telles que leurs mesures ou les plans de leurs faces;
- 34) utiliser correctement le repérage dans le plan cartésien;
- 35) décrire et effectuer des transformations géométriques dans le plan;
- 36) identifier des régularités numériques ou géométriques;
- 37) codifier les données d'un problème dans une équation;
- 38) composer et résoudre des problèmes d'application;
- 39) appliquer les principes et les stratégies fondamentales du jeu d'échecs;
- 40) résoudre des problèmes avec des grilles et des diagrammes (graphes planaires, organigrammes,...).

Le Guide d'enseignement et d'activités

COMMENT UTILISER LE GUIDE D'ENSEIGNEMENT ET D'ACTIVITÉS

Pour connaître le succès avec *Défi Mathématique*, il est essentiel de respecter les prescriptions qui suivent.

Réalisez les activités ou les problèmes du Guide d'enseignement et d'activités avant de permettre aux écoliers de travailler dans leur manuel.

Les activités d'apprentissage sont organisées en séquence et présentées sous forme d'une suite de problèmes. À droite de ces problèmes apparaissent, à un certain moment, des nombres désignant les fiches du manuel de l'écolier. Quand ces nombres apparaissent, *vous pouvez* demander aux enfants de compléter les pages ou les fiches de leur manuel qui correspondent à ces numéros. Vous n'êtes pas tenu-e de le faire à ce moment et vous pouvez continuer la séquence de problèmes. En fait, les fiches ne sont pas nécessaires à l'apprentissage; elles permettent à l'écolier d'appliquer certaines acquisitions. Plusieurs peuvent être proposées en devoir.

Rappelez-vous que c'est par la résolution des problèmes du *Guide d'enseignement et d'activités* que les enfants apprennent, et non par le travail dans leur manuel. Chaque fois que vous avez terminé les problèmes préalables au travail dans le manuel de l'écolier, considérez que les fiches qui peuvent désormais être complétées constituent une réserve et que leur réalisation peut s'étendre longtemps après que les problèmes ont été présentés à la classe.

Rappelez-vous que les fiches ne permettent à l'enfant de nous montrer que certains aspects de son apprentissage; une réalisation sans erreur de l'ensemble des fiches ne démontre nullement que l'écolier maîtrise l'apprentissage visé dans l'ensemble de l'unité. Bref, **vous n'enseignez pas pour que l'écolier complète les pages de son manuel, mais pour qu'il maîtrise des apprentissages, et cela n'est possible que par la résolution des problèmes du *Guide d'enseignement et d'activités* ou de problèmes équivalents.**

Variez les activités et les objets d'apprentissage.

Les tableaux *Défi Mathématique 6 – Répartition des unités* et *Planification avec Défi Mathématique* illustrent le parallélisme existant entre les unités du *Guide d'enseignement et d'activités*. Il est important de travailler parallèlement ces diverses unités. Le travail sera varié et plus intéressant. De plus, l'écolier pourra développer des concepts qui, bien que différents, se renforcent les uns les autres. Ainsi, l'anticipation développée par le jeu d'échecs facilite l'apprentissage de la technique de soustraction. De même, les grilles logiques aident à résoudre les problèmes à texte.

Développez d'abord la compréhension, ensuite les habiletés et les connaissances.

Dans la marge, à droite des problèmes du *Guide d'enseignement et d'activités*, vous trouverez, pour chaque problème, un rectangle dans lequel figure(nt) un ou plusieurs des mots suivants : compréhension, habileté, connaissance. Ces mots déterminent sur quoi vous devez insister lors de l'étude du problème. Vous remarquerez l'importance accordée à la compréhension, sur laquelle vous devez insister bien avant l'acquisition de connaissances et la maîtrise d'habiletés.

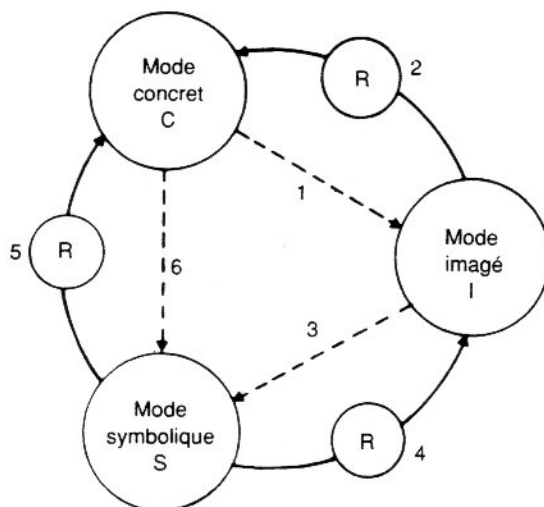
Permettez et encouragez l'utilisation du matériel en tout temps, même lors des évaluations.

Les mathématiques sont, avant tout, un moyen de décrire des objets et des relations entre ces objets. Le fait de couper les mathématiques du réel en se cantonnant trop vite dans la symbolisation amène les écoliers à concevoir les mathématiques comme quelque chose d'arbitraire qui correspond mal au concret. Les mathématiques se justifient par le réel, elles y trouvent leur pertinence.

La manipulation aide l'enfant à percevoir des relations, à fixer son attention. Elle ne se substitue pas à la compréhension qui est, rappelons-le, l'objectif principal de l'enseignement des mathématiques. Enfin, l'enfant de onze ou douze ans ne peut pas toujours exprimer verbalement ce qu'il pense. L'observation des gestes qu'il pose en manipulant aide l'enseignant-e à comprendre ses acquisitions et ses difficultés.

Chaque concept est donc présenté, d'abord, au moyen de problèmes concrets, habituellement avec du matériel. Lorsque les écoliers maîtrisent le concept, on passe à une phase imagée au moyen de nouveaux problèmes. Ensuite, par renversement, des versions imagées d'un problème sont soumises aux écoliers qui doivent les transposer en une représentation avec du matériel.

L'étape suivante est extrêmement délicate. Il s'agit du passage à la symbolisation. Ce passage devra être pertinent, justifié; il devra venir résoudre un problème, tel l'oubli de ce qui a été fait si on ne le note pas. Après quelques problèmes strictement symboliques, il y aura un double renversement au moyen duquel les écoliers devront transposer en mode imagé les données symboliques d'un problème, puis transposer en mode concret d'autres problèmes présentés sous la forme symbolique. Pour savoir où en est la démarche, on trouvera des indications, en marge, à droite des problèmes. Le schéma qui suit résume la démarche.



Permettez et encouragez les démarches personnelles et originales des écoliers.

La majorité des problèmes du *Guide d'enseignement et d'activités* peut être résolue de façons diverses et amène souvent des réponses différentes. Souvent, la manipulation entraîne le copiage. Cela disparaîtra si vous valorisez les réponses originales, sans pour autant bannir les autres.

La collecte des diverses solutions d'un problème est longue, mais elle est valorisante et enrichissante pour les enfants et pour vous-même, vous verrez... Mieux vaut, en effet, explorer à fond un ou deux problèmes par séance d'enseignement que d'en réaliser dix de façon superficielle.

En prenant connaissance des solutions de vos écoliers, vous remarquerez que **certains donnent de «mauvaises solutions» parce qu'ils interprètent différemment les données d'un problème.** Il se peut qu'un problème soit imprécis ou que des écoliers s'amuse à en modifier les données. Dans ces cas, discutez-en avec les enfants; précisez, si cela est nécessaire, le contexte du problème et donnez une chance aux écoliers de démontrer leur valeur. L'enseignant-e n'est pas une machine qui sert à distinguer les bonnes réponses des fausses; il-elle est un être capable de jugement. Quand vous obtenez une solution inattendue, demandez-vous si elle démontre que l'enfant maîtrise ou non l'apprentissage visé. Si oui, la solution devrait être acceptée, surtout si elle résulte d'une interprétation imprévue du problème. Et si la solution ne démontre pas la maîtrise de l'apprentissage visé à cause d'une interprétation imprévue, mais logique, donnez une autre chance à l'enfant. Habituez, toutefois, les écoliers à une certaine rigueur; la résolution de problèmes est une activité très créatrice, mais ce n'est pas de la pure fantaisie. Les écoliers devront donc s'habituer à ne pas modifier les données d'un problème. Par contre, chaque fois que des interprétations imprévues, mais justifiables, sont trouvées, il y a lieu de vous y intéresser et de les valoriser. Tout cela développera le sens critique, le jugement, la perspicacité, la créativité, la motivation, la confiance et le goût de la recherche et de la précision chez vos écoliers.

Travaillez dans une atmosphère enjouée de recherche.

Présentez les problèmes du *Guide d'enseignement et d'activités* comme des défis entre vous et vos écoliers. Tantôt vous réussirez à les attraper, à leur jouer un bon tour, tantôt (le plus souvent) ils gagneront en résolvant le problème. Dans une telle atmosphère, l'erreur n'est pas perçue comme traumatisante par l'enfant, d'autant plus que, la plupart du temps, il relèvera vos défis avec succès.

Amusez-vous avec vos écoliers, jouez à la personne qui comprend difficilement; vous les forcerez ainsi à bien justifier leurs solutions. Vous n'avez pas et ne pouvez pas connaître d'avance toutes les solutions que vous apporteront vos écoliers. Vous devez, cependant, leur demander de vous les expliquer. **Votre rôle d'enseignant-e ne consiste pas à démontrer vos connaissances, mais à permettre à l'enfant d'apprendre.** Vous n'avez donc pas à expliquer les mathématiques aux écoliers, vous n'avez pas à leur montrer comment faire. Vous devez vous limiter à poser des problèmes, à prendre connaissance des solutions et à les discuter avec vos écoliers. Chaque fois que l'enfant n'a pas l'occasion de résoudre lui-même un problème, chaque fois que vous faites le travail à sa place, vous retardez chez lui un apprentissage réel, complet et inoubliable. C'est pour cela que l'apprentissage doit être stimulant pour l'enfant. Enfin, **si vous ne vous amusez pas à enseigner, les écoliers ne s'amuseront pas à apprendre.**

Conclusion

Les centaines d'enseignants-es qui ont connu le succès avec *Défi Mathématique* ont respecté les prescriptions qui précèdent. Chaque fois qu'il y a eu échec, l'oubli d'une des prescriptions en a été la cause. Le fait de suivre le mieux possible un «livre de recettes» comme le *Guide d'enseignement et d'activités* répugnera à certains-es. Nous comprenons cela; les enseignants-es ne sont pas des robots.

Cependant, nous savons que l'utilisation de *Défi Mathématique* est fort exigeante. Elle demande une transformation radicale de notre façon d'enseigner. Nous ne pouvions nous contenter de vous mentionner une série de principes à respecter et d'orientations à suivre. Nous avons voulu aller plus loin. Nous vous livrons des séquences d'activités qui ont nécessité des milliers d'heures d'expérimentation, de recherche, de réflexion et de révision. Aucun-e enseignant-e ne peut seul-e, avec la tâche qui lui incombe, consacrer autant de temps à l'élaboration d'activités semblables.

Par contre, les enseignants-es qui ont d'abord appliqué, telle qu'elle a été prévue, la démarche de *Défi Mathématique* ont réussi, après un an, à s'en imprégner et à améliorer les activités proposées, se libérant ainsi d'un cheminement trop rigide. Cela est excellent!

Bref, nous vous conseillons fortement de «coller votre enseignement» sur la démarche du *Guide d'enseignement et d'activités*, au moins pour la première année d'utilisation. Cela vous permettra de consacrer plus de temps à la préparation du matériel et surtout au développement de votre capacité à écouter vos écoliers et à imaginer des sous-questions qui augmenteront leur maîtrise des concepts visés.

Quelques conseillers pédagogiques, des centaines d'enseignants-es et des milliers d'écoliers ont travaillé pour vous offrir *Défi Mathématique*. Autant d'efforts ne peuvent que vous être utiles. À vous d'en tirer le maximum et de relever le défi.

MODE DE PRÉSENTATION DES ACTIVITÉS

Problème x

C'est en posant ces problèmes, non en expliquant, que l'enseignant-e permet aux écoliers d'apprendre. Les problèmes sont ordonnés; au besoin, vous en ajoutez des semblables pour certains enfants plus lents.

Note :

Les notes signalent des difficultés possibles ou des précisions importantes.

Identifier...
(à droite)

Rappel de l'objectif, guide pour l'évaluation «critériée».

Compréhension

(à droite)

Détermine l'aspect de l'apprentissage visé par le problème.

**Représentation
concrète**

Détermine l'étape du processus d'apprentissage où se situe le problème posé.

(à droite)

Géométrie A-5
(à droite)

★

Renvoie à une page du manuel de l'écuyer qui peut être complétée si le problème a été résolu.

Annonce un problème plus difficile. Il faut s'attendre qu'un certain nombre d'enfants ne parviennent pas à le résoudre.

☞ ... ☞

Encadre la réponse ou une indication relative à la réponse du problème.

DÉFI MATHÉMATIQUE 6

RÉPARTITION DES UNITÉS EN QUATRE ÉTAPES

Du 1 ^{er} au 15 septembre	Portrait de ma classe, <i>Guide d'enseignement et d'activités</i> , page 33 Je sais déjà, manuel de l'écuyer, pages P-1 à P-5				
	Logique	Numération et opérations	Fractions	Géométrie	Méli-Mélo
Étape 1	Bloc A	Bloc A	Bloc A	Bloc A	Problèmes 1 à 9
Étape 2	Bloc B	Bloc B (début)	Bloc B (début)	Bloc B	Problèmes 10 à 18
Étape 3	Bloc C	Bloc B (fin)	Bloc B (suite) et Bloc C (début) en alternance	Bloc C (début)	Problèmes 19 à 27
Étape 4	Bloc D	Bloc C	Bloc B et Bloc C (fin) en alternance	Bloc C (fin)	Problèmes 28 à 36
Durée approximative	45 minutes par semaine	60 minutes par semaine	90 minutes par semaine	45 minutes par semaine	45 minutes par semaine

Notes: 1. Si vous en êtes à une première année d'application, il vous faudra probablement plus de temps que celui qui a été prévu. Évitez de négliger systématiquement l'une ou l'autre des unités. Il est préférable dans ce cas (et nullement dommageable) de laisser les derniers blocs de chaque unité inachevés à la fin de l'année.

2. Le Jeu-questionnaire nécessite 45 minutes toutes les trois semaines environ.

3. Les fiches COUP DE POUCE et SUPER AS ne s'adressent pas à toute la classe, mais respectivement à l'écuyer qui doit revoir une notion ou à celui qui désire aller plus loin. Elles ne font donc pas partie de la planification de base.

4. Les problèmes de l'unité Méli-Mélo peuvent être présentés dans un ordre différent de celui que nous avons proposé. Aucune séquence ne les relie.

5. Pour la planification quotidienne, consultez la page 331.

MATÉRIEL REQUIS POUR L'ANNÉE POUR LA CLASSE

- Livre Guinness des records de l'année (Numération et opérations, bloc A).
- Sphères de grosseurs diverses (Numération et opérations, bloc C).
- 1 000 jetons de couleurs diverses (Numération et opérations, blocs A et B; Fractions, bloc A).
- 30 tangrams – matériel utilisé en quatrième et en cinquième année (Géométrie, bloc B).
- 30 ensembles de géo-blocs – matériel utilisé en deuxième et en troisième année (Géométrie, bloc A).
- 30 cubes, le plus gros possible (Géométrie, bloc A).
- 1 000 centicubes (Géométrie, bloc A).
- Instruments de géométrie grand format (Géométrie, bloc C).
- Échiquier géant – matériel utilisé depuis la deuxième année (Logique, bloc B).
- Jeux Tours de Bourse – un jeu par groupe de cinq élèves (Logique, bloc C). Disponible chez l'Éditeur.
- Journaux (Logique, bloc C).
- 60 dés de couleurs diverses (Fractions, bloc A).
- Une quinzaine de jeux de cartes (Fractions, bloc A).
- Pièces de monnaie (Fractions, bloc A).
- 9 billes blanches et 1 bille noire ou l'équivalent (Fractions, bloc A).
- Assiette en carton (Fractions, bloc A).
- Jeu de dominos (Fractions, bloc A).
- Instruments de mesure SI : thermomètres, litres gradués, balances (Fractions, bloc C).
- Bouilloire électrique (Fractions, bloc C).
- Pots et boîtes diverses (Fractions, bloc C).
- Ficelle (Fractions, bloc C).
- Réglettes d'un décimètre (Fractions, bloc C).
- Chronomètre (Calcul rapide).
- Cartes éclairs (Calcul rapide).
- Abaques et bouliers divers, si possible (Numération et opérations, bloc A).

Matériel de l'élève

- Calculatrice (Numération et opérations, bloc B).
- Rapporteur d'angles (Géométrie, bloc B).
- Compas (Géométrie, bloc C).
- Règle à araser (Géométrie, bloc C).
- Jeu d'échecs – matériel utilisé depuis la deuxième année (Logique, bloc B).

Note : La liste qui précède mentionne tout le matériel nécessaire. Une grande partie de ce matériel fait probablement partie de ce qui se trouve déjà en classe (*exemple* : matériel de mesure et de géométrie); une autre partie a déjà été recommandée aux classes de la première à la cinquième année et peut certes être utilisée en sixième sans que des achats soient effectués (tangrams, géo-blocs). Enfin, certains articles font normalement partie du matériel personnel de l'élève (compas, règle, rapporteur d'angles, calculatrice, jeu d'échecs) ou sont si courants qu'aucun achat ne sera nécessaire (jeux de dés, de cartes, de dominos, ficelle, assiette en carton). Le jeu Tours de Bourse n'est disponible que chez l'Éditeur.

Information à l'usage des parents

LETTRE AUX PARENTS

Votre enfant va amorcer sa sixième année avec *Défi Mathématique 6* en mains. Nous savons très bien ce que cela peut signifier pour vous, parents! Déjà, au cours des cinq années précédentes, de nombreux épisodes vous ont forcés à constater de nombreuses différences entre notre façon d'aborder les mathématiques et celle que vous avez vous-mêmes connue. Si les mathématiques ont changé, c'est surtout parce que les temps ont bien changé. Notre civilisation a vu naître des machines à calculer et à raisonner plus puissantes que les plus illustres savants. Aucun mathématicien ne peut désormais comparer ses performances techniques aux remarquables exploits réalisés en quelques secondes par les ordinateurs de second ordre. Mais, si formidables soient-elles, ces machines savantes sont incapables de la moindre décision autonome et du jugement le plus élémentaire dès que l'ambiguïté s'installe.

L'enseignement moderne des mathématiques ne peut donc plus se satisfaire de montrer à raisonner et à mémoriser car, en ce domaine, jamais un cerveau humain ne rattrapera la machine. Il faut développer plus que jamais le jugement des enfants pour leur permettre de dominer l'ordinateur et de s'en servir; sinon, il ne leur restera plus qu'à se laisser conduire par lui. Une pensée autonome et libre requiert un raisonnement de qualité et un jugement exercé. Les besoins scientifiques et sociaux ont profondément changé depuis les deux dernières décennies, et les mathématiques sont probablement le domaine où les attentes ont été le plus modifiées.

Les activités et les orientations de *Défi Mathématique* qui dérangent l'image que plusieurs ont des mathématiques sont généralement celles qui touchent le développement du jugement :

- un mode d'enseignement où l'enseignant-e n'explique pas, mais brouille les pistes, lance des problèmes et provoque des conflits, des crises;
- des problèmes bizarres : avec piège, sans solution, dont les données sont floues, etc. (Méli-Mélo);
- des définitions imagées ou analogiques plutôt que logiques et rigoureuses (Jeu-questionnaire : je me prépare);
- la présence du jeu d'échecs;
- de nombreuses allusions à l'Histoire (Numération et opérations);
- le recours aux analogies, au matériel et aux perceptions imagées (Fractions, Géométrie,...);
- le rapprochement entre les notions, ce qui donne l'impression (très juste d'ailleurs) de toucher des programmes beaucoup plus avancés (algèbre, géométrie analytique, programmation en langage BASIC, la Bourse, etc.).

Si *Défi Mathématique* est aujourd'hui reconnue comme une méthode d'avant-garde, ce n'est pas pour ce qu'elle promet de réaliser, mais pour ce qu'elle a permis aux enfants qui l'ont étudiée de démontrer comme compétence depuis une décennie. Les enseignants-es qui ont été complices de l'implantation de cette méthode sont unanimes : les enfants ont progressé de façon spectaculaire; pas question de revenir à une forme passée d'enseignement des mathématiques. À une époque où l'école a fait preuve de beaucoup de laxisme, ce succès collectif nous a montré un visage réjouissant de nos jeunes et des enseignants-es.

Les auteurs

Questions légitimes et réponses

Tout au long des expérimentations ayant mené à l'élaboration de *Défi Mathématique*, les parents nous ont posé de nombreuses questions. Nous résumons ici les plus pertinentes et les plus légitimes.

1. **Mon enfant est-il le cobaye d'une autre méthode nouvelle?**

Défi Mathématique n'est pas seulement une nouvelle méthode d'enseignement. C'est d'abord et avant tout une profonde modification des conceptions traditionnelles de l'apprentissage en mathématiques qui a un impact majeur sur les contenus du programme et sur la façon de les ordonner. Une remise en question aussi fondamentale ne pouvait avoir lieu sans une expérimentation préalable suivie et sérieuse. Ainsi, avant de procéder à la première édition du volume de sixième année, quatre éditions de rodage ont été nécessaires. Ces quatre années de mise au point ont de plus été précédées de deux années d'expériences exploratoires. Ces six années ont permis aux auteurs de passer de très nombreuses heures en classe, de discuter avec un très grand nombre d'élèves et d'enseignants-es pour procéder aux ajustements qui étaient absolument nécessaires en pareilles circonstances. Ces nombreuses années d'expérimentation nous ont permis d'élaborer un manuel et un guide d'enseignement éprouvés et dignes de confiance.

Par contre, nous avons découvert que ce souci de validation est loin de constituer la règle et que rares sont les méthodes qui font au moins l'objet d'une année d'expérimentation préalable, du moins en mathématiques. L'apprentissage demeure un acte complexe encore trop peu compris pour que des concepteurs, si doués soient-ils, élaborent des centaines d'heures d'activités dans des officines feutrées, sans les soumettre à un élémentaire contrôle de réalisme et d'efficacité.

Enfin, le succès de l'approche préconisée dans *Défi Mathématique* ne se dément pas, et son développement ne laisse plus de doute quant à l'efficacité de ce mode d'enseignement auprès des jeunes.

2. **La présence de la calculatrice en classe ne risque-t-elle pas de rendre les enfants paresseux?**

Personne ne peut nier que l'avènement des ordinateurs et, plus particulièrement, la très grande accessibilité des calculatrices aient bouleversé nos conceptions de ce qu'il faut enseigner en arithmétique. Il faut bien comprendre que ces formidables machines permettent actuellement à un handicapé intellectuel de réaliser en un tournemain des performances qui, il y a vingt ans à peine, lui auraient valu l'admiration des maîtres les plus exigeants. Face à cet envahissement, l'école doit choisir : feindre l'ignorance ou rajuster ses objectifs.

Quant à nous, nous avons opté pour intégrer la calculatrice dans l'apprentissage. Cette année encore, votre enfant devra s'en servir efficacement pour résoudre un certain nombre de problèmes. Cependant, il n'est absolument pas question d'éliminer pour autant le calcul écrit. Celui-ci demeure absolument essentiel, car il concrétise la compréhension de toutes ces techniques qu'on apprenait souvent par coeur jadis et dans lesquelles nous avons tant investi, lors des premières années du primaire, pour développer une véritable appropriation.

L'avènement du calcul électronique oblige l'élève d'aujourd'hui à dépasser en qualité tout ce que nous exigeons auparavant en calcul mental. Seul un cerveau alerte peut utiliser convenablement une machine à calculer qui n'est certes pas une garantie de bonnes réponses, vu les grands risques d'erreurs de manipulation. *Défi Mathématique* exige beaucoup en calcul écrit et plus encore en calcul mental.

Enfin, si la calculatrice laisse à l'élève plus de temps pour réfléchir à diverses facettes de la résolution de problèmes, elle permet en plus des explorations jusque-là impensables.

La calculatrice est donc pour nous une alliée de l'apprentissage, et nous vous invitons, si ce n'est déjà fait, à en procurer une à votre enfant.

3. **Qu'est-ce que le jeu d'échecs vient faire en mathématiques?**

Défi Mathématique est une méthode d'enseignement qui permet de développer le raisonnement des élèves, mais ce n'est pas là une nouveauté. Depuis toujours, l'enseignement des mathématiques se consacre à cet important objectif. Ce qui est nouveau, c'est l'intention, tout aussi importante, de permettre à l'élève de développer et d'exercer son **jugement**. Le jugement est une faculté reliée à la créativité, à l'autonomie, à la versatilité et, surtout, à la confiance en soi. Cette liberté de l'esprit ne se développe pas spontanément, et l'environnement familial y contribue abondamment. L'école aussi doit permettre l'épanouissement du jugement, et les mathématiques, en particulier, sont un lieu privilégié de manifestations du jugement.

C'est pourquoi il importe d'imaginer des activités où l'élève peut exercer ses initiatives, et le jeu d'échecs est l'une des plus riches occasions d'y arriver. Bien sûr, ici, c'est la forme qui l'emporte sur le contenu, car il

n'est pas essentiel d'être fort aux échecs pour apprécier les nombreux défis qui parsèment une partie. D'autres activités de cette nature sont également prévues dans *Défi Mathématique*, notamment l'initiation à la Bourse et les problèmes Méli-Mélo.

De plus, le jeu d'échecs sollicite plusieurs habiletés et aptitudes chères à l'enseignement des mathématiques et à la démarche de résolution de problèmes : l'anticipation, l'analyse séquentielle, la formulation et le traitement d'hypothèses, l'organisation spatiale, le développement de la mémoire et la concentration.

Le jeu d'échecs est probablement le plus formidable partenaire que nous ayons eu dans notre volonté de rendre agréable l'apprentissage des mathématiques. Il n'est pas nécessaire que les mathématiques soient austères et froides pour former la pensée de nos jeunes.

4. **Comment puis-je aider mon enfant?**

Cette question, la plus fréquente, demeure pour nous la plus importante. Il est essentiel que les parents jouent leur rôle. Mais lequel?

Nous ne croyons pas que les parents doivent «s'enlever du chemin» et laisser l'école faire son travail. Notre expérience nous a montré que le soutien des parents est un facteur qui accompagne très souvent le succès des enfants. Nous savons aussi qu'il est illusoire de penser que les parents vont jouer le rôle d'enseignant alors que des enseignants-es de carrière ont dû suivre des stages de perfectionnement et vivre deux années d'appropriation souvent difficiles avant d'enseigner *Défi Mathématique* avec aisance.

Dans ce contexte, les conseils qui suivent vous permettront d'aider votre enfant. N'hésitez pas à dire, d'entrée de jeu, que vous ne pouvez lui montrer constamment quoi faire, car plusieurs sujets sont nouveaux pour vous ou différents de ce que vous avez étudié. Proposez une exploration à deux, *d'égal à égal*.

Quand votre enfant travaille avec vous :

- Exigez toujours qu'il justifie ce qu'il fait : «Pourquoi fais-tu cela?», «Pourquoi le fais-tu de cette façon?», «Montre-moi ce que tu veux dire avec ton matériel...»
- N'hésitez jamais à le laisser utiliser du matériel ou des dessins. Vous pourrez ainsi mieux comprendre ses méthodes et ses difficultés.
- Évitez de tout expliquer, de raconter comment faire et de dire que les méthodes que vous avez apprises sont bien plus efficaces. Cela place votre enfant devant le douloureux choix de vous croire ou... de suivre sa classe et son enseignant-e. Cherchez plutôt à préciser les données des problèmes et à comprendre les procédés que suit votre enfant.
- Si vos méthodes diffèrent des siennes, invitez-le à comparer les deux façons de faire et, s'il y a lieu, à en faire ressortir les ressemblances et les différences. Il y a souvent peu d'écart, malgré les apparences.
- Placez-vous le plus possible dans la position où c'est vous qui êtes son élève. Commettez quelques maladresses et laissez-le vous corriger. Votre enfant doit apprendre à avoir confiance en ses moyens. Ayez confiance en lui et valorisez ses efforts.
- Ne le bousculez pas. Profitez de cette période de travail pour discuter avec lui. Si vous vous retrouvez dans une impasse, invitez-le à en discuter avec son enseignant-e le lendemain. Ne vous cantonnez pas dans le rôle de l'éternel critique du système, car votre enfant a besoin de sentir que ses apprentissages ont un sens.
- Plus que tout, faites preuve d'humour. Amusez-vous et acceptez les erreurs et les maladresses comme des étapes utiles et nécessaires. Rappelez-vous comment il lui a fallu culbuter avant de marcher avec adresse. L'erreur est l'amie de l'apprentissage. N'en faites pas une ennemie à abattre.

Les unités du livre de l'élève

Logique

Bloc A

Nous poursuivons cette année l'étude d'énigmes logiques de toutes sortes. Ces problèmes exigent une lecture attentive et l'agencement de données qu'il faut combiner méthodiquement. Ces casse-tête logiques développent autant le jugement que le raisonnement.

Bloc B

Le bloc B poursuit l'apprentissage du jeu d'échecs. Sans chercher à rendre les élèves experts, nous tenterons de polir certaines facettes de leur jeu : l'ouverture et la finale.

Bloc C

En plus d'initier les élèves à la Bourse, nous aborderons des concepts simples de l'économie. Cette introduction sans prétention n'en constitue pas moins une formidable occasion d'appliquer de nombreux concepts mathématiques, notamment l'utilisation et la construction de diagrammes variés. Pour ceux et celles qui croient que ces sujets ne font pas partie du « vécu » des enfants de cet âge, nous laisserons les élèves répondre eux-mêmes par l'enthousiasme et l'intérêt qu'ils ne manqueront pas de manifester, nous le savons.

Bloc D

Les activités de ce bloc explorent l'idée de schématisation. Plusieurs situations problématiques sont infiniment plus faciles à résoudre lorsqu'on les dépouille d'un certain nombre d'ingrédients non essentiels. La schématisation simplifie les liens qui unissent les données d'un problème. La théorie des graphes planaires fournit un bel exemple d'une telle démarche.

Numération et opérations

Bloc A

Au travers de quelques épisodes historiques importants, votre enfant révisera les aspects fondamentaux de notre système de numération. En lui présentant d'autres systèmes chiffrés et certains bouliers anciens, notre unique objectif est de renforcer et d'enrichir sa compréhension du système moderne.

Bloc B

Nous visons ici l'acquisition de techniques de calcul efficaces. Les preuves sont étudiées pour permettre un moyen de contrôle simple. La calculatrice est également étudiée. Pour le calcul mental, des activités spécifiques encouragent l'élève à développer ses habiletés. On ne s'étonnera pas de voir son enfant opérer de gauche à droite ou recourir à des procédés différents de ceux enseignés traditionnellement.

Bloc C

En guise de synthèse, nous proposons cette activité qui oblige l'élève à appliquer de nombreuses habiletés mathématiques. Puisqu'il s'agit de problèmes relatifs à certaines données du système solaire, les parents pourraient nous simplifier l'existence en guidant l'enfant dans ses lectures. Techniques de calcul et procédés symboliques divers sont mis à contribution.

Fractions

Bloc A

Dans une société de plus en plus sollicitée par les jeux de hasard, l'étude des probabilités s'impose, autant pour la compréhension des concepts en jeu que pour une certaine éducation au phénomène lui-même. Les fractions servent à exprimer les probabilités.

Bloc B

Il est maintenant temps d'appliquer les techniques de calcul aux fractions. L'occasion est belle de généraliser et de prolonger le sens des quatre opérations de base.

Bloc C

L'étude des nombres à virgule trouve son application première en mesure. Le système international d'unités (SI) occupe donc tout l'espace important en ce domaine cette année. Ici encore, la contribution des parents peut être fort précieuse en prolongeant à la maison le travail d'initiation entrepris en classe.

Géométrie

Bloc A

L'étude des solides géométriques peut être passionnante, et les activités de ce bloc y contribuent. Reconnaître une construction à partir de quelques photographies n'est pas une mince affaire. Il faut mettre en oeuvre des habiletés spatiales et logiques non élémentaires. Plusieurs jeux de construction, sans oublier de nombreux logiciels, peuvent prolonger ces activités en dehors de la classe.

Bloc B

Les dessins animés créent l'illusion du mouvement. Des images successives où l'on a procédé à de subtils déplacements des éléments dessinés nous laissent croire à un certain mouvement.

Ces mouvements (rotations et translations) sont étudiés, de même que la symétrie.

Bloc C

Votre enfant découvrira les procédés antiques qui ont permis à nos ingénieurs ancêtres géomètres de tracer des figures géométriques impeccables. Muni-e d'une règle non graduée et d'un compas, il-elle devra déployer technique et ingéniosité pour tracer diverses constructions géométriques planes. Le concept de pente sera également exploré.

Méli-Mélo

Les problèmes de cette unité présentent les plus grands défis à l'intelligence de votre enfant. Ils touchent des sujets variés et réclament, plus que tous les autres, un bon jugement et des raisonnements rigoureux. C'est aussi la seule unité où il n'y a pratiquement aucune connaissance mathématique visée. Plus que jamais, c'est le processus qui importe, et non la seule réponse. Il ne faut pas oublier que les mathématiques constituent essentiellement la science de la résolution de problèmes. Il demeure donc primordial de fournir aux élèves de nombreuses occasions de développer leurs habiletés en ce domaine.

Lexique

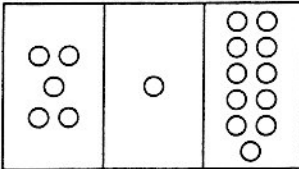
Voici l'ensemble des abréviations ou des signes employés et leur signification :

I, V, X, L, C, D, M et \bar{X}

chiffres romains représentant 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1 000, et 10 000

12 703,04

douze mille sept cent trois et quatre centièmes, forme nouvelle de 12,703.04 (qui n'est plus usitée)



nombre 521 représenté sur un abaque appelé *planche à calculer*

\Leftrightarrow

est équivalent à

$>$

est plus grand que

$<$

est plus petit que

$=$

est égal à

$+$, $-$, \times , $\sqrt{\quad}$

symboles désignant l'addition, la soustraction, la multiplication et la racine carrée

\div ou $\frac{\quad}{\quad}$

symboles de division (par exemple $369 \div 3 = \frac{369}{3}$)

%

symbole du pourcentage signifiant «sur cent»

¢

symbole d'un cent

\$

symbole du dollar

u

unité

d

dizaine

c

centaine

u.m

unité de mille

d.m

dizaine de mille

c.m

centaine de mille

mm

millimètre

cm

centimètre

dm

décimètre

m

mètre

m^2

mètre carré

m^3

mètre cube

L

litre

mL

millilitre

g

gramme

kg

kilogramme

°C

degré Celsius

°

degré

a , b , x , y ,...

variables, c'est-à-dire nombres déguisés

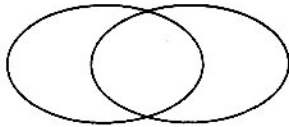


diagramme de Venn



pions



cavaliers



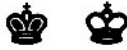
fous



tours

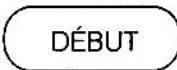


reines



rois

Les formes des ordigrammes:



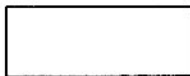
Départ de l'exécution



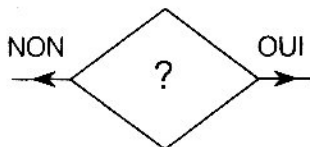
Arrêt de l'exécution



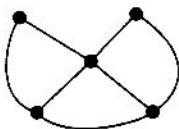
Entrée ou sortie des données



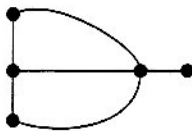
Traitement (ou opération sur) des données



Décision à prendre (oui ou non)



Graphe planaire ayant 5 noeuds et 7 branches



Graphe ouvert et non simple



Graphe simple et fermé

PORTRAIT DE MA CLASSE : JE SAIS DÉJÀ

Cette activité vous permet de prendre un premier contact avec vos élèves en mathématiques. Elle dure de sept heures à dix heures et devrait être réalisée au début de septembre, avant d'aborder les unités d'apprentissage. Nous vous recommandons de lire le texte au complet avant de commencer. Vous pourrez ainsi prévoir le matériel nécessaire et déceler dans quel but cette activité a été conçue.

Les questions proposées servent à animer la discussion qui doit prendre place entre vous et vos élèves. Multipliez donc les questions telles que «Comment sais-tu cela?», «Es-tu certain?», «Peux-tu me le montrer avec du matériel?», etc. Nous vous suggérons d'ailleurs quelques pistes en ce sens. L'important, lors de cette activité, sera non pas de noter les bonnes réponses, mais d'observer les justifications qu'en donnent les élèves. Sont-elles assurées ou timides? Sont-elles abstraites ou concrètes? Sont-elles accompagnées de manipulation? Quels sont les arguments? Font-ils preuve de jugement?

Ne vous gênez pas pour proposer des solutions bonnes ou mauvaises, après avoir obtenu les réponses des élèves. Il s'agit d'une activité d'évaluation et non d'une activité d'apprentissage; il n'est pas important que l'on trouve les bonnes solutions. Malgré cela, vous constaterez que vos élèves ont des acquis intéressants en mathématiques et qu'ils peuvent résoudre des problèmes.

De cette activité peut dépendre la tournure que prendra votre enseignement des mathématiques. Alors, détendez-vous, amusez-vous. Jouez des tours à vos élèves en vous trompant lorsque vous comptez, feignez de douter de leurs solutions et des vôtres, demandez des preuves. Donnez libre cours à tout l'humour dont vous pouvez faire preuve, de façon que l'erreur ne paralyse pas les élèves et ne leur enlève pas le goût de proposer d'autres solutions.

Quand cette activité d'évaluation sera terminée, vous aurez sans doute pris goût à ce style de travail. Alors, il ne vous restera plus qu'à l'adopter pour le reste des activités de l'année. C'est dans cet esprit que la série *Défi Mathématique* a été conçue.

Il est important que vous sachiez que tous les problèmes proposés ici ne sont pas nécessairement des problèmes portant sur des préalables. Certains traitent de sujets sur lesquels nous reviendrons cette année.

Votre défi est énorme. Vous devrez apprendre à vos élèves à avoir confiance en eux-mêmes et à prendre leurs erreurs avec humour. Rien de tel pour y arriver que d'en commettre vous-même et de vous laisser corriger par eux. Cette activité vous permettra d'obtenir le portrait de votre classe et montrera à votre groupe quel-
le enseignant-e vous êtes et ce que vous attendez d'eux.

Si vos élèves n'ont pas travaillé avec *Défi Mathématique* 5 l'année dernière, il se peut qu'ils hésitent à répondre aux problèmes qui suivent. Ils ne sont peut-être pas habitués à se lancer dans un problème nouveau et à justifier leur démarche. Dans ce cas, vous devrez faire preuve de patience et de compréhension face à leurs hésitations. Dans certains cas, il serait même opportun de remplacer certaines unités par les unités des années précédentes.

Objectifs de l'activité

1. L'enseignant-e se donne un portrait global des compétences mathématiques de sa classe.
2. L'enseignant-e montre à ses élèves son style d'enseignement.
3. L'enseignant-e établit un climat propice à l'apprentissage en traitant avec humour les erreurs et les difficultés de parcours de ses élèves.

Déroulement

Au début du manuel de l'élève, vous trouverez une série de 13 problèmes intitulée «Je sais déjà». Proposez à votre classe ces problèmes. Dans un premier temps, chaque élève tentera de solutionner les problèmes par écrit, puis on procédera à une mise en commun. Vous pouvez leur demander de résoudre deux ou trois problèmes seulement avant de faire le retour collectif. Il est déconseillé de soumettre l'épreuve au complet par écrit avant d'amorcer les discussions de groupe. Faites plutôt alterner les périodes individuelles de travail avec des périodes de discussions collectives.

Il peut être intéressant de recueillir les feuilles des élèves afin d'obtenir une première évaluation. Les mises en commun vous serviront alors à vérifier certaines forces ou certaines faiblesses manifestées dans l'épreuve

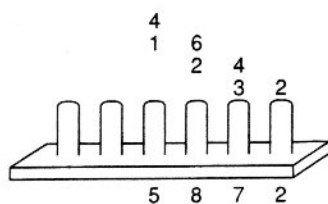
écrite. Il est préférable que le retour sur la partie écrite soit réalisé une journée après l'épreuve, afin que vous puissiez la corriger avant les discussions.

Je sais déjà

Les questions suivantes peuvent vous servir à animer les retours sur les activités de l'épreuve écrite. Ajoutez vos propres questions d'éclaircissement, au besoin.

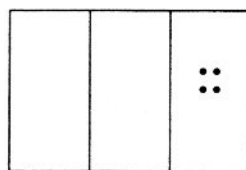
Question 1

Les énoncés (a) et (g) sont faux. Pour vérifier ces égalités, évitez de transformer chaque terme en un nombre pour faire ensuite la somme. Faites plutôt jouer les élèves sur la valeur positionnelle. Par exemple, pour (h) :

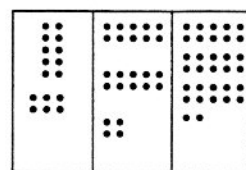


sur l'abaque

ou



sur les planches à calcul



$$\begin{aligned} \text{ou } & 4 \text{ u.m} + 16 \text{ c} + 24 \text{ d} + 32 \text{ u} \\ & = 5 \text{ u.m} + 6 \text{ c} + 24 \text{ d} + 32 \text{ u} \\ & = 5 \text{ u.m} + 8 \text{ c} + 4 \text{ d} + 32 \text{ u} \\ & = 5 \text{ u.m} + 8 \text{ c} + 7 \text{ d} + 2 \text{ u} \end{aligned}$$

Question 2

Ces questions sont très importantes du point de vue de la compréhension.

- a) C'est la décomposition (f).
- b) C'est la décomposition (e).
- c) C'est la décomposition (h).

N'y a-t-il pas de multiples façons de décomposer un nombre? Par exemple :

$$5\,872 = 6 \text{ u.m} - 1 \text{ c} - 2 \text{ d} - 8 \text{ u.}$$

Et quoi encore?

Question 3

- a) Il y a erreur dans l'échange des unités de mille aux centaines. Nous devrions voir 34 centaines, puis 30 centaines.

Note : En fait, pour effectuer une telle division, il s'agit d'obtenir une décomposition où chaque coefficient est un multiple du diviseur. Cette technique est exactement de même nature que celles qui sont ici très répandues :

Technique française

$$\begin{array}{r} 33\,485 \quad | \quad 5 \\ \underline{(30)} \\ 34 \\ \underline{(30)} \\ 48 \\ \underline{(45)} \\ 35 \end{array}$$

Technique anglaise

$$\begin{array}{r} 6\,697 \\ 5 \overline{) 33\,485} \\ \underline{(30)} \\ 34 \\ \underline{(30)} \\ 48 \\ \underline{(45)} \\ 35 \end{array}$$

Seuls le mode d'alignement et la disposition varient dans ces trois algorithmes très apparentés.

- b) Cette fois, l'erreur est commise en faisant l'échange des dizaines aux unités. Il faudrait voir 17 unités puis $16 + 1$ et :

$$\begin{array}{r|c|c|c|c|c|c} 9 & 3 & 0 & 5 & 7 & & 4 \\ \hline 8 & 12 & 8 & 24 & 16 & + & 1 \end{array}$$

Réponse : 2 3 2 6 $4 + \frac{1}{4}$

Note : L'expression $10 \div 4 = 2$ reste 2 est fausse en mathématiques. La démonstration suivante suffit à illustrer pourquoi : $10 \div 4 = 5 \div 2 = 2$ reste 1 conduit à dire que 2 reste $2 = 2$ reste 1, ce qui est inacceptable.

Bien qu'on les ait longtemps enseignées ainsi dans la plupart des manuels, les expressions de division avec reste sont des erreurs. Normalement, la division avec l'idée du reste s'exprime ainsi : $2 \times 4 + 2 = 10$. Cette forme s'appelle la **division euclidienne**. L'expression d'un reste dans une égalité entraîne des aberrations plutôt spectaculaires, comme la suivante : $0,8 \div 12 = 8 \div 120 = 0$ reste 8; donc, $0,8 \div 12 = 0$ reste 8 par transitivité de l'égalité!

Question 4

Ce type de soustraction utilise la *compensation* comme procédé de base.

On pourrait dire que la soustraction du point (a), par exemple, est remplacée par :

$$\begin{array}{r} 5c + 3d + 12u \quad \text{soit} \quad 542 \\ - 2c - 2d - 9u \quad \quad \quad - 229 \\ \hline \end{array}$$

Le résultat est le même que celui qui est recherché.

Cette technique n'a peut-être pas déjà été enseignée à vos élèves. L'objectif, ici, est de les obliger à se pencher sur un algorithme pour l'analyser, et non pour le maîtriser.

d)

$$\begin{array}{r} 4^1 5^1 0 5^1 8 \\ - 1^1 9 6 2^1 9 \\ \hline 2 5 4 2 9 \end{array}$$

Question 5

Pour chaque opération, invitez un élève à présenter sa technique au tableau. Toutes les étapes devraient être justifiées : «J'échange 10 unités de mille contre 1 dizaine de mille...» Surtout, recherchez des algorithmes différents. Vos élèves en ont vu au moins deux pour chaque opération.

- a) Connaissez-vous la technique des tirets? Elle procède de la gauche vers la droite :

$$\begin{array}{r} 25\ 893 \\ + 46\ 409 \\ \hline 61\ 292 \text{ (première écriture)} \\ 72\ 202 \text{ (deuxième écriture)} \\ 72\ 302 \text{ (troisième écriture)} \end{array}$$

- c) La multiplication en *zigzag* est très efficace en calcul mental. Elle aussi procède de la gauche vers la droite.

$$\begin{array}{r} 43\ 927 \\ \times \quad 8 \\ \hline 324\ 266 \\ 27\ 15 \\ \hline 351\ 416 \end{array}$$

- d) Plusieurs procédés sont possibles dont :

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 6 \\ \hline 138 \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{r} 138 \\ \times 4 \\ \hline 552 \end{array}$$

ou $\begin{array}{r} 7 \\ 23 \end{array}$

$\times 24$

552 (soit $24 \times 3 = 72$ puis $24 \times 2 + 7 = 55$,
comme pour une multiplication par un nombre à un chiffre) ou autres formes justifiées.

Question 6

Il s'agit évidemment d'un problème-piège et il est permis de se demander à quoi cela peut bien servir ici. Rappelons qu'il est important de garder en éveil le **jugement** de nos élèves. Le fait de se faire bêtement attraper devrait décourager la somnolence, surtout si vous préparez soigneusement la mise en scène.

- Apportez un câble de deux mètres pour la correction de ce problème. Suspendez-le bien en vue (à une heure) et demandez ensuite de le mesurer de nouveau, mais à toutes les dix minutes, pour voir s'il s'étire lentement... ou par coups.
- Surtout, faites preuve d'humour. Certains (ceux qui ont été piégés) se souviendront longtemps de ce petit moment de faiblesse... Tant mieux. Ils n'en seront que plus vigilants à l'avenir.

Question 7

Les élèves sont habitués à ce genre de grille. Procédez à une solution collective pour la correction. Invitez un élève à produire une déduction convaincante qui conduira à placer une lettre. Poursuivez avec un autre élève, toujours en l'obligeant à prouver son point. Encouragez les discussions entre élèves. Des échanges corsés sont à prévoir...

Les premières lettres sont un peu plus difficiles à placer. Voici un exemple de quelques déductions possibles.

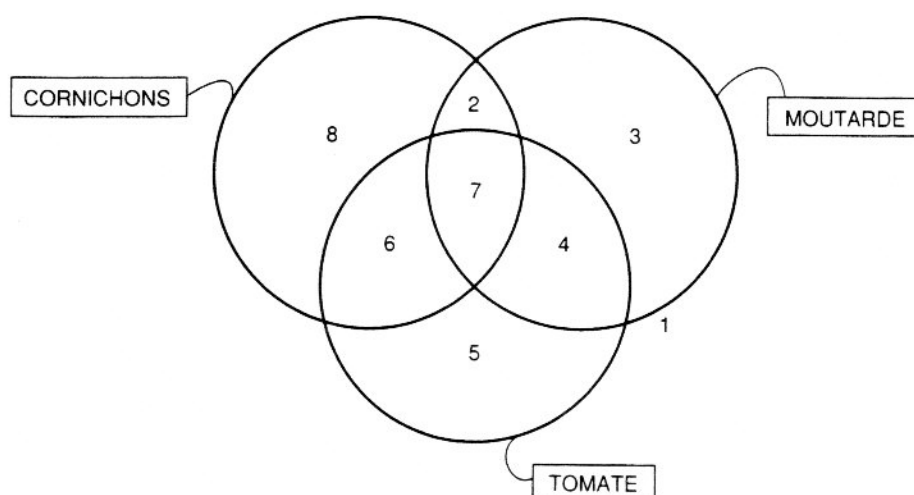
- 1) K est donc en bas, à droite.
- 2) L est sous I et I sous O pour compléter la colonne de droite.
- 3) H et N sont faciles à placer; C aussi.
- 4) A peut être placé; J aussi.
- 5) On place P.
- 6) Les indices E, M et D ne permettent ensuite qu'une seule disposition.
- 7) On place facilement les trois autres lettres.

A	N	H	O
D	J	C	I
M	B	G	L
F	E	P	K

Il y a d'autres déductions systématiques possibles.

Question 8

Pour solutionner un problème de ce type, il est fort utile de recourir à un diagramme comme le suivant :



Il y avait 36 invités.

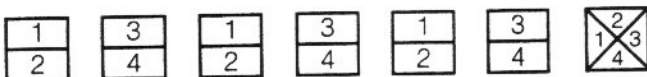
Question 9

Il y a plusieurs partages possibles dont :



Les numéros indiquent chaque part parmi les quatre.

et



Soulignez qu'il est possible d'exprimer cela avec une phrase mathématique. Il y a, ici aussi, plusieurs phrases possibles dont :

$$7 \div 4 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\text{ou } 7 \div 4 = 1 \frac{3}{4}$$

$$\text{ou } 7 \div 4 = \frac{7}{4} \text{ (Ce qui rappelle le lien d'identité entre le signe } + \text{ et le trait horizontal de division.)}$$

Question 10

Cette situation permet des trouvailles fascinantes si vous acceptez d'explorer des pistes inhabituelles.

a) $3 \times \frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ou...

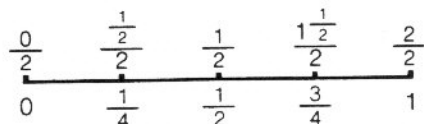
b) $6 \times \frac{1}{8}$ ou...

c) $\frac{1}{2} + \frac{2}{8}$ ou...

d) $\frac{1}{2} + (\frac{1}{2} \div 2)$ ou mieux encore : $\frac{1 \frac{1}{2}}{2}$ (voir la note).

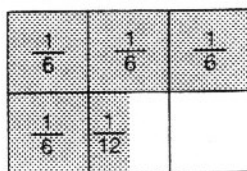
Note : Nous reviendrons cette année sur ces fractions « empilées ». Nous nous contenterons, pour l'instant, de souligner qu'elles sont la simple traduction des perceptions que nous inspirent ces situations. Par exemple, au point (d), $\frac{3}{4}$ est obtenu en prenant un demi et un « demi-demi », soit $1 \frac{1}{2}$ demi...

On peut le voir sur une droite numérique :



★ e) $\frac{4}{6} + \frac{1}{12}$ ou $\frac{4}{6} + \frac{1}{6}$ ou...

Ce qui est traduit directement à partir de l'illustration :



★ f) $\frac{3 \frac{3}{4}}{5}$ ou...

★ g) $\frac{5 \frac{1}{4}}{7}$ ou...

Question 11

Ici aussi, exploitez *dessins*, *pliages* et *perceptions*. Les techniques symboliques n'ont pas fait l'objet d'un apprentissage systématique. Travaillez au niveau intuitif.

a) $\frac{10}{8}$ ou... b) $\frac{1}{2}$ ou... c) $5 \frac{3}{4}$ ou... d) $\frac{5}{4}$ ou...

- e) $\frac{6}{5}$ ou... f) $\frac{1}{6}$ ou... g) $-\frac{1}{10}$ ou... h) $\frac{3}{8}$ ou...

Question 12

N'hésitez pas à distribuer les centicubes, mais laissez d'abord vos élèves essayer sans le matériel.

C'est le château (d) qui est décrit.

Question 13

Note : Il est évident que les apprentissages les plus touchés par la période des vacances sont les définitions et les connaissances qui ne peuvent être que mémorisées. Soyez donc indulgent-e ici, mais profitez-en pour réactiver ces connaissances.

- a) 2, 3 et 4.
b) 4 et 6.
c) 1 : hexagone régulier.
2 : carré.
3 : trapèze rectangle.
4 : quadrilatère.
5 : pentagone.
6 : octogone.
7 : triangle équilatéral.
d) 1 : 120°
3 : 90°
7 : 60°

LES UNITÉS D'APPRENTISSAGE

Jeu-questionnaire

Objectifs

La série *Défi Mathématique* vise à créer trois types distincts mais complémentaires de compétences, à savoir :

- la *compréhension*, qui permet d'établir la pertinence des concepts, des formes et des techniques et leurs justifications pour les relier les uns aux autres;
- les *habiletés*, qui constituent des savoir-faire (techniques opératoires, utilisation d'instruments, etc.);
- les *connaissances*, qui permettent de nommer, de codifier ou de mémoriser certaines notions.

La collection exploite la résolution de problèmes non seulement comme un contenu mathématique particulier, mais surtout comme une démarche pour tous les aspects de l'apprentissage des mathématiques.

Le jeu-questionnaire s'intéresse notamment aux *connaissances mathématiques*. Dans les pages de préparation (manuel de l'écopier), les élèves parcourent un glossaire plus dynamique que ceux qu'on inclut habituellement dans les manuels de mathématiques. Afin de la rendre plus excitante, nous présentons cette partie de l'apprentissage sous forme de jeu-questionnaire. Nous avons prévu quatre catégories de questions, à savoir Géométrie, Arithmétique, Mesure et Calcul rapide.

Aux premiers échelons scolaires, nous avons surtout insisté sur la compréhension des mathématiques. C'est avec *Défi Mathématique 4* que nous avons commencé à mettre davantage l'accent sur les habiletés et les connaissances mathématiques. Nous tenons cependant à souligner que la compréhension doit conserver la priorité car, sans elle, l'apprentissage devient dressage et confine à la répétition d'année en année.

Organisation et préparation

Dès septembre, annoncez aux élèves les règles de fonctionnement du jeu. Formez les équipes et décrivez le type de préparation qu'elles auront à faire.

Pour les équipes, séparez votre classe en deux camps, que nous désignerons par A et B. Chaque camp se divisera ensuite en trois équipes, soit A1, A2 et A3, de même que B1, B2 et B3. Ainsi, pour une classe de 28 élèves, on pourrait avoir :

A1 et B1 : 5 élèves par équipe;

A2 et B2 : 5 élèves par équipe;

A3 et B3 : 4 élèves par équipe.

Une équipe devrait compter au moins 4 joueurs et au plus 6. Au besoin, certains élèves pourraient faire partie de deux équipes afin d'équilibrer les forces. Les trois équipes A sont partenaires, les équipes B aussi. Si vous avez moins de 24 élèves, formez deux équipes par camp au lieu de trois. Au moins deux semaines avant l'épreuve, les élèves savent sur quoi porteront les questions. Ainsi, à la première épreuve, annoncez que les sujets seront ceux des pages Géométrie 1, 2 et 3, Arithmétique 1 et 2, Mesure 1 et Calcul rapide 1, 2 et 3 (Jeu-questionnaire : je me prépare). La préparation pourrait se faire à la maison (devoirs), dans les temps libres ou lors de périodes structurées en classe. À l'épreuve suivante, *les sujets précédents demeurent* et de nouveaux sujets (par exemple, Arithmétique 3, Géométrie 4, Mesure 2 et Calcul rapide 4) s'ajoutent.

Toutefois, avant d'ajouter de nouveaux thèmes, assurez-vous que ceux que vous avez déjà proposés soient maîtrisés de façon satisfaisante par la plupart des élèves. Plusieurs de ces fiches sont sensiblement les mêmes que celles de *Défi Mathématique 5*.

Nous vous suggérons de proposer le jeu-questionnaire à toutes les trois ou quatre semaines environ.

Déroulement

Le jeu-questionnaire se déroule en deux parties :

1. Les rencontres entre équipes, soit A1 contre B1, A2 contre B2 et A3 contre B3.
2. Une épreuve écrite soumise à tous en même temps et *corrigée entre camarades*.

Les points sont alors totalisés (rencontres et épreuve écrite). Cela permet de déterminer le camp gagnant (A ou B) et l'équipe vedette (A1, A2, etc.). Les points obtenus pourraient être répartis dans un classement cumulatif.

Note : Pour mettre un peu de piquant, remettez deux trophées : l'un pour l'équipe vedette de chaque épreuve et l'autre pour le meilleur camp au cours de l'étape. Si votre budget est limité, une ampoule électrique peinte argent ou or sur un socle de bois fera un trophée original... et peu coûteux.

Les rencontres entre équipes opposent une équipe du camp A à une équipe du camp B (comptant chacune le même nombre de joueurs) par épreuve. Le jeu comprend trois rencontres, ce qui permet la participation des six équipes.

Toutes les rencontres entre équipes se déroulent de la même façon : les questions-défis d'abord, les questions jumelées ensuite.

Les questions-défis

Le premier joueur de l'équipe A1 défie l'un des joueurs de l'équipe B1, par exemple, en géométrie. L'enseignant-e pose une question de la catégorie Géométrie au joueur défié. Si sa réponse est correcte, elle donne 10 points. Si la réponse est erronée, le joueur de l'équipe A, ayant lancé le défi, peut répondre. Une bonne réponse dans ce cas vaut 5 points. Si cette deuxième réponse est également fausse, l'un des joueurs de l'équipe B1 peut répondre et obtenir 5 points. C'est ensuite au joueur défié de l'équipe B1 de lancer un défi à un joueur adverse (jusqu'à ce que tous aient été défiés) dans la catégorie de son choix (Mesure, Géométrie, Arithmétique ou Calcul rapide).

Un joueur ne peut être défié deux fois lors de la même rencontre. Cinq secondes de réflexion sont accordées à chaque question (posée oralement).

Les questions jumelées

Chaque joueur est jumelé à un adversaire. L'enseignant-e questionne d'abord le joueur de l'équipe A1. Si ce dernier répond correctement, il recueille 10 points. Si sa réponse est incorrecte, le joueur de l'équipe B1 à qui il est jumelé peut répondre et gagner 10 points. Quand tous les joueurs de l'équipe A1 ont été questionnés, l'enseignant-e s'adresse aux joueurs de l'équipe B1 de la même façon. Cinq secondes de réflexion sont accordées à chaque question (posée oralement).

Pour deux équipes de cinq joueurs, ces deux séries renferment 20 questions au total (10 questions-défis et 10 questions jumelées).

L'épreuve écrite

Les questions sont proposées à toute la classe simultanément (oralement, au tableau ou sur papier). Un délai d'une minute par question est accordé. Chaque question vaut 2 points (pour une bonne réponse, sinon 0 point).

Questions : rencontres

Afin d'illustrer un jeu-questionnaire type, nous vous proposons un exemple (Géométrie 1, 2 et 3, Arithmétique 1 et 2, Mesure 1 et Calcul rapide 1, 2 et 3).

Questions-défis et questions jumelées

Géométrie

1. À quel solide ressemble une pièce du jeu de dames? ☐ Cylindre. ☐
2. Un oeuf a-t-il la forme d'un polyèdre? ☐ Non. ☐
3. Combien de côtés un octogone possède-t-il?
4. Vrai ou faux?
 - Un polygone a toujours des côtés bien droits.
 - Un polygone peut avoir exactement 6 côtés.
 - Les quadrilatères sont tous des polygones.
 - Un polygone peut avoir exactement 2 côtés. ☐ Faux. ☐
 - Le carré est un hexagone. ☐ Faux. ☐
5. Combien un cube a-t-il d'arêtes? ☐ 12. ☐
6. Nomme un objet de la classe qui ressemble à un polyèdre.
7. Qu'est-ce qu'un décagone?
8. Si un polygone a 5 côtés, combien de sommets a-t-il?
9. Comment dit-on *sept* en grec?
10. Nomme un objet qui ressemble à une sphère.
11. Combien de côtés un dodécagone a-t-il?
12. Combien un cône possède-t-il d'arêtes? ☐ Une seule. ☐

13. Comment dit-on *huit* en grec?
14. Combien de sommets y a-t-il sur une pyramide à base pentagonale? ☐ Six. ☒

Arithmétique

1. Nomme un nombre premier compris entre 57 et 65.
2. Nomme un nombre impair compris entre 105 et 116.
3. Nomme un nombre carré plus grand que 20 et plus petit que 40.
4. Lequel de ces nombres est triangulaire? 2, 6, 8, 9, 7.
5. Nomme un nombre composé plus grand que 100.
6. Lequel de ces nombres est pair? 1 001, 705, 846, 711, 5 013.
7. Lequel de ces nombres est impair? 1 000, 808, 2 004, 725, 900.
8. Je suis un nombre carré et triangulaire. Qui suis-je? ☐ 0 ou 1. ☒
9. Je suis un nombre pair et impair. Qui suis-je? ☐ Aucun. ☒
10. Je suis le plus petit nombre impair. Qui suis-je?
11. Nomme un nombre triangulaire plus grand que 10 et plus petit que 30. ☐ 15, 21 ou 28. ☒
12. Nomme un nombre pair plus grand que 5 000.
13. Nomme un nombre impair plus petit que 1 200.
14. Quel est le nombre premier le plus rapproché de 80? ☐ 79. ☒
15. Le nombre 28 est un nombre triangulaire comptant 7 étages. Quel est le nombre triangulaire suivant? ☐ 36. ☒
16. Lequel de ces nombres est premier? 100, 125, 223, 452.

Mesure

1. Comment pourrait-on mesurer le périmètre du plancher de notre classe? ☐ En mesurant la longueur du contour ou l'équivalent. ☒
2. On place 8 réglettes blanches côte à côte sur une ligne. Quel est le périmètre du rectangle formé par la base de cette construction? ☐ 18 cm. ☒
3. L'aire du plancher d'une classe est d'environ 25 m, 25 m³ ou 25 m²?
4. Quel est le volume d'une réglette orange? ☐ 10 cm³. ☒
5. Un carré mesure 5 cm de côté. Quel est son périmètre? ☐ 20 cm. ☒
6. Je suis la quantité d'espace occupée par un objet. Qui suis-je? ☐ Son volume. ☒
7. Je suis la longueur de la frontière d'une figure. Qui suis-je? ☐ Son périmètre. ☒
8. Laquelle de ces mesures représente un volume : 12 cm², 6 cm ou 21 cm³?
9. Je suis la grandeur d'une surface. Qui suis-je? ☐ Son aire. ☒
10. On place 2 rangées de 3 réglettes blanches serrées les unes aux autres. Quel est le périmètre de cette construction? ☐ 10 cm. ☒
11. Laquelle de ces mesures représente un périmètre : 12 cm, 12 cm² ou 12 cm³?
12. Un carré a un périmètre de 28 cm. Quelle est la longueur de l'un de ses côtés? ☐ 7 cm. ☒
13. On a construit une tour avec 10 réglettes blanches et 2 réglettes rouges. Quel est le volume de cette tour? ☐ 14 cm³. ☒
14. Les côtés d'un triangle mesurent 10 cm, 8 cm et 7 cm. Quel est son périmètre?
15. Un rectangle mesure 3 m sur 5 m. Quelle est l'aire de ce rectangle?
16. Un rectangle mesure 4 cm sur 3 cm. Quel est son périmètre? ☐ 14 cm. ☒

Calcul rapide

Ces questions sont parfois posées oralement et parfois écrites au tableau. Chaque fois, l'élève questionné doit répondre oralement, sans autre support. N'acceptez pas une réponse comme «trois deux six zéro» là où il faut dire «trois mille deux cent soixante».

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 1. (Oralement) $245 + 73$ | 10. (Oralement) $451 \times 1\,000$ |
| 2. (Oralement) $418 - 56$ | 11. (Au tableau) $52\,829$ |
| 3. (Oralement) 503×10 | $+ 34\,918$ |
| 4. (Oralement) 246×100 | 12. (Au tableau) $46\,501$ |
| 5. (Au tableau) $3\,655 + 2\,296$ | $- 19\,492$ |
| 6. (Au tableau) $18\,423$ | 13. (Oralement) $2\,546 + 74$ |
| $- 9\,297$ | 14. (Oralement) $1\,635 - 72$ |
| 7. (Oralement) $572 + 148$ | 15. (Oralement) $24\,000 \div 100$ |
| 8. (Oralement) $721 - 352$ | 16. (Oralement) $5\,603 \times 10$ |
| 9. (Oralement) $5\,210 \div 10$ | |

Questions : épreuve écrite

L'épreuve écrite comprend cinq questions. Chaque question vaut 2 points. La correction devrait être simplifiée (0 ou 2) pour faciliter le déroulement. La correction est faite entre camarades. Voici un exemple de ce genre d'épreuve.

Épreuve écrite

1. Dessine un triangle dont le périmètre est de 20 cm.
2. Résous mentalement $658 + 229$ (question posée oralement).
3. Complète cette suite :
1, 7, 5, 11, 9, 15, ____ . ☐ 13. ☐
4. Écris les sept premiers multiples de 6. ☐ 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36. ☐
5. Au tableau, dessinez le solide de la figure 1.
Combien ce solide a-t-il de sommets? d'arêtes?
de faces? ☐ 12, 18, 8. ☐

(Résultat sur 10.)

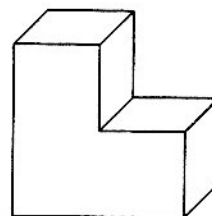


FIGURE 1

Ce guide vous propose des épreuves et des jeux qui visent à développer les habiletés de vos élèves en calcul mental et en calcul écrit. Vous pouvez prévoir des périodes à cet effet dans votre planification ou vous pouvez insérer ces activités dans les courtes périodes de temps libre qui surviennent au cours de votre semaine. La plupart de ces activités ne durent que quelques minutes, généralement moins de dix.

Les pages qui suivent proposent :

- un jeu de calcul rapide, le soccer mathématique;
- les concours-Défi, des épreuves écrites mesurant la rapidité et la mémorisation des tables;
- des épreuves orales de calcul mental;
- des jeux de calcul pour la classe sous forme de défi collectif.

Note : Au sujet du calcul efficace, trois mises au point s'imposent.

1. À une époque où les calculatrices sont de moins en moins coûteuses et de plus en plus efficaces, le calcul mental doit être enseigné plus qu'autrefois.
2. Les techniques efficaces de calcul *mental* diffèrent des techniques efficaces de calcul *écrit*, notamment en procédant de gauche à droite.
3. L'introduction de la calculatrice ne vise pas à remplacer le calcul écrit. Il nous semble essentiel d'initier l'élève à cet instrument qui permet, par ailleurs, des explorations plus poussées de certaines propriétés des nombres tout en allégeant, à l'occasion, la démarche de résolution de problèmes. L'usage intelligent de la calculatrice réclame de très bonnes habiletés d'estimation et de calcul mental. En ce sens, la calculatrice devient une grande alliée de l'enseignement, et non la terrible rivale que l'on a d'abord crainte.

Matériel

- Chronomètre.
- Cartes éclairs (4 opérations).

Des fiches d'activités de la section Jeu-questionnaire du manuel de l'élève permettent aux élèves d'exercer certaines techniques de calcul mental. Assurez-vous de les donner en leçon dès le début de l'année.

1. Soccer mathématique

Objectif : Encourager la mémorisation des tables pour favoriser le calcul rapide.

Fréquence suggérée : Une fois par semaine ou au besoin.

L'élève est en compétition avec ses camarades.

Conseils à l'enseignant-e

Les règlements vous sont présentés aux pages 45 et 46. Les élèves connaissent très bien ce jeu, puisqu'il a été suggéré dans *Défi Mathématique 5*.

a) Formez quatre équipes dont deux équipes fortes et deux équipes plus lentes.

Chaque équipe forte est associée à une équipe lente sous un même nom (par exemple, les Lynx A et les Lynx B). L'équipe lente sert de filiale à l'équipe forte. Un joueur de l'équipe lente peut passer à l'équipe A s'il s'améliore, et *vice versa*.

Votre classe devrait donc compter deux équipes fortes et deux équipes lentes. En règle générale, les équipes fortes jouent l'une contre l'autre et les équipes lentes également.

b) À l'intérieur d'une équipe, le joueur le plus rapide doit être le gardien de but. Le deuxième en rapidité sera le dernier défenseur, et ainsi de suite jusqu'au joueur de centre (qui est donc le plus lent). Les gardiens de but jouent un rôle très important, d'où la nécessité de désigner à cette position les élèves les plus rapides.

- c) Lors d'un match, fixez un temps limite pour donner le résultat d'une opération (de 3 à 5 secondes). Si deux élèves hésitent trop longtemps, montrez une deuxième carte éclair. Faites de même en cas de réponses simultanées.
- d) Assurez-vous de l'équilibre des équipes. Au besoin, procédez à des échanges d'ajustement ou reformez tout simplement vos équipes chaque mois.
- e) Compilez les résultats (victoires : 2 points; défaites : 0 point; matchs nuls : 1 point) pour chaque mois.
- f) Rien n'empêche de proposer des opérations plus difficiles (12×4 , 10×132 , $175 \div 5$,...), à condition de les présenter sur un carton.

Le soccer mathématique

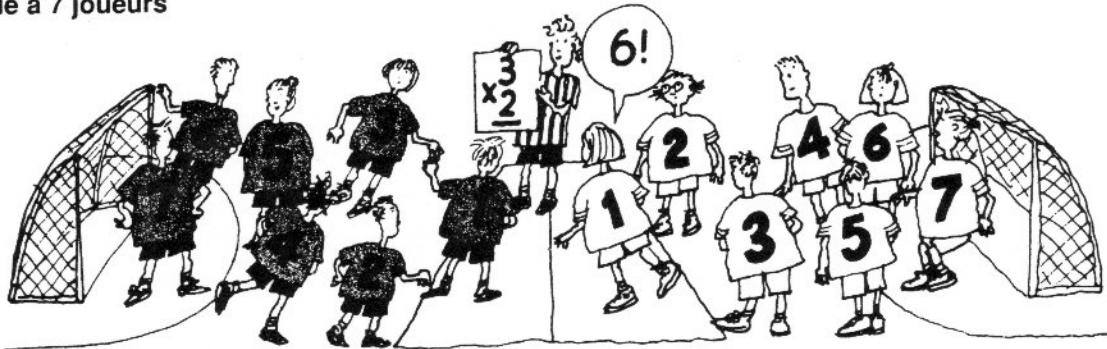
Règlements

1. Au soccer mathématique, deux équipes de 6, 7 ou 8 joueurs chacune s'affrontent.
2. Les joueurs de chaque équipe sont numérotés de 1, pour le joueur de centre, à 6, 7 ou 8, selon le cas, pour le gardien de but (voir l'exemple de la page suivante).
3. Pour la mise en jeu, l'arbitre montre une carte éclair aux deux joueurs de centre (numéros 1). Le premier à donner la bonne réponse passe à l'attaque et affronte l'ailier droit adverse (numéro 2). On montre une autre carte éclair à ces deux joueurs. Le plus rapide poursuit l'attaque. Le joueur qui a été surpassé retourne occuper sa position initiale.
4. Pour chaque carte éclair, **seulement les deux joueurs qui s'affrontent ont droit de réponse**. Chaque joueur n'a droit qu'à une seule réponse par carte éclair. Toute erreur équivaut à une bonne réponse de l'adversaire.
5. Un joueur progresse à l'attaque tant qu'il n'est pas arrêté par l'adversaire. Le joueur qui l'a stoppé passe à son tour à l'attaque **en allant directement affronter le joueur dont le numéro suit celui du joueur qu'il vient d'arrêter**.
6. Pour marquer, il faut **être à l'attaque** et **être plus rapide que le gardien de but adverse**. N'importe quel joueur peut marquer, même le gardien.
7. Si un gardien de but est stoppé au moment où il est à l'attaque, il revient protéger son but contre le joueur qui vient de l'arrêter. Dans ce cas, ces deux joueurs s'affrontent deux fois de suite.
8. Après chaque but, l'arbitre procède à une nouvelle mise en jeu entre les deux joueurs de centre.
9. Un match dure 5 minutes.

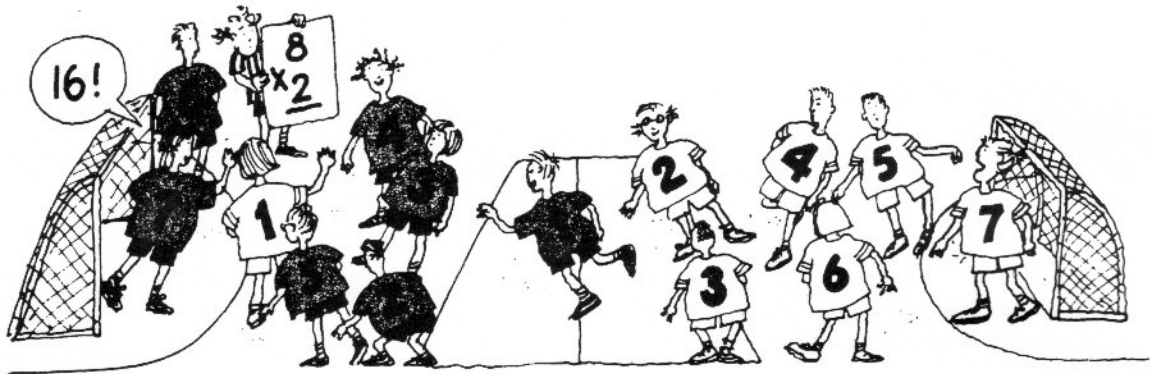


Le soccer mathématique

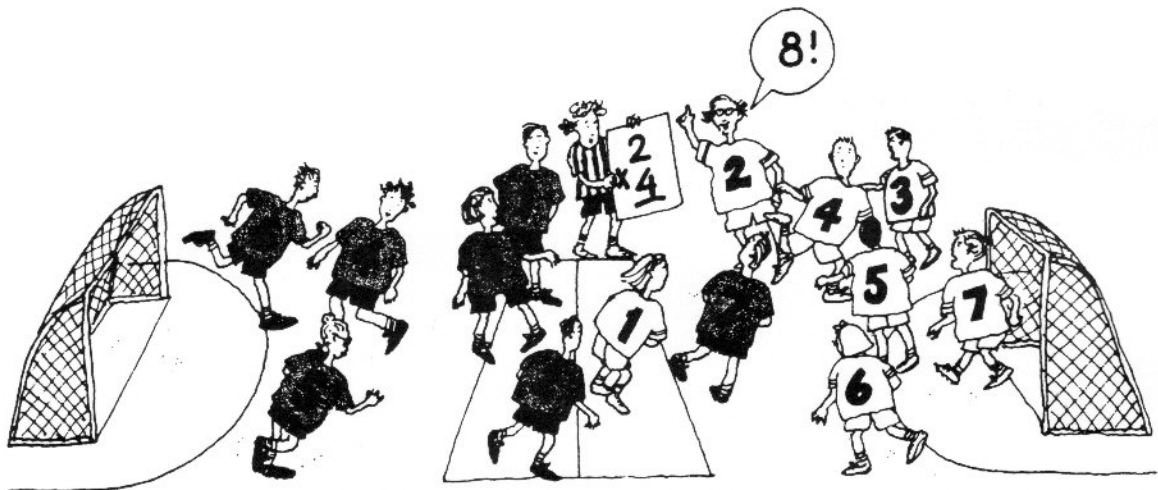
Exemple à 7 joueurs



Une mise en jeu. Le centre des **Blancs** a été le plus rapide.



Le numéro 1 des **Blancs** a déjoué les six premiers adversaires. Mais le gardien des **Gris** a été plus rapide que lui.



Le gardien des **Gris** va affronter le numéro 2 des **Blancs**, qui le stoppe. Le numéro 2 des **Blancs** passe à l'attaque et va tenter de marquer contre le gardien des **Gris**, qui revient défendre son but.

2. Concours-Défi

Objectif : Développer la rapidité en calcul écrit.

Fréquence suggérée : Une fois par mois ou au besoin.

L'élève est en compétition avec lui-même en fonction d'une exigence fixée : l'obtention du grade 4.

Dès septembre, administrez les concours-Défi numéro 1 pour chaque opération (toutes les épreuves vous sont fournies aux pages 51 à 66 de ce guide, avec autorisation de reproduire). Accordez seulement 3 minutes (ce qui correspond au grade 3). Félicitez ceux et celles qui obtiennent la note de passage en soulignant que l'objectif de l'année est d'y arriver en deux minutes et demie (grade 4). La plupart des élèves pourront cependant faire beaucoup mieux. Quant à ceux et celles qui n'ont pas obtenu la note de passage, encouragez-les à augmenter leur propre score au prochain concours. Conservez ces résultats précieusement (voir le tableau de compilation de la page 67).

Suscitez l'ambition, mais, par-dessus tout, créez une *atmosphère enjouée et détendue*. Rappelez souvent que l'essentiel est *d'améliorer sa propre performance*.

Déroulement du concours

1. Distribuez l'une des feuilles concours-Défi, face cachée.
2. Au signal, chaque élève a trois minutes pour compléter les opérations.
3. Au terme de cette période, les élèves échangent leur copie et vous procédez à la correction.
4. Ce premier résultat offre ainsi un premier objectif à chacun de vos élèves : dépasser sa propre performance au prochain concours.
5. Les tableaux suivants décrivent les performances attendues pour l'obtention de chaque grade. C'est le facteur temps qui varie. De plus, on y indique les exigences minimales prévues pour chaque échelon scolaire.

Addition, soustraction et multiplication				
Nombre d'éléments	Temps alloué	Doit en réussir	Donne le grade	Exigé en
50	4 min	45	1	3 ^e
50	$3\frac{1}{2}$ min	45	2	4 ^e
50	3 min	45	3	5 ^e
50	$2\frac{1}{2}$ min	45	4	6 ^e

Division				
Nombre d'éléments	Temps alloué	Doit en réussir	Donne le grade	Exigé en
45	4 min	40	1	—
45	$3\frac{1}{2}$ min	40	2	4 ^e
45	3 min	40	3	5 ^e
45	$2\frac{1}{2}$ min	40	4	6 ^e

Soyez indulgent-e lors du premier concours, mais fixez clairement les objectifs visés cette année.

6. Si des élèves obtiennent le grade 3, remettez-leur un certificat (voir modèle, pages 68 et 69). Ils visent maintenant le grade 4. C'est donc dire qu'au prochain concours-Défi, ils ne disposeront que de deux minutes et demie pour répondre.
7. Faites passer les concours-Défi à toutes les trois ou quatre semaines ou à la demande. Encouragez tout progrès, si minime soit-il.
8. Pour faciliter la gestion du concours, donnez d'abord le signal de départ aux élèves n'ayant pas obtenu le grade 3 (les grades 1 et 2 ne sont pas donnés en sixième année). Ceux qui cherchent à obtenir le grade 4 ne partiront qu'au deuxième signal donné trente secondes plus tard. Les élèves qui visent le grade 5 devront attendre le troisième signal, et ainsi de suite. Tous terminent donc en même temps.

9. Nous vous fournissons quatre concours différents pour chaque opération. Nous souhaitons éviter, de cette façon, que les élèves ne mémorisent la disposition des éléments. Alternez d'une fois à l'autre en choisissant un numéro différent à la suite.

3. Épreuves de calcul mental

Objectif : Développer la rapidité en calcul mental.

Fréquence suggérée : Deux fois par mois ou plus.

L'élève est associé à son groupe pour améliorer constamment la performance collective.

Nous suggérons ici des épreuves qui devraient aider vos élèves en calcul rapide. Ces épreuves devraient faire l'objet d'une compilation soigneuse, surtout à cause des statistiques précises qui existent à leur sujet. En effet, le tableau qui suit contient les performances à l'épreuve américaine du National Assessment of Education Progress (N.A.E.P., 1983) passée auprès de plusieurs dizaines de milliers d'enfants. Les résultats indiqués pour des élèves de 13 ans devraient servir d'exigence minimale à atteindre, alors que ceux obtenus par les élèves de 17 ans représentent une cible pour les *classes de champions*! Si vous procédez à une telle compilation, nous vous suggérons de porter attention aux points suivants.

- Allouez exactement le temps prévu pour chaque calcul.
- Fixez d'abord le seuil minimal (13 ans) et, s'il est atteint, proposez ensuite la cible des as (17 ans).
- Présentez les calculs selon le modèle fourni. Les élèves n'écrivent que la réponse.
- Procédez immédiatement à la correction (entre camarades). Le résultat doit être traduit en pourcentage.
- Soyez indulgent-e lors des premières épreuves, compte tenu du peu d'emphase alloué à cet aspect lors des années précédentes. Attendez-vous donc à des résultats plutôt minces au début. Créez une atmosphère de saine ambition dans un climat exempt de stress inutile.
- Insistez sur la performance collective.
- L'épreuve est donnée ORALEMENT.
- Le tout peut être complété en moins de dix minutes.

Tableau statistique

Genre de problème	Temps alloué (secondes)	Pourcentage de réussite selon l'âge	
		13 ans	17 ans (AS)
N° 1 : $40 + 50$ ou $30 + 40...$	11	81	96
N° 2 : $700 - 600$ ou $800 - 300...$	11	92	97
N° 3 : $49 - 16$ ou $67 - 25...$	11	77	86
N° 4 : $1\ 250 - 400$ ou $2\ 510 - 700...$	12	39	57
N° 5 : 4×30 ou $6 \times 40...$	9	73	88
N° 6 : 60×70 ou $50 \times 30...$	9	46	55
N° 7 : $20 \div 5$ ou $36 \div 6...$	9	88	94
N° 8 : $32 \div 4$ ou $49 \div 7...$	9	88	94
N° 9 : $60 \div 15$ ou $36 \div 12...$	12	32	58
N° 10 : $3\ 500 \div 35$ ou $420 \div 42...$	14	39	63
Moyenne :		65,5	78,8

Voici cinq épreuves que vous pouvez passer en alternance.

Épreuve 1

1) $20 + 60$	2) $900 - 400$	3) $54 - 32$	4) $3\ 620 - 800$
5) 5×60	6) 40×60	7) $81 \div 9$	8) $72 \div 8$
9) $48 \div 12$	10) $7\ 200 \div 72$		

Épreuve 2

1) $70 + 20$	2) $500 - 200$	3) $83 - 21$	4) $3\,170 - 500$
5) 7×30	6) 80×30	7) $48 \div 8$	8) $63 \div 7$
9) $56 \div 14$	10) $530 \div 53$		

Épreuve 3

1) $40 + 50$	2) $700 - 600$	3) $49 - 16$	4) $1\,250 - 400$
5) 4×30	6) 60×70	7) $20 \div 5$	8) $32 \div 4$
9) $60 \div 15$	10) $3\,500 \div 35$		

Épreuve 4

1) $30 + 40$	2) $800 - 300$	3) $67 - 25$	4) $2\,510 - 700$
5) 6×40	6) 50×30	7) $36 \div 6$	8) $49 \div 7$
9) $36 \div 12$	10) $420 \div 42$		

Épreuve 5

1) $30 + 60$	2) $600 - 300$	3) $78 - 43$	4) $3\,480 - 700$
5) 7×50	6) 50×40	7) $24 \div 4$	8) $56 \div 7$
9) $45 \div 15$	10) $5\,400 \div 54$		

4. Jeux de calcul rapide

Objectif : Développer les habiletés d'estimation et le calcul rapide.

Fréquence suggérée : Une ou deux fois par mois.

Dans ces jeux, l'élève est associé à toute sa classe pour améliorer la performance collective.

Jeux 1 : Additions et soustractions

Désignez un élève comme meneur de jeu. Ce dernier écrit une addition ou une soustraction de deux nombres au tableau. Ces nombres comptent six chiffres chacun. Pendant ce temps, tous les autres élèves ont le dos tourné au tableau, tandis que vous vous tenez à l'arrière de la classe, face à eux. Lorsque le meneur de jeu a terminé de poser son opération, il donne le signal : «Allez-y».

Marchez alors d'un pas normal vers le tableau où vous écrirez la réponse. Les élèves sont invités à utiliser la technique directe (voir la section Jeu-questionnaire du manuel de l'élève). Faites de même!

Les élèves ne doivent écrire que le résultat sur une feuille. Dès qu'ils ont terminé, ils doivent déposer leur crayon, saisir leur feuille et croiser les bras. Aussitôt que votre réponse est écrite, dites : «Arrêt!». Aucune réponse n'est acceptée après ce signal.

Comptez le nombre de bonnes réponses parmi ceux et celles qui ont les bras croisés. Peuvent-ils faire mieux au prochain essai? Pariez que non pour les défier...

Jeux 2 : Multiplications et divisions

Les élèves tournent le dos au tableau pendant que vous y notez cinq opérations. Par exemple :

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 53 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 76 \\ \times 88 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 147 \\ \times 72 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 503 \\ \times 49 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 316 \\ \times 37 \\ \hline \end{array} \quad \text{ou}$$

$$4\,512 \div 8 \quad 4\,650 \div 62 \quad 6\,813 \div 9 \quad 1\,518 \div 6 \quad 7\,524 \div 36$$

Au signal, allouez exactement deux minutes pour chaque groupe de cinq opérations. Les élèves doivent transcrire et résoudre chaque opération. Ils peuvent gagner du temps en n'écrivant que la réponse.

Procédez à une correction entre camarades et additionnez toutes les bonnes réponses obtenues (par exemple, pour 30 élèves, $\frac{78}{150}$). Ramenez le résultat sur cent et communiquez-le à votre groupe. Pourront-ils faire mieux la prochaine fois? Conservez le record bien en vue.

Si le résultat est inférieur à 30 %, ajoutez 15 secondes au temps alloué la prochaine fois. Si le résultat dépasse 80 %, félicitez-les comme il se doit et ajoutez une opération de plus à l'essai suivant.

Jeux 3 : Estimation

Les élèves tournent le dos au tableau pendant que vous y écrivez une opération.

Le signal donné, accordez-leur exactement 10 secondes pour déterminer le résultat approximatif. Effacez et laissez-les noter leur réponse. Faites de même avec les quatre autres opérations de la série. Une estimation réussie doit se situer à moins de 10 % du résultat.

Compilez les bonnes réponses en ramenant le tout sur cent. Voilà le record à battre lors du prochain essai.

Exemple d'une série type :

a) 15 529	b) 41 603	c) 241	d) 36 409	e) 16 803 ÷ 3
$\begin{array}{r} + 9\,247 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} - 17\,926 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 22 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 8 \\ \hline \end{array}$	
(± 2 500)	(± 2 000)	(± 500)	(± 3 000)	(± 500)

CONCOURS-DÉFI: ADDITION N° 1

Nom: _____

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI: ADDITION N° 2

Nom: _____

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI: ADDITION N° 3

Nom: _____

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI: ADDITION N° 4

Nom: _____

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI : SOUSTRACTION N° 1

Nom: _____

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI: SOUSTRACTION N° 2

Nom: _____

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI: SOUSTRACTION N° 3

Nom: _____

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI: SOUSTRACTION N° 4

Nom: _____

$$\begin{array}{r} 15 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 9 \\ \hline \end{array}$$

RÉSULTAT:

/50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI : MULTIPLICATION N° 1

Nom: _____

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI: MULTIPLICATION N° 2

Nom: _____

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI: MULTIPLICATION N° 3

Nom: _____

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI: MULTIPLICATION N° 4

Nom: _____

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI : DIVISION N° 1

Nom: _____

$20 \div 4 = \underline{\quad}$ $32 \div 4 = \underline{\quad}$ $27 \div 3 = \underline{\quad}$ $12 \div 4 = \underline{\quad}$ $8 \div 8 = \underline{\quad}$

$30 \div 6 = \underline{\quad}$ $36 \div 9 = \underline{\quad}$ $5 \div 5 = \underline{\quad}$ $42 \div 6 = \underline{\quad}$ $16 \div 2 = \underline{\quad}$

$49 \div 7 = \underline{\quad}$ $8 \div 1 = \underline{\quad}$ $18 \div 3 = \underline{\quad}$ $63 \div 9 = \underline{\quad}$ $12 \div 3 = \underline{\quad}$

$0 \div 9 = \underline{\quad}$ $45 \div 9 = \underline{\quad}$ $3 \div 1 = \underline{\quad}$ $15 \div 5 = \underline{\quad}$ $36 \div 6 = \underline{\quad}$

$54 \div 6 = \underline{\quad}$ $63 \div 7 = \underline{\quad}$ $72 \div 9 = \underline{\quad}$ $10 \div 2 = \underline{\quad}$ $25 \div 5 = \underline{\quad}$

$2 \div 2 = \underline{\quad}$ $4 \div 1 = \underline{\quad}$ $48 \div 6 = \underline{\quad}$ $6 \div 2 = \underline{\quad}$ $0 \div 4 = \underline{\quad}$

$10 \div 5 = \underline{\quad}$ $12 \div 2 = \underline{\quad}$ $1 \div 1 = \underline{\quad}$ $6 \div 6 = \underline{\quad}$ $9 \div 3 = \underline{\quad}$

$14 \div 7 = \underline{\quad}$ $48 \div 8 = \underline{\quad}$ $45 \div 9 = \underline{\quad}$ $7 \div 1 = \underline{\quad}$ $72 \div 8 = \underline{\quad}$

$24 \div 8 = \underline{\quad}$ $28 \div 7 = \underline{\quad}$ $54 \div 9 = \underline{\quad}$ $0 \div 8 = \underline{\quad}$ $9 \div 9 = \underline{\quad}$

$7 \div 7 = \underline{\quad}$ $20 \div 5 = \underline{\quad}$ $14 \div 2 = \underline{\quad}$ $36 \div 4 = \underline{\quad}$ $35 \div 5 = \underline{\quad}$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI : DIVISION N° 2

Nom : _____

$24 \div 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$45 \div 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4 \div 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$72 \div 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$56 \div 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$12 \div 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$0 \div 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2 \div 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$28 \div 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$0 \div 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$0 \div 7 = \underline{\hspace{2cm}}$

$16 \div 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$9 \div 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

$32 \div 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$64 \div 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$18 \div 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$21 \div 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$9 \div 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$21 \div 7 = \underline{\hspace{2cm}}$

$63 \div 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

$8 \div 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$40 \div 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$35 \div 7 = \underline{\hspace{2cm}}$

$24 \div 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$42 \div 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$27 \div 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$15 \div 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$30 \div 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6 \div 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$16 \div 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$27 \div 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

$15 \div 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$42 \div 7 = \underline{\hspace{2cm}}$

$0 \div 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4 \div 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$18 \div 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3 \div 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$0 \div 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$24 \div 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$18 \div 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

$56 \div 7 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6 \div 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$81 \div 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

$8 \div 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$0 \div 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$40 \div 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5 \div 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$0 \div 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$36 \div 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$54 \div 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

RÉSULTAT : /50

GRADE OBTENU :

CONCOURS-DÉFI: DIVISION N° 3

Nom: _____

$32 \div 4 = \underline{\quad}$ $20 \div 4 = \underline{\quad}$ $8 \div 8 = \underline{\quad}$ $27 \div 3 = \underline{\quad}$ $12 \div 4 = \underline{\quad}$

$36 \div 9 = \underline{\quad}$ $30 \div 6 = \underline{\quad}$ $42 \div 6 = \underline{\quad}$ $16 \div 2 = \underline{\quad}$ $5 \div 5 = \underline{\quad}$

$8 \div 1 = \underline{\quad}$ $49 \div 7 = \underline{\quad}$ $63 \div 9 = \underline{\quad}$ $12 \div 3 = \underline{\quad}$ $18 \div 3 = \underline{\quad}$

$45 \div 9 = \underline{\quad}$ $0 \div 9 = \underline{\quad}$ $15 \div 5 = \underline{\quad}$ $36 \div 6 = \underline{\quad}$ $3 \div 1 = \underline{\quad}$

$63 \div 7 = \underline{\quad}$ $54 \div 6 = \underline{\quad}$ $10 \div 2 = \underline{\quad}$ $25 \div 5 = \underline{\quad}$ $72 \div 9 = \underline{\quad}$

$4 \div 1 = \underline{\quad}$ $2 \div 2 = \underline{\quad}$ $6 \div 2 = \underline{\quad}$ $0 \div 4 = \underline{\quad}$ $48 \div 6 = \underline{\quad}$

$12 \div 2 = \underline{\quad}$ $10 \div 5 = \underline{\quad}$ $6 \div 6 = \underline{\quad}$ $9 \div 3 = \underline{\quad}$ $1 \div 1 = \underline{\quad}$

$48 \div 8 = \underline{\quad}$ $14 \div 7 = \underline{\quad}$ $7 \div 1 = \underline{\quad}$ $72 \div 8 = \underline{\quad}$ $45 \div 9 = \underline{\quad}$

$28 \div 7 = \underline{\quad}$ $24 \div 8 = \underline{\quad}$ $0 \div 8 = \underline{\quad}$ $9 \div 9 = \underline{\quad}$ $54 \div 9 = \underline{\quad}$

$20 \div 5 = \underline{\quad}$ $7 \div 7 = \underline{\quad}$ $36 \div 4 = \underline{\quad}$ $35 \div 5 = \underline{\quad}$ $14 \div 2 = \underline{\quad}$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI: DIVISION N° 4

Nom: _____

$72 \div 8 = \underline{\quad}$

$24 \div 3 = \underline{\quad}$

$56 \div 8 = \underline{\quad}$

$4 \div 2 = \underline{\quad}$

$32 \div 8 = \underline{\quad}$

$28 \div 4 = \underline{\quad}$

$12 \div 6 = \underline{\quad}$

$0 \div 1 = \underline{\quad}$

$0 \div 8 = \underline{\quad}$

$2 \div 1 = \underline{\quad}$

$0 \div 7 = \underline{\quad}$

$45 \div 5 = \underline{\quad}$

$16 \div 8 = \underline{\quad}$

$64 \div 8 = \underline{\quad}$

$9 \div 9 = \underline{\quad}$

$21 \div 7 = \underline{\quad}$

$18 \div 6 = \underline{\quad}$

$21 \div 3 = \underline{\quad}$

$63 \div 9 = \underline{\quad}$

$9 \div 1 = \underline{\quad}$

$24 \div 4 = \underline{\quad}$

$8 \div 4 = \underline{\quad}$

$40 \div 5 = \underline{\quad}$

$42 \div 6 = \underline{\quad}$

$35 \div 7 = \underline{\quad}$

$6 \div 1 = \underline{\quad}$

$27 \div 3 = \underline{\quad}$

$15 \div 3 = \underline{\quad}$

$16 \div 4 = \underline{\quad}$

$30 \div 5 = \underline{\quad}$

$0 \div 6 = \underline{\quad}$

$27 \div 9 = \underline{\quad}$

$15 \div 5 = \underline{\quad}$

$4 \div 4 = \underline{\quad}$

$42 \div 7 = \underline{\quad}$

$24 \div 6 = \underline{\quad}$

$18 \div 2 = \underline{\quad}$

$3 \div 3 = \underline{\quad}$

$18 \div 9 = \underline{\quad}$

$0 \div 2 = \underline{\quad}$

$8 \div 2 = \underline{\quad}$

$56 \div 7 = \underline{\quad}$

$6 \div 3 = \underline{\quad}$

$0 \div 2 = \underline{\quad}$

$81 \div 9 = \underline{\quad}$

$36 \div 6 = \underline{\quad}$

$40 \div 8 = \underline{\quad}$

$5 \div 1 = \underline{\quad}$

$54 \div 9 = \underline{\quad}$

$0 \div 5 = \underline{\quad}$

RÉSULTAT: /50

GRADE OBTENU:

CONCOURS-DÉFI: COMPILATION

Opération : _____

[illegible]

Concours-Défi

Addition

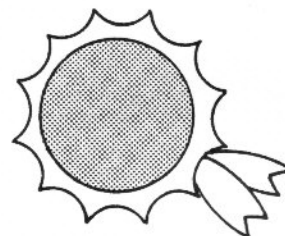
Nous certifions que _____
a affronté avec succès les épreuves
menant à l'obtention du grade ☐

Bravo!

Michel Lygier

Robert Lyons

approuvé par _____
date _____



Concours-Défi

Soustraction

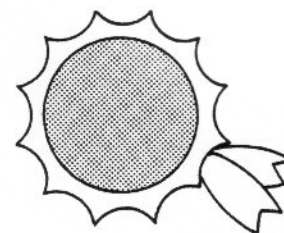
Nous certifions que _____
a affronté avec succès les épreuves
menant à l'obtention du grade ☐

Bravo!

Michel Lygier

Robert Lyons

approuvé par _____
date _____



Concours-Défi

Multiplication

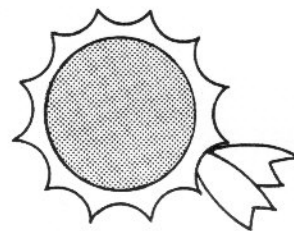
Nous certifions que _____
a affronté avec succès les épreuves
menant à l'obtention du grade ☐

Bravo!

Michel Lysner

Reboul Lyons

approuvé par _____
date _____



Concours-Défi

Division

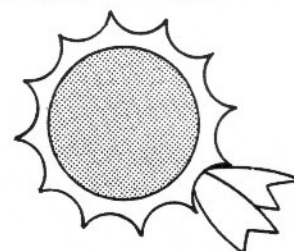
Nous certifions que _____
a affronté avec succès les épreuves
menant à l'obtention du grade ☐

Bravo!

Michel Lysner

Reboul Lyons

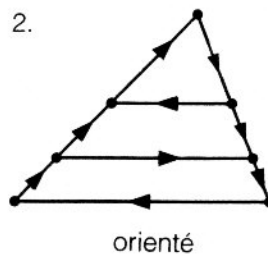
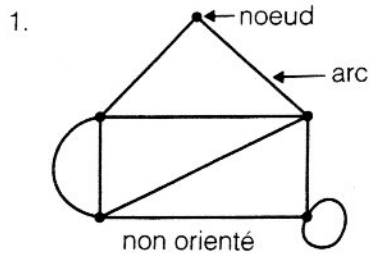
approuvé par _____
date _____



Graphe planaire ou graphe

Combinaison topologique de deux ensembles : des noeuds et des arcs. Les arcs peuvent ou non être orientés.

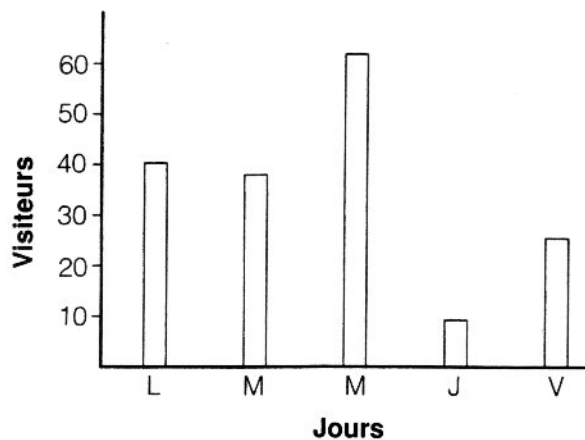
Exemples de graphes :



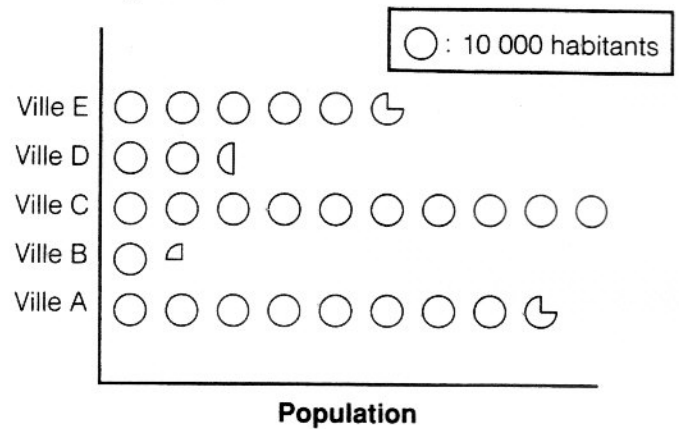
Graphique

Représentation schématique d'un ensemble de données. Les graphiques étudiés dans cette unité sont de trois types.

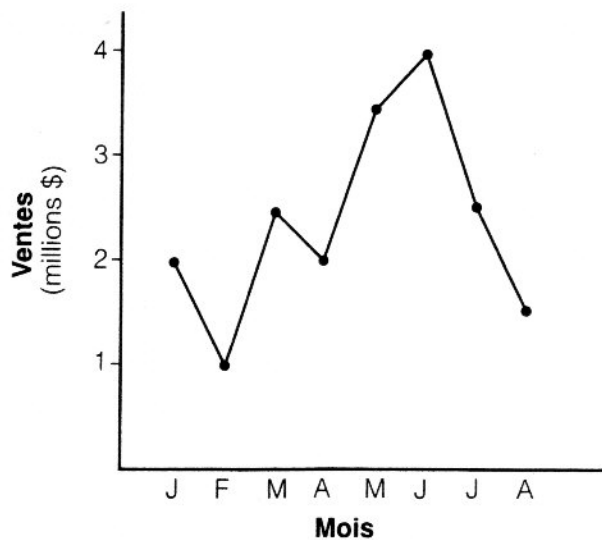
1. Graphique à bandes



2. Pictogramme



3. Graphique à ligne brisée



L'histogramme est aussi un type de graphique :



Noeud

Chacune des extrémités limitant un arc.

Région

Portion du plan regroupant tous les points qu'on peut relier sans traverser un arc du graphe.

Objectifs de l'unité

Les activités de cette unité sont souvent des nouveautés, parfois même surprenantes, au primaire. À première vue, elles peuvent inspirer une certaine insécurité chez l'enseignant-e. Les années qui ont servi à les mettre au point ont cependant permis de démontrer que ces sujets passionnent les élèves. Le fait que la majorité des enseignants-es qui les ont mises à l'essai aient appris en même temps que leurs élèves n'est certes pas étranger aux formidables facultés d'apprentissage dont ont fait preuve les écoliers en les réalisant.

Le bloc A remet à l'étude, cette année encore, des énigmes logiques d'un calibre assez avancé. Les élèves pourront mettre à l'épreuve leurs aptitudes à effectuer des raisonnements et des déductions perspicaces. Les diagrammes de Venn seront également étudiés.

Le bloc B synthétise l'ensemble des apprentissages du jeu d'échecs qui ont été réalisés depuis la deuxième année. Après un test récapitulatif, quelques activités permettent d'approfondir la compréhension des finales et des ouvertures. Il est peut-être utile de rappeler que notre but ici n'est pas de rendre les élèves experts au jeu d'échecs. Nos objectifs, certes plus modestes, visent la concentration, l'anticipation, le raisonnement et le jugement, toutes des facultés et des compétences typiques à la démarche de résolution de problèmes que le jeu d'échecs favorise. Ajoutons que ce bloc est conçu pour être pris en charge par les élèves eux-mêmes, dans la mesure où ils ont vécu les apprentissages prévus lors des années précédentes.

Le bloc C risque de déclencher toutes sortes de réactions, sans compter les émotions que peut ressentir l'enseignant-e devant l'idée de présenter un tel sujet à des élèves de cet âge. À cet effet, il serait bon de lire la première note de ce bloc. Nous nous contenterons d'ajouter que les activités relatives à la Bourse ont été parmi les plus aimées chez les élèves de sixième année. Est-ce parce qu'il s'agit d'un *jeu de grandes personnes*? Nous sommes portés à le croire.

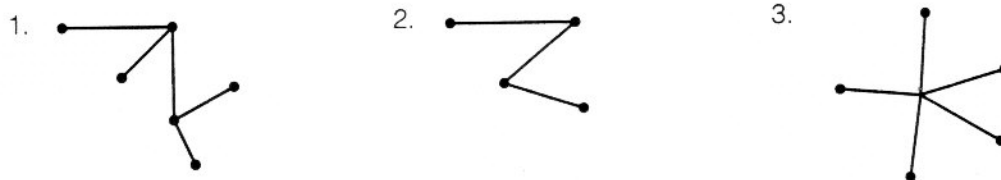
Le bloc D présente un contenu entièrement neuf. L'étude des graphes planaires est à la fois simple et amusante. Nous insistons moins sur les définitions abondantes et, avouons-le, souvent fastidieuses que sur le processus de schématisation logique qui permet de générer ces graphes. Le sujet étudié nous conduit donc en un lieu commun à la géométrie et à la logique.

Rappels mathématiques

Arbre

Graphe planaire qui ne crée aucune nouvelle région autre que celle définie par le plan.

Exemples d'arbres :



Arc

Portion de courbe limitée par deux points appelés noeuds.

Boucle

Arc qui commence et se termine sur le même noeud.

Exemples de boucles :

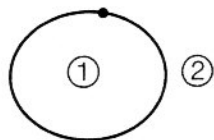


1 boucle

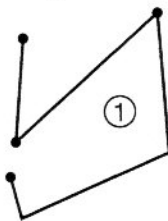
2 boucles

Exemples de régions :

1. deux régions



2. une région



Bloc A

Objectif-synthèse : Résoudre des problèmes exigeant de combiner des propositions logiques.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les élèves réussissent seuls à :

- interpréter correctement des propositions;
- établir la pertinence du recours à des diagrammes ou à des grilles;
- combiner des propositions pour en déduire une nouvelle (calculs logiques);
- utiliser adéquatement des grilles et des diagrammes logiques;
- appuyer leur raisonnement sur des déductions clairement exprimées.

Plusieurs fiches peuvent servir à l'évaluation. Les six premières (Logique A-1 à Logique A-6) ne sont cependant pas destinées à cette fin, car elles représentent des situations visant une réflexion collective.

Activités

Sur la piste de Sherlock Holmes...

Notes : 1. Les problèmes 1 et 2 de ce bloc visent des objectifs d'apprentissage qui peuvent être atteints sans pour autant exiger des solutions individuelles et complètes de la part des élèves. On peut en dire autant de tous les problèmes des fiches Logique A-1 à Logique A-6. Dans tous ces cas, l'élève aura la chance de s'attaquer individuellement au problème, puis de s'associer avec quelques camarades pour enfin mettre en commun les trouvailles du groupe. Ce n'est peut-être qu'à ce moment que l'énigme sera définitivement résolue.

2. Les problèmes des fiches Logique A-7 à Logique A-14 se prêtent mieux au travail individuel. Cependant, il ne faut pas oublier à quel point les échanges d'opinions et d'interprétations peuvent être bénéfiques.

3. Les fiches COUP DE POUCE et SUPER AS ne s'adressent pas à tous les élèves. Les premières permettent la consolidation d'habiletés minimales, alors que les secondes constituent de véritables défis à la mesure des plus doués. Les unes et les autres peuvent être soumises en tout temps, et non pas uniquement à la fin du bloc.

Problème 1

- a) — Au cours des années passées, tu as souvent rencontré et résolu des énigmes logiques dans *Défi Mathématique*. Celle de la fiche Logique A-1 est plutôt facile à résoudre. Résous-la et prépare-toi à expliquer ta méthode à un ou une camarade, avant d'en discuter avec ton groupe.

Enregistrement
systématique dans une
grille et déductions.

Habileté

Représentations
concrète et imagée

Logique A-1

Note : Il existe plusieurs stratégies permettant de résoudre cette énigme. Lors des années précédentes, les élèves ont été habitués à tracer des grilles pour y consigner leurs déductions. Laissez-les donc d'abord recourir à la stratégie qui leur plaît et permettez-leur d'en discuter avec un ou une camarade. Procédez ensuite à une étude collective du problème en demandant à un élève de proposer une grille. L'exemple qui suit est une disposition, parmi d'autres, de l'unique solution. Assurez-vous que plusieurs élèves interviennent pour compléter ce tableau, un indice à la fois. Les fiches COUP DE POUCE Logique A-11 et Logique A-12 peuvent immédiatement être soumises aux élèves qui n'ont pas exploré suffisamment ce type de grille par le passé.

☞ Exemple d'exploitation d'une grille :

- par les indices ⑦ (positif) et ⑥ (négatif) :

	Bébé	Petit frère	Grand frère	Père	Grand-père	1 ^{er}	2 ^e	3 ^e	4 ^e	Porte le bébé
Paul					Non		Non			
Jean					Non					
Victor					Non					
Luc	Non	Non	Non	Non	Oui					
Loïc					Non					

- par les indices ①, ③ et ⑤ :

	Bébé	Petit frère	Grand frère	Père	Grand-père	1 ^{er}	2 ^e	3 ^e	4 ^e	Porte le bébé
Paul				Non	X	Non	X		Non	
Jean	Non	Non	Non	Oui	X	Non	Non	Non	Oui	Non
Victor				Non	X	Non			Non	
Luc	X	X	X	X	O	Oui	Non	Non	Non	Non
Loïc				Non	X	Non			Non	

- par les indices ② et ① :

	Bébé	Petit frère	Grand frère	Père	Grand-père	1 ^{er}	2 ^e	3 ^e	4 ^e	Porte le bébé
Paul	Non	Non	Oui	X	X	X	X	Oui	X	Non
Jean	X	X	X	O	X	X	X	X	O	X
Victor			Non	X	X	X		Non	X	
Luc	X	X	X	X	O	O	X	X	X	X
Loïc			Non	X	X	X		Non	X	

La suite est facile, compte tenu de l'indice ④. C'est Victor qui porte le bébé nommé Loïc. ☞

- ★ b) — Parfois, pour certaines énigmes, une telle grille est vraiment difficile à utiliser vu le grand nombre d'éléments. C'est le cas du problème suivant. Nous allons le résoudre par la TECHNIQUE DES ÉTIQUETTES (déjà présentée dans *Défi Mathématique 5*).

Logique A-2

La technique des étiquettes exploite une forme de grille plus globale et plus visuelle.

Les élèves consultent la fiche Logique A-2 et lisent les indices. Si votre groupe n'est pas familier avec la technique des étiquettes, l'animation décrite ci-après devrait être utile. Mais auparavant, que chacun essaie au moins de résoudre l'énigme.

Votre groupe va maintenant personnifier les données du problème. Il faut découvrir tous les éléments pertinents inclus dans cet immense casse-tête, soit :

1. Il y a cinq familles — donc cinq étiquettes à produire (cinq feuilles de papier). Cinq écoliers sont ensuite désignés pour porter chacun une de ces étiquettes.

Note : Ce sont les écoliers qui fouillent le texte pour en ressortir les éléments.

2. Il y a cinq numéros, soit 291, 293, 295, 297 et 299, que vous pouvez écrire au tableau en les espaçant (soit cinq nouvelles étiquettes). Il faudra donc reconstituer l'ordre en plaçant vis-à-vis de chacune de ces étiquettes le nom d'une famille (porté par un écolier), de même que les autres caractéristiques.
3. Il y a cinq couleurs différentes — donc cinq nouvelles étiquettes et cinq autres écoliers.
4. Vous devrez aussi obtenir cinq étiquettes indiquant la provenance des automobiles. Le cas est plus délicat, puisque l'on doit scruter attentivement le texte pour y parvenir :
 - l'indice ① dit qu'il y a au moins deux voitures allemandes;
 - les indices ② et ⑥ révèlent qu'il y a *au moins* deux voitures américaines;
 - selon l'indice ③, il y a *au moins* une voiture japonaise.

Il y a donc deux allemandes, deux américaines et une japonaise.

Les écoliers lisent les indices et tentent de regrouper les étiquettes. Contentez-vous d'animer les échanges.

Note : Il peut être utile d'inscrire au verso d'une étiquette des négations qui, en s'accumulant, peuvent mener à une affirmation. Ainsi, l'indice ① permet d'écrire au verso de l'étiquette VERTE des informations comme « ≠ allemande ». Ce type de consignation est particulièrement utile quand peu d'indices positifs sont fournis. C'est le cas de l'énigme de la fiche Logique A-4.

☞ Si vous n'êtes pas familier-ère avec la technique des étiquettes, nous vous donnons ici un exemple de son fonctionnement. On voit les étiquettes qui se regroupent progressivement. Les numéros encadrés réfèrent aux indices de la fiche Logique A-2.

291	293	295	297	299
	GRISE		JAUNE	
É.-U.	⑦ ↑		⑤ ↑	JAPON
BÉLANGER				③ ↑
⑦ et ② ↑				

291	293	295	297	299
	GRISE	VERTE	JAUNE	
É.-U.	ALLEMAGNE	É.-U.	ALLEMAGNE	JAPON
BÉLANGER	①	①	①	

291	293	295	297	299
BLEUE	GRISE	VERTE	JAUNE	ROUGE
É.-U.	ALLEMAGNE	É.-U.	ALLEMAGNE	JAPON
BÉLANGER		CARON	POULIOT	
③		⑥	⑥	③ ⑧

Ce sont donc les Desnoyers qui possèdent la voiture rouge. Les Hoang habitent au 293 (par l'indice ④).

Note : Nous rappelons que nous ne recherchons pas ici une réussite individuelle, mais plutôt une solution collective à laquelle participent le plus grand nombre possible d'élèves.

L'élève plus habile peut éviter cette manipulation d'étiquettes en complétant une grille comme celle-ci :

Numéro					
Couleur					
Provenance de l'auto					
Nom					

Remplir cette grille revient à regrouper les étiquettes.

Problème 2

Les élèves lisent les fiches Logique A-5 et Logique A-6.

Laissez-les s'attaquer librement à l'énigme. Recueillez ensuite leurs conclusions en plénière sans approuver ni rejeter les déductions formelles. N'hésitez pas à exploiter vos talents pour la mise en scène...

Note : Il est utile de saisir qu'il n'est pas nécessaire que cette énigme soit résolue par tous vos élèves pour atteindre les objectifs que nous visons ici. Ce problème vise à montrer la *pertinence du recours à un diagramme* (pour clarifier les idées et éliminer la confusion grâce à une *classification rigoureuse*). Pour rendre le problème plus stimulant, nous l'avons enrobé d'une énigme qui ne peut pas être résolue uniquement par un diagramme logique. Cela aurait été trop simpliste! Si vos élèves peuvent produire et interpréter le diagramme et s'ils saisissent sa pertinence en ce qui concerne la clarification des idées, alors l'objectif mathématique sera atteint. S'ils peuvent en plus dénouer l'énigme et sortir Sandra Cook de ce guépier, ce sera alors une vraie prime...

- Sur quels critères l'inspecteur Pigeonneau accuse-t-il Sandra? Sa petite taille et la connaissance des lieux.
- Est-elle la seule suspecte qui répond à ces critères? Non. Liza réunit ces deux critères, mais elle a un alibi.

Note : C'est ici que le diagramme de Venn nous viendra en aide. Les élèves ne manqueront pas d'évoquer, dans la confusion, qu'un tel connaît les lieux et que tel autre est de petite taille. Entretenez un peu cette confusion en disant que vous ne vous souvenez pas de la liste des costauds ou de ceux qui connaissent ou non les lieux. Une classification s'impose. Que suggèrent vos élèves? Une double liste? Un diagramme? La double liste conviendrait, mais le diagramme est encore plus clair. La double liste pourrait ressembler à ceci :

Petite taille	Connaissance des lieux
Duchesse	Ambassadeur
Rita	Vlad
Madame Donohue	Sandra Cook
Sandra Cook	Liza
Liza	
Et Oliver?	

Logique A-3
Logique A-4

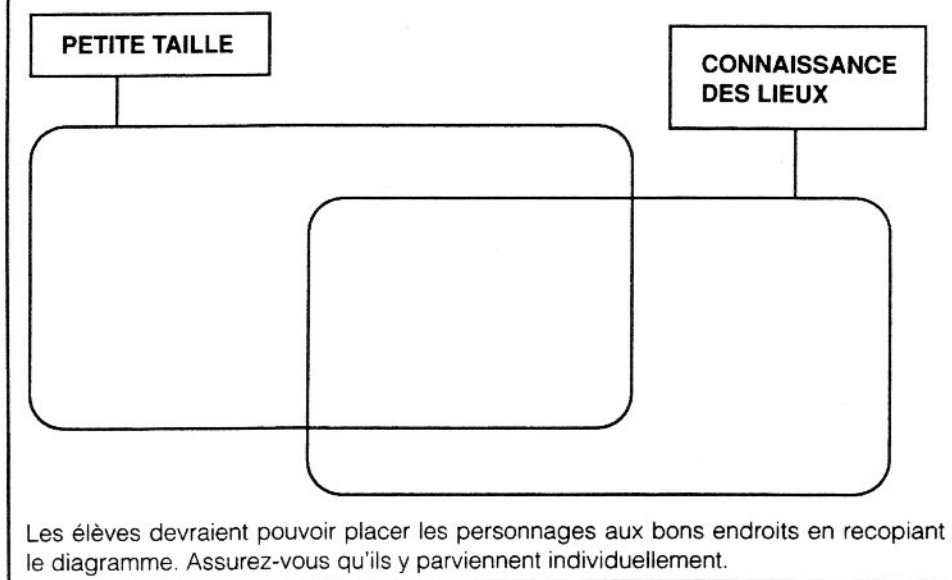
Pertinence du recours à un diagramme.

Compréhension

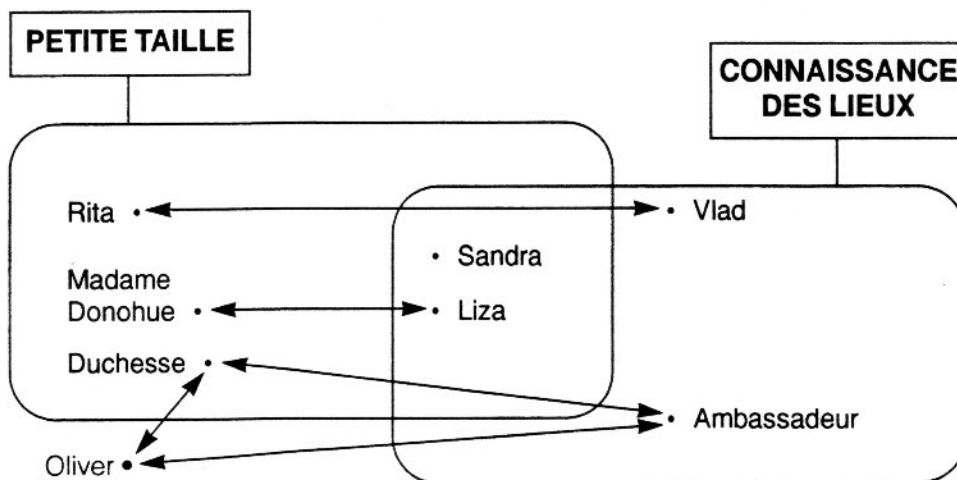
Passage de la représentation concrète à la représentation imagée

Logique A-5
Logique A-6

Venez-en au diagramme suivant en vantant ses avantages :




Au tableau, reproduisez le diagramme pour y inscrire la solution. Ajoutez une flèche pour indiquer qu'un tel confirme l'alibi de tel autre (A → B veut dire que A confirme les dires de B) et laissez les élèves ajouter toutes les autres :



- c) — Pourtant, Sandra est bel et bien innocente. Elle soumet à l'inspecteur Pigeonneau son hypothèse, et une brève enquête leur permet de la disculper. Quelle a été l'idée de Sandra?

☞ En fait, Sandra a tout de suite soupçonné l'attachée culturelle ET le maître d'hôtel. À eux deux, ils alliaient petite taille et connaissance des lieux. Personne d'autre qu'eux-mêmes ne pouvait confirmer leur alibi fabriqué de toutes pièces pour se couvrir mutuellement. On a arrêté l'attachée culturelle au moment où elle tentait de quitter le pays avec les bijoux de l'ambassadeur dans sa valise. Tout est bien qui finit bien...

On peut en profiter ici pour bien démarquer la logique mathématique du bon sens. La logique mathématique accuse Sandra. Le bon sens, l'intuition et la créativité nous conduisent aux *vrais* coupables.

N'hésitez pas à inclure cette discussion dans votre conclusion. Cela permettra de départager le raisonnement du jugement, ce dernier réclamant une grande souplesse de l'esprit. 

Logique A-7 à
Logique A-10

Bloc B

Objectif-synthèse : Appliquer les principes et les stratégies fondamentales du jeu d'échecs.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les écoliers réussissent seuls à :

- a) maîtriser les règles de base du jeu d'échecs;
- b) utiliser et à interpréter la notation algébrique du jeu d'échecs;
- c) utiliser un espace donné selon certaines indications;
- d) choisir une solution acceptable ou préférable dans une situation donnée;
- e) émettre des hypothèses et à les vérifier;
- f) utiliser et à interpréter des diagrammes;
- g) réaliser des ouvertures (début de parties) convenables.

Toutes les activités et toutes les fiches peuvent servir à l'évaluation.

Matériel

- Au moins un jeu d'échecs pour deux écoliers (une excellente suggestion de cadeau pour Noël à donner aux parents et aux écoliers).*
- Un jeu d'échecs géant (nécessaire aux présentations collectives).

Activités

Deux difficultés principales peuvent surgir dans ce bloc d'activités :

1. Vos écoliers n'ont jamais été initiés, ou l'ont été très peu, au jeu d'échecs.

Si c'est le cas, nous vous conseillons d'abandonner le contenu prévu dans ce guide et d'utiliser les activités de *Défi Mathématique 2* puis, s'il y a lieu, de *Défi Mathématique 3*. Ces guides prévoient une introduction progressive des règles de déplacement de chaque pièce menant à la partie complète. Des mini-combats et des problèmes y sont proposés. La démarche est très simple et ne réclame aucune connaissance du jeu de la part de l'enseignant-e.

2. Vos écoliers savent jouer... mais vous, non.

Dans ce cas, il est certain qu'au moins trois ou quatre enfants de votre classe pourraient vous alléger la tâche en devenant vos guides. Confiez aux élèves votre ignorance du jeu et demandez leur aide s'ils désirent continuer d'apprendre. Plusieurs enseignants-es comme vous (la plupart de ceux et de celles que nous connaissons) ont découvert ainsi à quel point on peut faire confiance aux enfants et à leur faculté d'apprendre. Vous découvrirez aussi tout le plaisir qu'il y a à inverser les rôles dans la classe. De plus, les activités de cette année peuvent très bien être dirigées par les élèves eux-mêmes.

Pour être tout à fait honnête, il existe un autre obstacle, surmontable lui aussi : croyez-vous que cette activité ait sa place en classe? À cela, nous pouvons dire que plusieurs enseignants-es (et il y en a de plus en plus) qui en ont fait l'essai ne l'ont jamais regretté. De fait, il n'est pas nécessaire de vanter les mérites du jeu d'échecs. Tous et toutes lui reconnaissent le pouvoir de développer l'analyse, l'anticipation, l'esprit logique et la concentration. De plus, ce qui n'est pas une mince affaire, l'expérience nous a prouvé à quel point une telle activité suscite l'entrain et la motivation des enfants, sans oublier une tendre complicité entre l'enseignant-e et ses élèves, qui pour une fois sont sur un pied d'égalité devant un apprentissage. Vous découvrirez alors, comme nous, la joie de voir l'élève surpasser le maître.

* L'Association Échecs et Maths offre aux écoles utilisant *Défi Mathématique* plusieurs services, dont la vente de matériel d'échecs, l'organisation de tournois, une revue pour jeunes et des cours d'appoint. Pour recevoir la documentation gratuite, écrivez au 5860 Saint-Hubert, Montréal, H2S 2L7 ou téléphonez au (514) 278-5292.

Profitez de la deuxième étape pour aborder ces activités. Elles pourront ensuite être étalées sur le reste de l'année, même si vous amorcez les blocs C et D sans les avoir complétées.

Problème 3

Révision des règles de base et notation

Les fiches Logique B-18 à Logique B-22 du manuel de l'élève présentent une épreuve qui vous permettra d'évaluer les connaissances de vos élèves en ce qui concerne les règles de base aux échecs. N'hésitez pas à leur laisser quelques jours pour y répondre. Bien sûr, il est possible que certains élèves consultent leurs camarades pour recevoir un petit coup de main. C'est justement l'objectif premier de cette activité : amener les élèves à revoir les règles de base du jeu. N'accordez pas trop d'importance aux résultats obtenus, sauf s'ils sont inférieurs à 10 sur 20. Tout élève qui aura obtenu ces minces résultats sera confié aux bons soins d'un élève compétent qui sera chargé de l'aider à revoir les vingt questions de l'épreuve.

Procédez à une correction collective où les élèves donneront les solutions trouvées. Les discussions qui prendront place vous révéleront quels élèves sont les plus forts. Confiez-leur la responsabilité de mener à bien la suite des activités de ce bloc (en petites équipes ou autrement). S'ils sont au nombre de cinq ou six, pourquoi ne prépareraient-ils pas une leçon chacun?

Règles de base.

Logique B-18 à
Logique B-22

Notes : 1. Quand le temps alloué aux activités de logique de la deuxième étape sera écoulé, il restera certes plusieurs fiches à étudier. Ces activités pourront être étalées sur le reste de l'année, sous forme de travail libre ou de devoir.

2. Les fiches Logique B-31 à Logique B-36 peuvent être considérées comme des défis lancés aux élèves. Quand vos élèves croiront les avoir relevés, ils pourront consulter le corrigé ou leur chef d'équipe. Une feuille de route pourrait aussi être constituée.

3. Nous vous proposons une bibliographie de volumes qui nous ont été précieux. Certains élèves pourront s'y intéresser. Nous avons été particulièrement impressionnés par *Cours complet d'échecs*, publié par la Fédération québécoise des échecs. Ce volume rédigé pour l'enseignement des échecs est une véritable mine d'or pour les débutants ou pour les bons joueurs qui désirent s'améliorer.

Logique B-23 à
Logique B-36

Références

PANDOLFINI, Bruce, * *L'ABC des échecs*, Paris, Éd. Solar, 1990, 228 pages.

PANDOLFINI, Bruce, *Chefs-d'œuvre de Bobby Fischer*, Paris, Éd. Solar, 1990, 144 pages.

PANDOLFINI, Bruce, *Mats éclairs*, Paris, Éd. Solar, 1990, 140 pages.

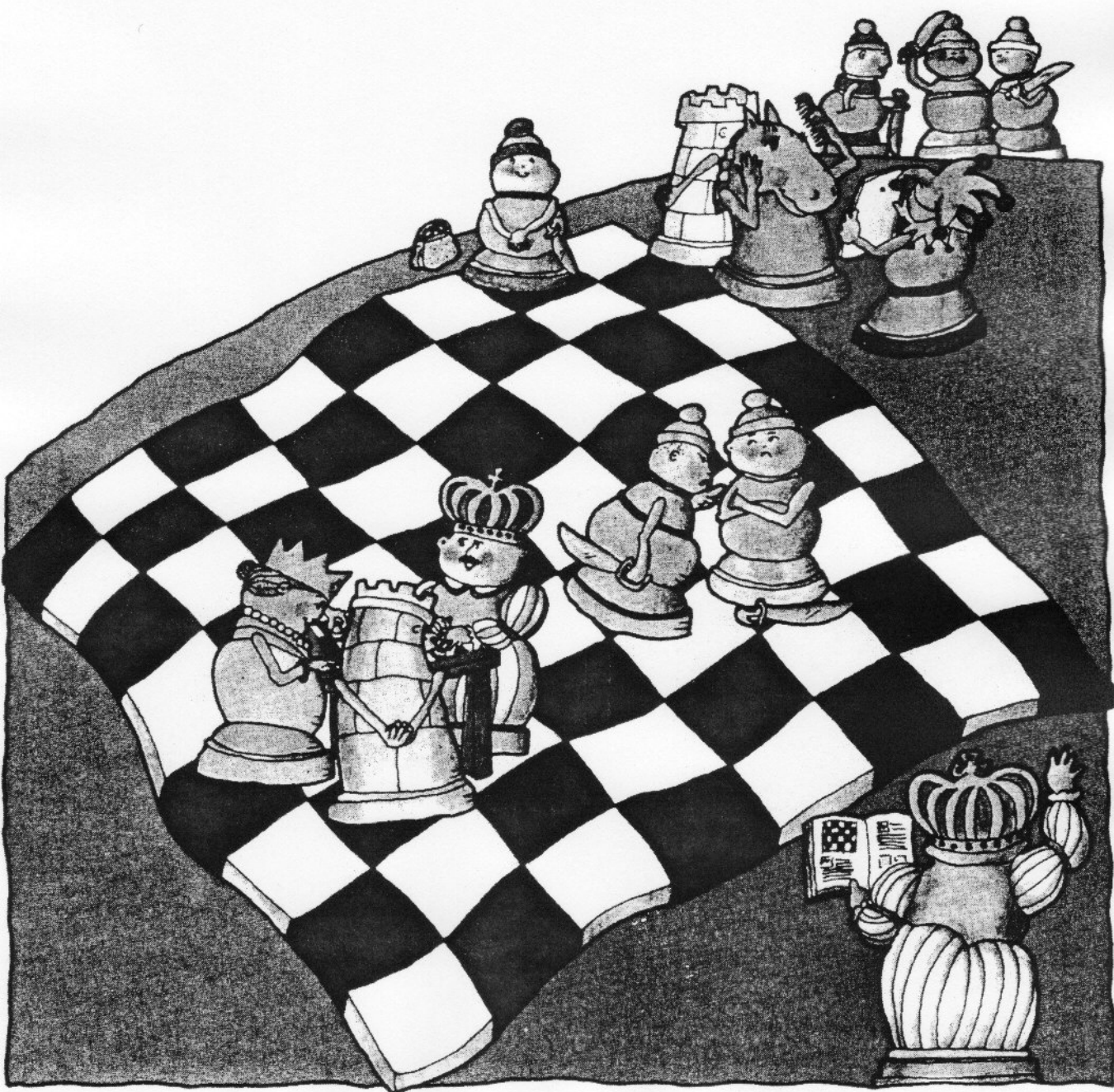
PANDOLFINI, Bruce, *Tactique Kasparov*, Paris, Éd. Solar, 1990, 206 pages.

PELTS, Roman et ALBURY Lev, *Cours complet d'échecs*, (traduction de Louis Morin), Fédération québécoise des échecs, Montréal, 1989, 448 pages.

TRANQUILLE, Henri, et MORIN Louis, *Voir plus clair aux échecs*, Montréal, Éd. de l'Homme, 1992, 166 pages.

* Pandolfini est le grand maître national américain. Ces ouvrages sont accessibles pour les débutants et présentent plusieurs situations de jeux avec leurs solutions.

Note: Pour toute question ou matériel relatifs aux échecs, vous pouvez vous adresser à l'Association Échecs et Maths à Montréal ou à Québec.

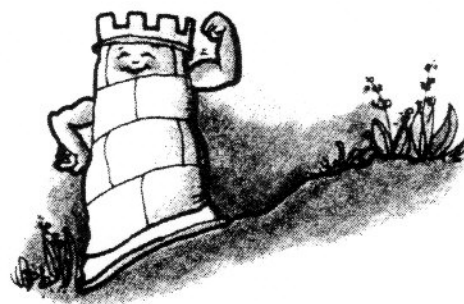
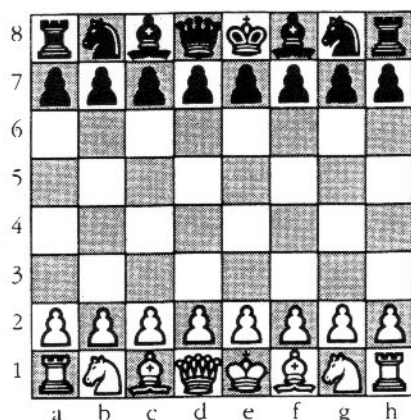


Position des pièces au départ

Les blancs occupent toujours les lignes 1 et 2 au bas du diagramme.

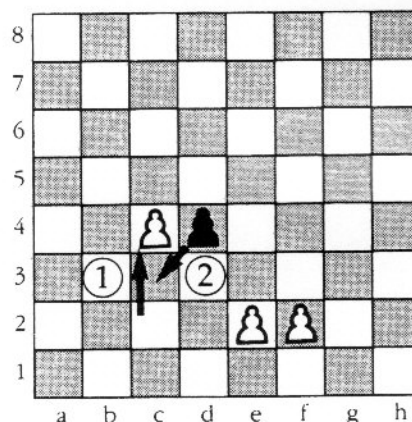
Chaque joueur doit toujours avoir une case blanche à sa droite.

Ce sont toujours les blancs qui commencent.

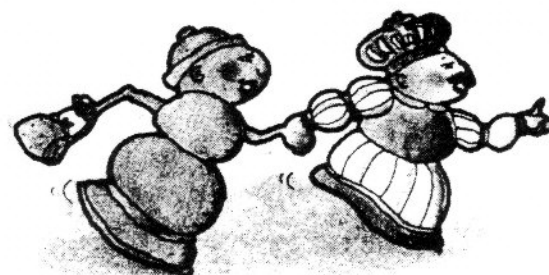


La prise en passant : une exception

- ① Le pion blanc vient de sauter de la case c2 à la case c4.
- ② Le pion noir va capturer ce pion en passant de la case d4 directement à la case c3, comme si le pion s'y était arrêté. C'est la prise en passant.



Ce coup est plutôt rare aux échecs. *Seul un pion* peut prendre un pion en passant. La prise en passant doit se faire *immédiatement* au coup qui suit le saut d'un pion de sa ligne de départ. Le pion capturé doit avoir fait *un saut de deux cases* pour être pris en passant. Cette prise n'est cependant pas obligatoire.

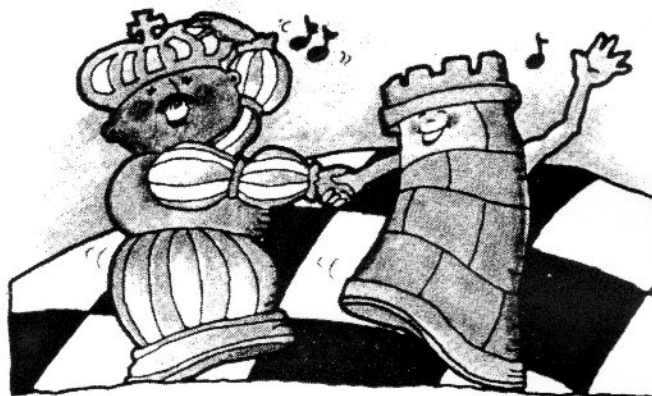


Un coup important : le roque

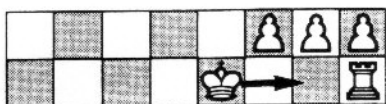
Le roque est un coup très important. Tout bon joueur essaie de le réaliser à chacune de ses parties.

Seuls le roi et l'une des deux tours peuvent effectuer ce petit pas... de danse. C'est un excellent coup pour protéger ton roi et pour amener ta tour au combat.

Comment roquer?

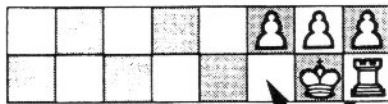


1.



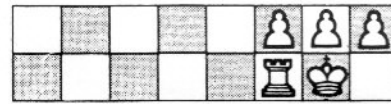
Le roi glisse de deux cases vers la tour.

2.



La tour va occuper la case enjambée par le roi.

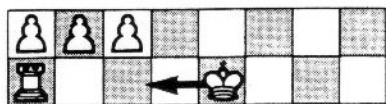
3.



Voilà le *petit roque*. Il se passe du côté de la tour la plus rapprochée.

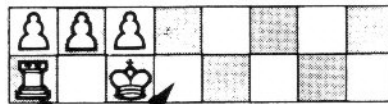
Ou bien...

1.



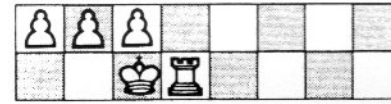
Le roi glisse de deux cases vers la tour.

2.



La tour va occuper la case enjambée par le roi.

3.



Voilà le *grand roque*. Il se passe du côté de la tour la plus éloignée.

Mais pour pouvoir roquer, tu dois respecter chacune des quatre conditions suivantes :

1. Le roi et la tour impliqués n'ont jamais bougé *auparavant*.

3. Le roi n'est pas en échec.

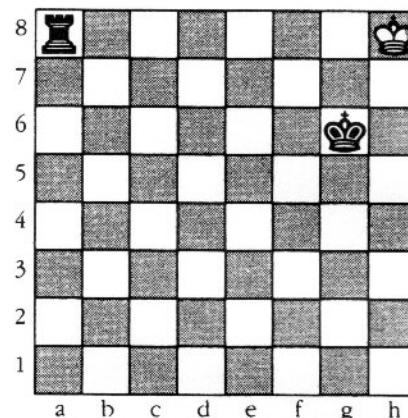
2. Les cases entre le roi et la tour sont inoccupées.

4. Le roi n'est pas en échec dans la case qu'enjambe ni, bien sûr, dans la case d'arrivée.

Quelques règles importantes

1. Un pion qui atteint la ligne de fond du territoire ennemi doit être remplacé par une reine, un cavalier, un fou ou une tour dans la case où il se trouve. Il ne peut pas rester pion.
2. Un roi est *mat* seulement si une pièce le met en échec et s'il ne peut parer cet échec d'aucune façon. Voir le diagramme 1.
3. Un roi ne peut pas être capturé par surprise ni par erreur. Un échec doit absolument être annoncé. Si par erreur un joueur place son propre roi en échec, le coup est nul et doit être repris.

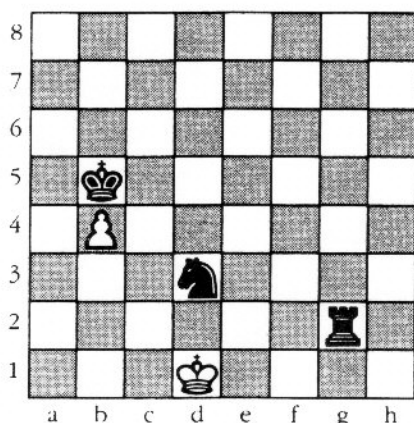
Diagramme 1



Le roi blanc est *mat*.

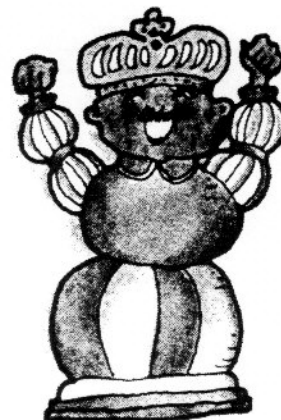
4. Un roi est *pat* si aucune pièce ne le met en échec et si aucune pièce ne peut être jouée sans placer le roi en échec. Voir le diagramme 2.

Diagramme 2



Le roi blanc est *pat*.

5. La partie est nulle :
 - a) si l'un des rois est pat;
 - b) si la même position des pièces apparaît pour une troisième fois dans la même partie;
 - c) si 50 coups sont joués sans qu'aucun pion ne bouge ou sans aucune capture;
 - d) s'il y a accord entre les adversaires.



Répertoire de la notation

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	les rangées
a, b, c, d, e, f, g, h	les colonnes
-	déplacement
x	prise
+	échec
MAT	échec et mat
0-0	petit roque
0-0-0	grand roque
e.p.	prise en passant
:D	pion promu à la dame
R	roi
D	dame
T	tour
F	fou
C	cavalier

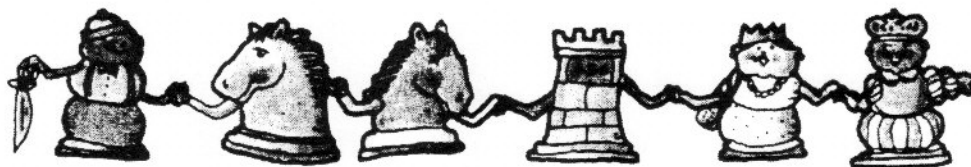


Pour un pion, aucune lettre n'est utilisée pour désigner la pièce qui se déplace.

Quelques exemples commentés

Ta4	La tour se déplace jusqu'à la case a4.
Ch5	Le cavalier se déplace jusqu'à la case h5.
e4	Le pion (aucune lettre) se déplace jusqu'à la case e4.
D x a6	La dame (ou la reine) capture la pièce de la case a6.
a x b6	Le pion de la colonne a capture la pièce de la case b6. Pour un pion, on indique toujours la colonne d'origine lors d'une capture.
b8 :D	Un pion atteint l'extrémité du jeu et devient une reine.

Ta2 x a6	La tour placée en a2 capture la pièce de la case a6. On met la case d'origine quand il y a possibilité de confusion. Par exemple, s'il y a une autre tour en b6.
Ta2 - a6	La tour placée en a2 se déplace jusqu'à la case a6. On met la case d'origine quand il y a possibilité de confusion. Par exemple, s'il y a une autre tour en b6.
D x g7 +	La reine capture la pièce de la case g7 et met le roi ennemi en échec.
Cc7 MAT	Le cavalier se déplace à la case c7 et met le roi ennemi échec et mat.



Bloc C

Objectif-synthèse : Résoudre des problèmes touchant l'économie et nécessitant l'interprétation de tableaux et de graphiques divers.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les élèves réussissent seuls à :

- a) interpréter des tableaux et des graphiques;
- b) tirer des conclusions à partir d'un ensemble de données;
- c) résoudre des problèmes concrets mettant en jeu des entiers relatifs;
- d) appliquer leurs connaissances de l'arithmétique au domaine de l'économie.

L'objectif suivant est intéressant et mérite d'être évalué, même si sa maîtrise n'est pas essentielle :

- e) s'initier à certains concepts élémentaires relatifs au financement d'une compagnie.

Toutes les activités et toutes les fiches à partir de Logique C-56 peuvent servir à l'évaluation.

Activités

Matériel

- Jeux *Tours de Bourse* (problème 5) : un jeu pour cinq élèves. En vente chez l'éditeur.
- Journaux et magazines où figure une section AFFAIRES ou ÉCONOMIE. Les élèves devraient pouvoir les consulter à l'école. Les parents se feront certes un plaisir de les prêter à leur enfant.

Note : Au cours des années où nous avons expérimenté les activités de ce bloc, nous avons souvent dû répondre à la question (légitime) que vous vous posez déjà : «Pourquoi la Bourse et l'économie? Cela me semble bien loin du vécu des élèves de sixième année...»

La première réponse à cette interrogation nous a été donnée par les enfants eux-mêmes. Quiconque présentera ces activités à des élèves constatera non seulement leur très grand intérêt pour le sujet, mais surtout le plaisir qu'ils prennent à jouer les rôles de chefs d'entreprise et de financiers. Nous avons présenté et animé ces activités dans au moins 40 classes différentes. Souvent, nous avons été renversés par les connaissances de certains élèves à ce sujet et par l'intuition de plusieurs autres pour «brasser des affaires».

À cette réponse, nous aimerions ajouter que l'économie demeure l'une des plus fécondes applications de l'arithmétique qu'il nous soit possible d'imaginer. La logique numérique y prend tout son sens : la lecture de nombres, l'estimation, le calcul, le pourcentage, les entiers relatifs, les statistiques, les tableaux et les graphiques. Tout cela et quoi encore?

Enfin, nous reconnaissons volontiers que les activités qui suivent ne partent pas du vécu des élèves. Elles visent plutôt à leur en procurer un nouveau. Apprendre, c'est un peu cela.

Problème 4

- a) Les écoliers ont sous les yeux la fiche Logique C-50. Pour leur permettre de vivre cette activité intensément, invitez-les à jouer des rôles. Ils seront les financiers qui lanceront cette nouvelle entreprise. Avant de les laisser consulter les fiches suivantes (qui les renseignent sur des modes de financement possibles), questionnez-les :

- Pourquoi faut-il tant d'argent pour lancer l'entreprise?
- Où trouver l'argent qui nous manque?
- Comment convaincre des gens de nous faire confiance et de nous confier leur argent?
- Etc.

Laissez-les lire les fiches sur le financement et reprenez la discussion à la lumière des informations nouvelles.

- b) Voici des informations et des suggestions qui vous guideront pour l'animation.
1. La somme de dix millions de dollars qui est nécessaire au lancement de l'entreprise comprend les installations, la matière première, les salaires à

Modes de financement.

Compréhension

Logique C-50 à
Logique C-54

verser et les frais d'exploitation avant que l'argent des premières ventes ne puisse faire fonctionner l'entreprise. Il faudra aussi concevoir une campagne de publicité.

2. Pour réunir une pareille somme, les personnes qui créent la compagnie vont d'abord injecter un certain montant : c'est la *mise de fonds*. Ici, nous avons imaginé une mise de fonds de trois millions de dollars, ce qui ne doit pas être vu comme typique.
3. Nous suggérons un scénario pour le financement des sept millions qui restent, mais votre groupe pourrait arriver à des conclusions différentes sans inconvénient. Il faut bien comprendre qu'il n'y a pas ici une seule solution.
 - Prêt bancaire : 1 000 000 \$ au taux d'intérêt actuel. L'édifice constitue une bonne garantie; par contre, l'équipement électronique se démode vite et sa valeur de revente, en cas de besoin, demeure incertaine.
 - Aucune subvention ne sera accordée.
 - 1 000 000 \$ en actions privilégiées (soit 40 000 actions à 25 \$ chacune) au taux d'intérêt actuel. Il faut comprendre que ces actions coûtent plus cher à une compagnie que des actions ordinaires.
 - 5 000 000 \$ en actions ordinaires (soit 1 000 000 d'actions à 5 \$).
4. Qu'arrivera-t-il si la compagnie SURVIE-DÉO déclare faillite?

Après avoir payé les taxes ou les impôts dus aux divers gouvernements, les banques et les fournisseurs seront remboursés (si cela est possible).

S'il reste de l'argent, les actionnaires privilégiés pourront ensuite récupérer la somme qu'ils ont prêtée à la compagnie.

Ce n'est qu'après toutes ces étapes que vient le tour des actionnaires ordinaires. On comprend que ces derniers risquent de ne recevoir que les miettes, et peut-être moins...

Bref, la banque et les actionnaires privilégiés sont des prêteurs, tandis que les détenteurs d'actions ordinaires participent aux profits et pertes de la compagnie en tant que propriétaires. Pour ces derniers, les risques sont donc plus élevés.

Problème 5

Tours de Bourse

Le jeu TOURS DE BOURSE a été conçu pour initier vos élèves à la Bourse. Il s'agit, bien sûr, d'une simulation relativement élémentaire qui permet de démystifier ce type d'institution et de comprendre ce qui fait varier le prix des actions. Vous pourrez vous le procurer chez l'éditeur.

Note : Mentionnons que les actions ne sont pas toutes inscrites à la Bourse. Il faut, pour cela, remplir certaines conditions particulières. On peut cependant dire que la Bourse est le supermarché des actions. C'est là que s'effectue la grande majorité des ventes d'actions.

Invitez vos élèves à lire et à commenter la fiche Logique C-55.

Tours de Bourse se joue normalement à quatre, à cinq ou à six joueurs. Il vous faudra donc environ cinq jeux si vous désirez faire jouer tous vos élèves simultanément. Nous proposons ici de jouer d'abord collectivement pour permettre une compréhension très enrichissante (au sens figuré, bien sûr!). Il s'agit donc de former six clubs d'investissement (équipes d'investisseurs mettant leur argent en commun). Chaque équipe joue le rôle d'un seul joueur

La Bourse : initiation.

Compréhension

Logique C-55

(voir les règlements) et tente de faire fructifier les 500 \$ reçus (500 \$ par équipe). Les coéquipiers doivent se consulter pour prendre les décisions (vente ou achat). Donc, pour ce premier essai, vous n'utilisez qu'un seul jeu. Nommez deux banquiers et un courtier parmi vos élèves. Ils vous assisteront pour animer le jeu.

Les banquiers s'occupent de l'argent et des certificats d'actions. Le courtier note au tableau les variations du prix de chaque action (comme dans le tableau remis à chaque joueur). Voir la fiche complémentaire Logique III de même que l'exemple donné à la page suivante.

L'enseignant-e tire les cartes-événements et suscite les discussions au fil du jeu. Il est très important de laisser les élèves réagir *avant* de donner l'impact (hausse ou baisse) sur la valeur des actions.

Note : Pour la première partie, nous vous suggérons de tirer les cartes-événements numéros un à dix, dans l'ordre. Cette séquence a été orchestrée pour produire un krach après une période euphorique. Vos élèves comprendront mieux le sens du mot *risque* à cette occasion...

Exemple

Carte-événement n° 1 — «La Banque de Montréal vient d'acheter la Banque du New Jersey, ce qui lui permettra d'accroître considérablement sa présence aux États-Unis.»

Pause — Demandez si cela annonce une bonne ou une mauvaise nouvelle. Pourquoi?

Terminez ensuite la lecture.

«La valeur de ses actions grimpe de 12 \$.»

Toutes les règles du jeu s'appliquent, sauf qu'on s'adresse à six équipes et non à six joueurs.

Jouez au moins deux fois en groupe.

Laissez également les écoliers y jouer individuellement par la suite.

À l'occasion, demandez de compléter le graphique décrivant l'évolution du prix de certaines actions (fiche complémentaire Logique IV).

Règlements du jeu *Tours de Bourse*

1. *Matériel et but du jeu*

Le jeu *Tours de Bourse* se joue à quatre, cinq ou six joueurs.

Il contient 200 actions dont la valeur de base est de 20 \$ l'action. Ces actions se répartissent également entre dix compagnies, soit vingt actions pour chacune d'elles. Des cartes-événements modifieront la valeur marchande des actions au cours du jeu.

Le but du jeu est de faire fructifier son avoir de départ (500 \$) le plus possible au cours des dix tours prévus.

Les dix compagnies qui offrent des actions se répartissent en quatre catégories: les banques, les compagnies pétrolières, les services publics (Bell Canada et Canadien Pacifique) et les industrielles (Bombardier, Lavalin et IBM).

2. Préparatifs

L'un des joueurs est désigné comme banquier. Cela ne lui enlève pas le droit de jouer.

- a) Le banquier distribue 500 \$ à chaque joueur (lui y compris). Il s'occupe de la banque et des actions pour le reste de la partie.
- b) Chaque joueur prépare une commande d'actions. Pour l'instant, chaque action coûte 20 \$. Les achats à crédit ne sont pas possibles. Un joueur ne peut donc pas acheter plus d'actions qu'il ne peut en payer comptant. Aucun montant minimal d'achat n'est imposé. Chaque joueur peut aussi «geler» un montant à la banque. Il n'aura pas accès à ce montant durant toute la partie, mais un intérêt garanti de 10 % lui sera versé au moment du bilan final.

3. Jouons

a) Tour 1

Le banquier tire une carte-événement qu'il lit à voix haute. On note l'effet de cet événement sur le cours des actions dans le tableau de compilation (+ 2, -1, etc.).

Les joueurs peuvent alors acheter ou vendre toute action par l'intermédiaire de la banque. Aucune transaction ne s'effectue entre les joueurs.

Si deux ou plusieurs joueurs réclament *en même temps* des actions et que le nombre restant soit insuffisant, on tire au hasard entre les acheteurs en compétition, à l'aide d'un dé, d'une roulette numérique ou d'un jeu de cartes. Autrement, les premiers arrivés sont les premiers servis. La banque ne peut pas refuser une transaction.

La carte-événement est placée sous le paquet. On procède ainsi pour les neuf autres tours.

- b) Après le dixième tour, tous les joueurs vendent leurs actions à la banque au prix en vigueur à ce moment. Le joueur qui accumule le plus haut montant gagne la partie.
- c) Toute erreur dans la feuille de compilation fait perdre 5 \$ à son auteur. Le banquier doit donc vérifier les nombres des deux dernières colonnes et l'indice composé, soit 21 résultats. La correction pourrait se faire entre joueurs en échangeant les feuilles de pointage. En cas de désaccord avec la banque, malgré les vérifications, la majorité l'emporte. S'il n'y a pas majorité, aucune pénalité n'est donnée pour les résultats en cause. Dans ce dernier cas, les données du banquier serviront de base pour la valeur d'échange des actions.
- d) L'indice composé est obtenu en faisant la somme des valeurs d'une action de chacune des dix compagnies.

Tout règlement non prévu peut être adopté au cours du jeu, au besoin, si la majorité des joueurs sont d'accord. Par contre, un tel règlement ne pourra pas influencer un événement déjà survenu; il ne prendra effet qu'au tour suivant.

Note : Après avoir joué au moins deux fois à *Tours de Bourse*, proposez l'étude des fiches Logique C-56 à Logique C-61. Cette étude devrait s'amorcer en petites équipes et se conclure collectivement. L'objectif visé est une INITIATION et NON le développement d'habiletés. Accordez beaucoup d'importance aux discussions collectives. Adoptez une approche plus *démocratique* que directive pour obliger vos élèves à faire preuve d'initiative et de jugement.

Logique C-56 à
Logique C-61

Problème 6

La fiche Logique C-62 présente un tableau qui donne le prix de certaines actions émises le 1^{er} janvier, ainsi que leur prix à la fin de chacun des six premiers mois de l'année.

Le prix à l'émission est le prix auquel les actions ont été offertes à l'époque. Depuis, certaines actions sont plus chères et d'autres moins chères. Le prix d'une action est le prix, d'une part, qu'un vendeur accepte pour son action et, d'autre part, qu'un acheteur accepte de payer.

Les problèmes de la fiche Logique C-62 sont importants. Ils réactivent les notions de proportion ou de pourcentage dans le contexte des investissements, de même que la lecture de tableaux et de graphiques. Laissez d'abord vos élèves compléter le tableau de la question 1 a), puis demandez-leur quelle action a le plus diminué depuis son émission jusqu'au 30 juin.

Note : Plusieurs répondront que c'est l'action de la compagnie ATLAS qui a le plus diminué. En dollars, cela est exact (baisse de 10 \$), mais pour ce qui est du rendement, EXXON a vu ses actions baisser de 25 % (9 \$ sur 36 \$). La baisse encaissée par ATLAS en est une de $16\frac{2}{3}\%$ seulement. C'est donc EXXON qui subit les plus lourdes pertes durant le semestre décrit.

Puisque plusieurs élèves risquent de choisir ATLAS, nous avons prévu la question 1 b) pour clarifier les idées. Ici encore, la variation en dollars peut laisser croire que la compagnie Z a eu le meilleur rendement. Toutefois, ses gains ne sont que de 25 % comparativement à 50 % pour la compagnie X. Soumettez la question 1 b) en évitant de vendre la mèche. Si la confusion ne se dissipe pas, proposez l'analogie suivante : «Deux amis étudiant dans deux écoles voisines discutent des résultats de leur dernier examen de mathématiques.

(Charles) — J'ai perdu un point dans tout l'examen.

(Bianca) — J'ai perdu cinq points, mais j'ai mieux réussi que toi...

Comment cela est-il possible?»

☞ En fait, Charles a eu 9 sur 10 et Bianca a obtenu 95 sur 100 (ou tout autre résultat compilé sur plus de 50 points).☞

Une hausse ou une baisse est *relative*, et c'est cela que les élèves doivent comprendre ici.

★ Problème 7

Si l'inconnu ne vous effraie pas trop...

L'activité qui suit pourra durer plusieurs semaines. Elle ne demande que peu de temps chaque semaine et est sujette à des rebondissements fort intéressants.

Divisez votre classe en équipes de quatre ou cinq écoliers. Annoncez que chaque équipe dispose de 100 000 \$ qu'elle peut placer comme elle l'entend, d'après les possibilités qui suivent :

- dépôts bancaires;
- actions ordinaires;
- or ou argent.

Les données des journaux (bilan du week-end, prix à la fermeture) serviront de base à tous les calculs, et les transactions seront toujours réalisées le même jour, par exemple la première journée de classe de chaque semaine. Chaque équipe tiendra un registre de ses investissements et de leur valeur hebdomadaire.

Les dépôts ou retraits à la banque n'entraînent aucuns frais. Les intérêts sont payables tous les lundis. L'achat et la vente d'actions ordinaires sont sujets à des commissions de 0,1 % (soit un millième de la valeur des actions) sur les lots de 100 actions et plus d'une même compagnie (0,1 % à l'achat et 0,1 % à la vente). Les actions doivent être achetées en lots de cent (multiples de cent).

Offre, demande et rendement.

**Compréhension
Connaissance**

Logique C-62 à
Logique C-64

Évolution d'un portefeuille
de placement.

**Compréhension
Connaissance**

L'achat et la vente d'or ou d'argent sont également sujets à une commission de 0,1 %.

Tenez un registre des gains records en une semaine, en un mois, etc.

Note : La calculatrice sera évidemment bienvenue...

Faites durer l'activité tant que vos élèves manifesteront de l'intérêt.

Note : Ne vous étonnez pas qu'il faille deux ou trois semaines pour que vos élèves se sentent vraiment à l'aise dans tout cela. Évitez de tout contrôler et de dicter ce qu'il faut faire. Laissez-les se débrouiller et prendre des initiatives.

Bloc D

Objectif-synthèse : Schématiser au moyen d'un graphe planaire les aspects essentiels d'un ensemble de données.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les élèves réussissent seuls à :

- a) établir la pertinence et le rôle de la schématisation en mathématiques;
- b) distinguer les aspects essentiels d'une situation;
- c) produire un graphe planaire schématisant un ensemble de données;
- d) interpréter un graphe planaire;
- e) identifier correctement les constituantes d'un graphe planaire;
- f) appliquer l'algorithme de l'arbre minimal.

Activités

Un schéma qui vaut mille mots

Problème 8

Les ponts de Königsberg

- a) Les élèves ont sous les yeux la fiche Logique D-69.

Laissez-les s'attaquer au problème historique réel qui leur est proposé. En fait, Euler démontra que le trajet recherché n'existait pas! De cette recherche apparemment inutile jaillit, en 1736, l'une des plus jolies théories mathématiques, soit la *théorie des graphes planaires*.

Si vous questionnez les élèves après leur avoir alloué cinq minutes de recherche, ils affirmeront certes que c'est impossible de réaliser le parcours dans les conditions imposées.

Félicitez-les dans ce cas, mais faites-leur remarquer que de dire que c'est impossible, ce n'est pas le prouver...

Note : Les activités qui suivent servent surtout à illustrer le rôle de la SCHÉMATISATION en mathématiques. Considérez donc la théorie comme une curiosité, un enrichissement. Cependant, assurez-vous de passer le message suivant : *une bonne schématisation permet d'éliminer beaucoup d'éléments inutiles dans l'énoncé d'un problème*. Un problème réduit à une forme très simple est plus facile à résoudre, car des sources de distraction sont éliminées.

Pertinence de la schématisation d'un énoncé : les graphes planaires.

Compréhension

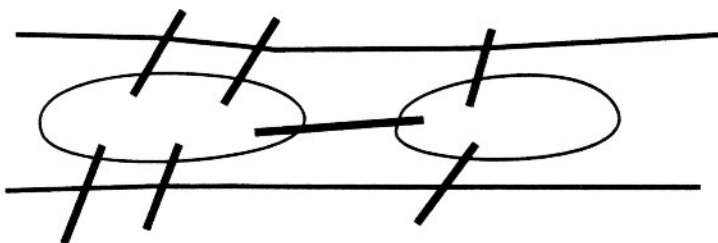
Passage de la représentation concrète à la représentation imagée

Logique D-69

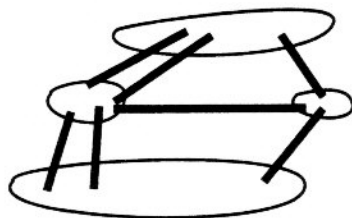
- b) — Non seulement Euler a-t-il dit que le trajet était impossible à réaliser, mais il en a fourni une preuve complète. Nous allons tenter de reconstituer sa découverte.

Notes : 1. Avant de décrire la schématisation adoptée par Euler, demandez à vos élèves s'ils ont tenté de simplifier le problème. S'ils ne l'ont pas fait, demandez-leur d'y réfléchir un peu.

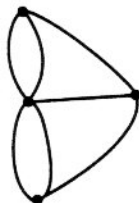
Certains proposeront peut-être un schéma comme celui-ci :



ou encore



Ces étapes intermédiaires nous amènent à l'idée de *graphe planaire*, réduisant au strict minimum les éléments en présence ici, soit :



2. Il arrive que certains auteurs appellent aussi *réseaux* ces tracés topologiques élémentaires.

- Euler a d'abord simplifié le problème pour le formuler dans les termes les plus élémentaires possible. Il a noté les quatre zones importantes. Au tableau, tracez :

C

•

A

B

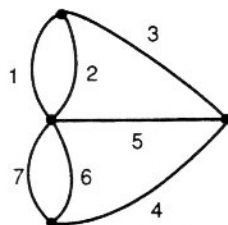
•

•

D

•

- Que manque-t-il au schéma pour représenter la situation? Les sept ponts. Invitez des élèves à les tracer et à les numéroter.



Note : Insistez sur le fait que la simplification obtenue ne modifie pas la nature importante du problème.

- Le schéma obtenu s'appelle un *graphe* (ou *graphe planaire*). Qui peut reformuler le problème des ponts de Königsberg? Peut-on tracer (parcourir) ce graphe d'un seul trait, sans passer deux fois sur le même arc?

Note : Profitez-en pour introduire les termes *arc* et *noeud* (voir les rappels mathématiques au début de l'unité). C'est maintenant le moment d'étudier le vocabulaire des graphes planaires présentés à la section jeu-questionnaire.

- c) — Puisqu'il semble que certains graphes puissent être parcourus d'un seul trait et d'autres non, nous allons en étudier quelques-uns de plus près.

Proposez d'abord à vos élèves les problèmes de la fiche Logique D-70.

- d) — Euler a démontré qu'il est facile de savoir si un graphe peut ou non être parcouru d'un seul trait, sans passer deux fois sur le même arc, uniquement en le regardant. Il paraît que cela dépend des types de noeuds (pairs ou impairs) que contient ce graphe. Peux-tu découvrir cette loi?


Notes : 1. Cette petite recherche pourrait durer quelques jours. Nous vous rappelons qu'il ne s'agit pas de faire mémoriser quoi que ce soit ici, mais bien de démontrer l'avantage de la schématisation.

2. Il faut constater que :

- Un noeud est impair si un nombre impair d'arcs en sortent. Autrement, le noeud est pair. Une boucle correspond à deux arcs.
- Un graphe planaire contient 0, 2, 4, 6, 8, ... (un nombre pair) noeuds impairs. Il ne peut en contenir un nombre impair.
- Seuls les graphes planaires contenant 0 ou 2 noeuds impairs peuvent être parcourus d'un seul trait.
- Si un graphe planaire contient n noeuds impairs, on pourra le parcourir en $\frac{n}{2}$ coups de crayon (sans passer deux fois sur le même arc).
- Les tracés minimaux doivent commencer sur un noeud impair (s'il y en a). On remarque alors qu'on termine forcément sur un autre noeud impair. Les descriptions des tracés de la fiche Logique D-70 devraient le confirmer.

3. La recherche devrait fournir aux élèves des occasions de *formuler des hypothèses et de les vérifier*. Évitez d'en dire trop, trop tôt, et encouragez-les à vérifier eux-mêmes les hypothèses qu'ils avancent.

4. Au moment de la synthèse, complétez avec vos élèves le tableau suivant :

Figure	Noeuds impairs	Peut être parcouru en
	4	2 coups
...

Problème 9 Les cartes

- En sortant de l'école, une personne te demande comment se rendre à l'endroit X. (Mentionnez ici un lieu connu des écoliers situé près de votre école, mais obligeant à deux ou trois changements de rue.) Que lui donneras-tu comme indications?

Laissez-les faire quelques essais puis dites que vous avez peur d'oublier. Peuvent-ils vous faire un schéma?

Connaissance

Logique D-70

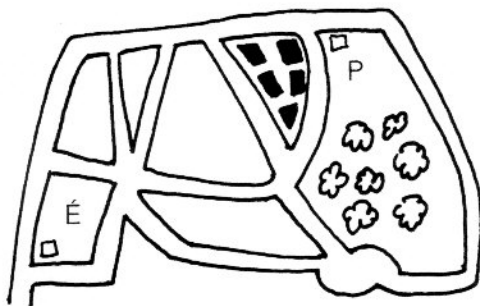
Graphes planaires :
conserver les
caractéristiques
essentiels.

Notes : 1. Chaque élève réalise le sien. Faites une tournée rapide pour découvrir, s'il y a lieu, des plans contradictoires ou imprécis (mauvaise orientation, intersection oubliée, etc.).

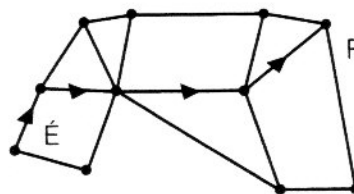
2. En synthèse, faites ressortir que :

- le plan produit est un graphe planaire parce qu'il ne retient qu'une série de noeuds et d'arcs dont les caractéristiques préservées sont l'ordre des diverses intersections, de même que le nombre d'embranchements pour chacune;
- les noeuds sont des...? Intersections.
- les arcs sont des...? Rues.
- l'orientation exacte, la forme, la longueur ou la largeur des artères n'a pas vraiment d'importance : on peut schématiser grossièrement les angles entre les rues en les mettant toujours, par exemple, à 90°.

À titre d'exemple, nous fournissons ici une carte fictive montrant l'école (É) et le poste de police (P), de même qu'un graphe planaire tout à fait adéquat :



Plan du quartier



Graphe planaire

Remarquez que ce graphe est partiellement ORIENTÉ.

Problème 10

La fiche Logique D-74 présente un type de problème extrêmement fréquent dans l'industrie : la recherche d'un parcours minimal. Les graphes sont fort utiles dans de tels cas, car ils permettent une schématisation du problème.

- a) Assurez-vous que vos élèves saisissent bien l'énoncé et laissez-les s'attaquer aux trois premières questions. Le concept en jeu est la recherche d'un graphe appelé *arbre minimal*.

Un arbre est un graphe qui ne contient aucun chemin fermé (voir les rappels mathématiques au début de l'unité).

1. Le graphe ① n'est pas assez économique. Il contient une branche inutile qui relie deux postes déjà en contact.
2. Les graphes ②, ③ et ④ sont des *arbres*. Le graphe ③ a été retenu, car il est minimal (65 millions contre 70 et 100 millions de dollars environ).
3. 62 millions de dollars environ.

- b) Laissez vos élèves s'attaquer au problème 4 de la fiche Logique D-74 sans autre préambule. Distribuez la fiche complémentaire Logique V pour permettre l'exploration.

Il serait bien étonnant qu'ils aient tous découvert le trajet minimal. Présentez alors l'algorithme suivant qui est fort simple. Ils pourront l'appliquer aux autres problèmes de ce type.

Algorithme de l'arbre minimal

- Relier d'abord chaque noeud au noeud le plus rapproché, soit celui qui engendre le lien minimal.

**Compréhension
Habilité**

*Passage de la
représentation concrète
à la représentation
imaginée*

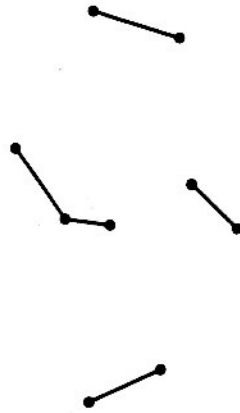
Logique D-71
Logique D-72
Logique D-73

Recherche de l'arbre
minimal.

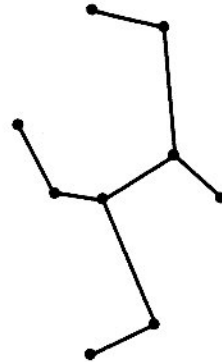
Habilité

Représentation imaginée

Logique D-74



- Relier chaque arbre au noeud le plus proche d'un autre arbre.



- Reprendre l'étape précédente jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'un seul arbre. C'est l'arbre recherché.

☛ L'installation du réseau le plus économique devrait coûter environ 165 millions de dollars. ☛

Logique D-75

Soumettez maintenant la fiche complémentaire Logique VI.

FICHE COMPLÉMENTAIRE

Logique I

Pour noter tes solutions:

R : Roi

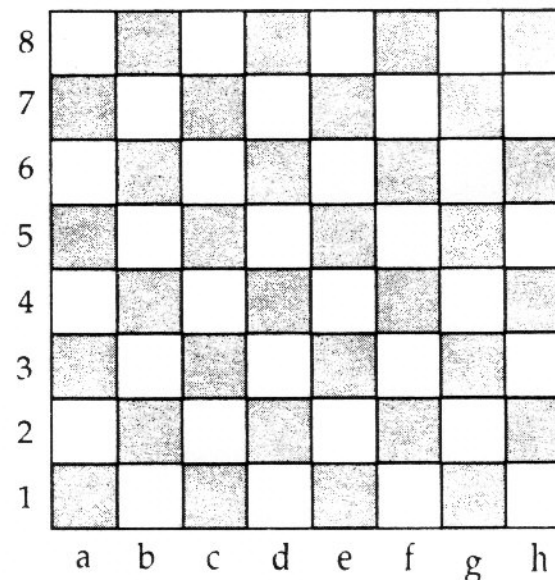
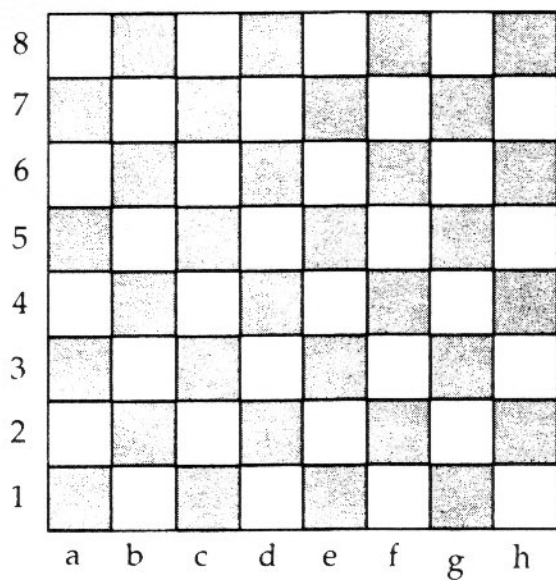
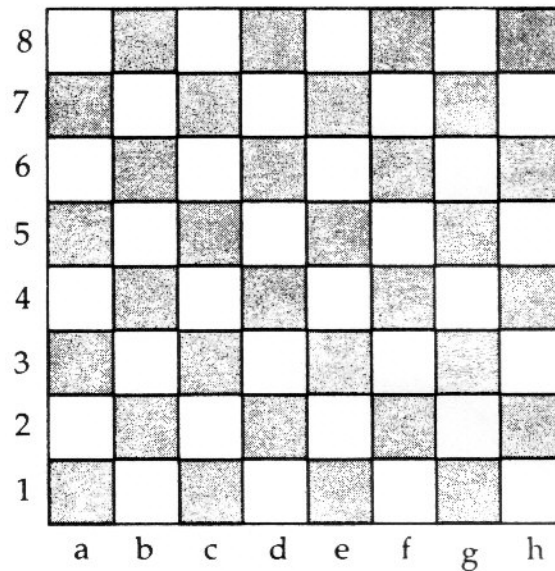
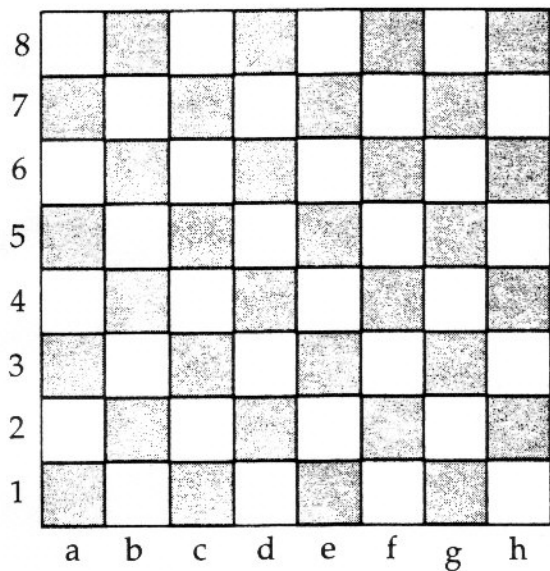
D : Dame ou Reine

T : Tour

F : Fou

C : Cavalier

P : Pion



FICHE COMPLÉMENTAIRE

Logique II

Compagnies A et B		Compagnies C et D	
Prix en dollars	Janvier	Janvier	
	Février	Février	
	Mars	Mars	
	Avril	Avril	
	Mai	Mai	
	Juin	Juin	
Compagnies E et F		Compagnies G et H	
Prix en dollars	Janvier	Janvier	
	Février	Février	
	Mars	Mars	
	Avril	Avril	
	Mai	Mai	
	Juin	Juin	

FICHE COMPLÉMENTAIRE

Logique III

ENTREPRISES INSCRITES	VALEUR DE BASE	TOUR 1	TOUR 2	TOUR 3	TOUR 4	TOUR 5	TOUR 6	TOUR 7	TOUR 8	TOUR 9	TOUR 10	VARIATION PAR RAPPORT À LA VALEUR DE BASE	% EN HAUSSE OU EN BAISSÉ PAR RAPPORT À LA VALEUR DE BASE	VALEUR FINALE
BANQUE ROYALE	20 \$													
BANQUE NATIONALE	20 \$													
BANQUE DE MONTRÉAL	20 \$													
BELL CANADA	20 \$													
CANADIEN PACIFIQUE	20 \$													
BOMBARDIER	20 \$													
SNC LAVALIN	20 \$													
IBM	20 \$													
IMPERIAL OIL	20 \$													
PÉTROLES IRVING	20 \$													
INDICE COMPOSÉ INITIAL :	200	NOTE: L'indice composé se calcule en faisant la somme des valeurs (en points) d'une action de chacune des compagnies retenues pour cet indice. Ici, nous considérons les dix compagnies.										INDICE COMPOSÉ FINAL :		

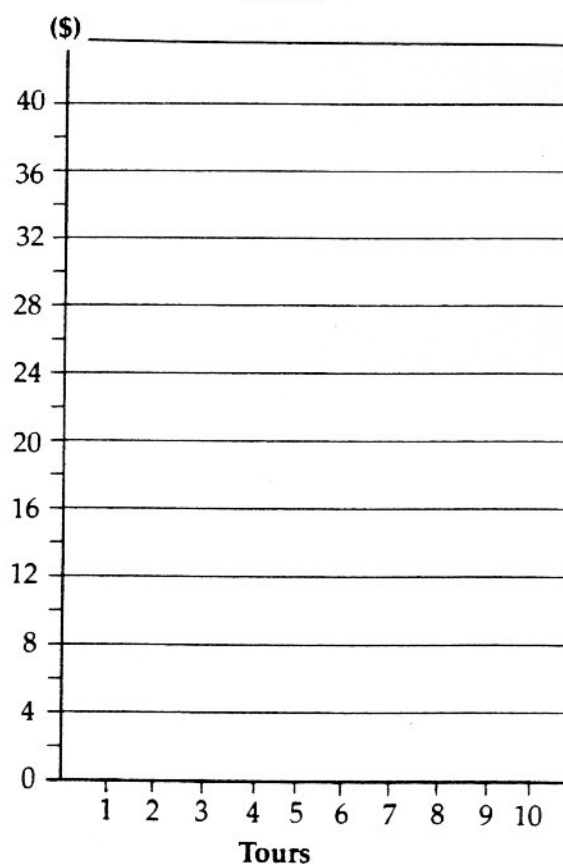
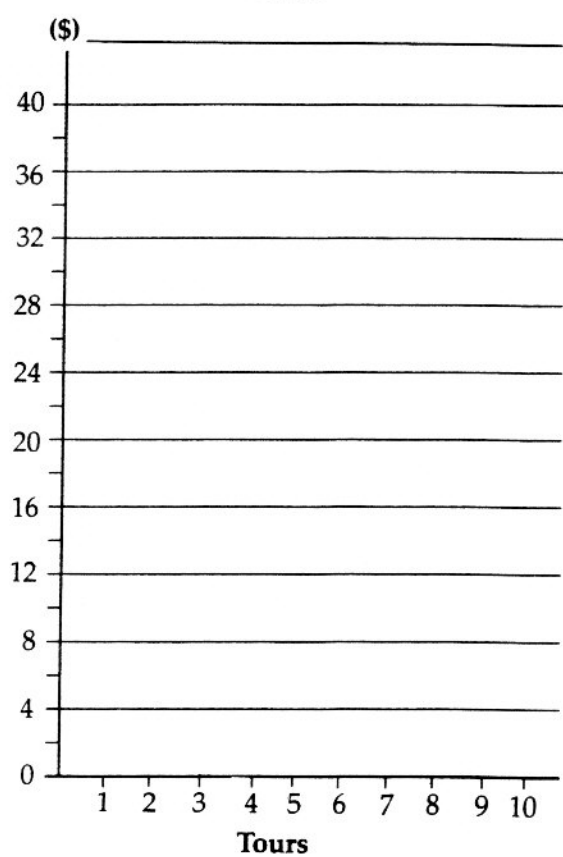
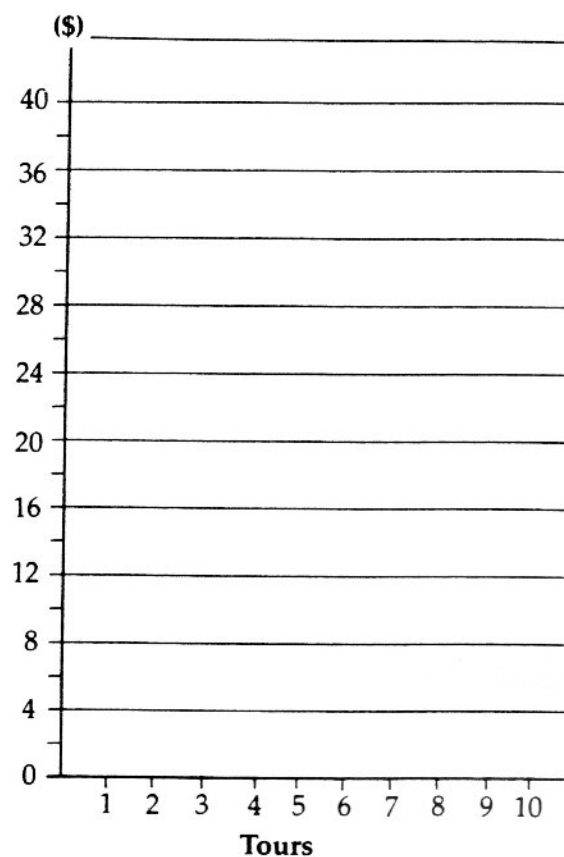
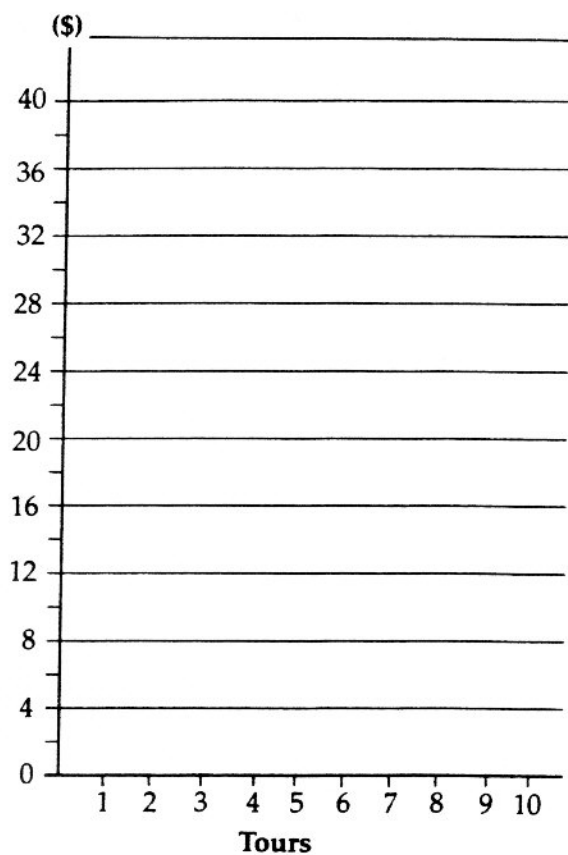
FICHE COMPLÉMENTAIRE

Logique III — Exemple

ENTREPRISES INSCRITES	VALEUR DE BASE	TOUR 1	TOUR 2	TOUR 3	TOUR 4	TOUR 5	TOUR 6	TOUR 7	TOUR 8	TOUR 9	TOUR 10	VARIATION PAR RAPPORT À LA VALEUR DE BASE	% EN HAUSSE OU EN BAISSSE PAR RAPPORT À LA VALEUR DE BASE	VALEUR FINALE
BANQUE ROYALE	20 \$				+ 3			+ 2		- 4	- 8	- 7	- 35 %	13 \$
BANQUE NATIONALE	20 \$				+ 3			+ 2		- 4	- 8	- 7	- 35 %	13 \$
BANQUE DE MONTRÉAL	20 \$	+ 12			+ 3			+ 2		- 4	- 8	+ 5	+ 25 %	25 \$
BELL CANADA	20 \$		- 6			+ 4		+ 2		- 4	- 8	- 12	- 60 %	8 \$
CANADIEN PACIFIQUE	20 \$		- 6			+ 4		+ 2		- 4	- 8	- 12	- 60 %	8 \$
BOMBARDIER	20 \$							+ 2	+ 3	- 4	- 8	- 7	- 35 %	13 \$
SNC LAVALIN	20 \$							+ 2		- 4	- 8	- 10	- 50 %	10 \$
IBM	20 \$							+ 2		- 4	- 8	- 10	- 50 %	10 \$
IMPERIAL OIL	20 \$			+ 6			- 2	+ 2		- 4	- 8	- 6	- 30 %	14 \$
PÉTROLES IRVING	20 \$			+ 6			- 2	+ 2		- 4	- 8	- 6	- 30 %	14 \$
INDICE COMPOSÉ INITIAL :	200	NOTE: L'indice composé se calcule en faisant la somme des valeurs (en points) d'une action de chacune des compagnies retenues pour cet indice. Ici, nous considérons les dix compagnies.											INDICE COMPOSÉ FINAL :	128

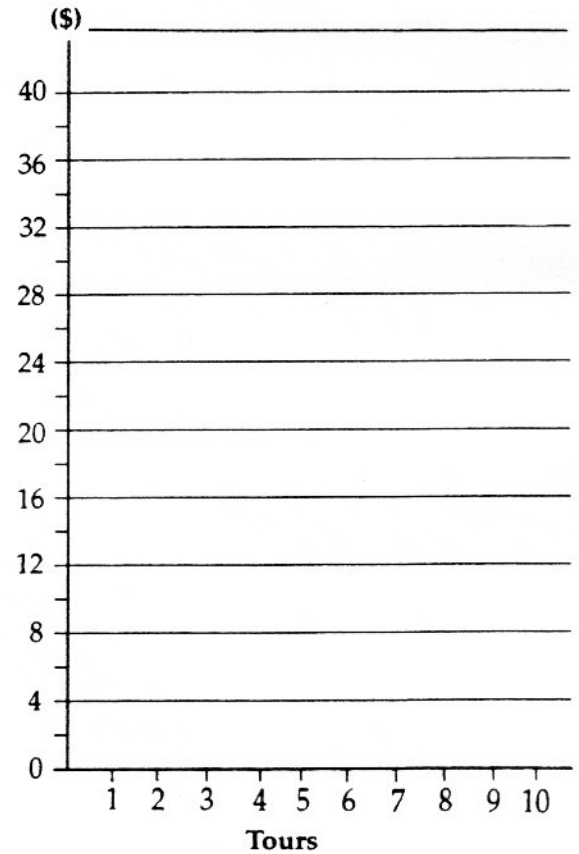
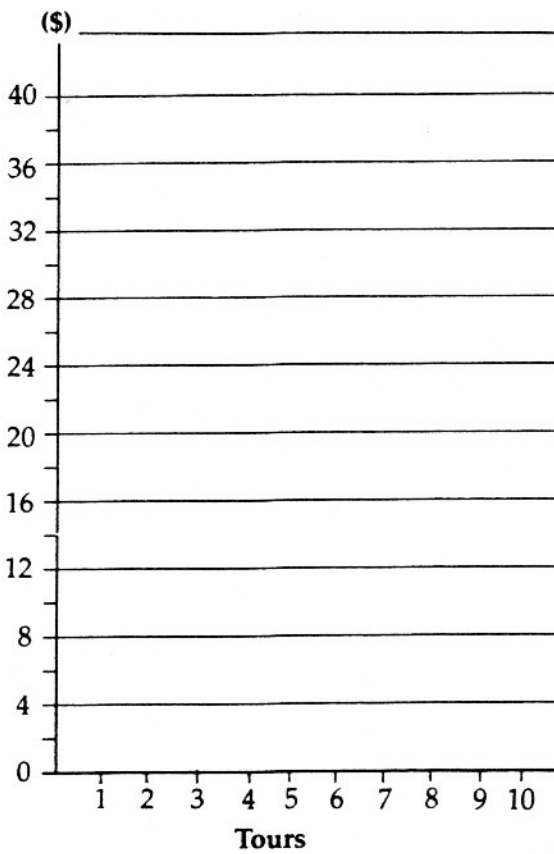
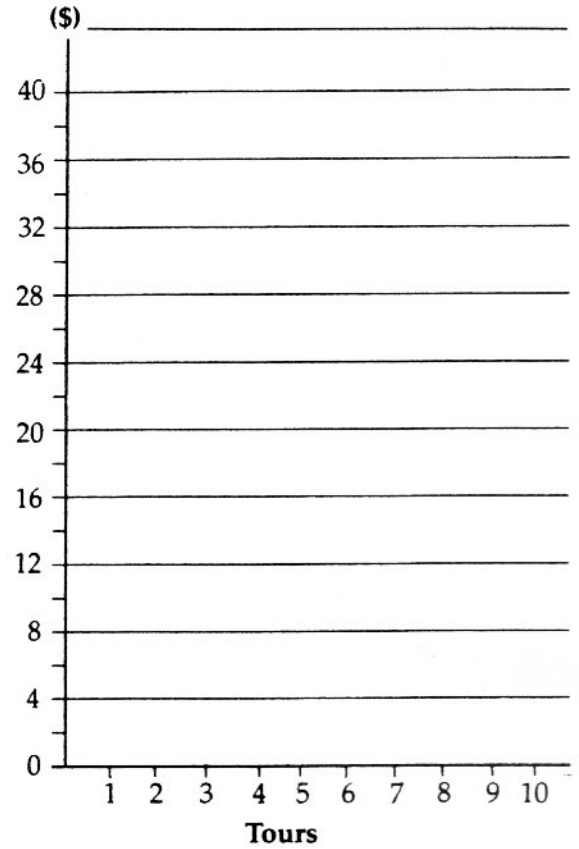
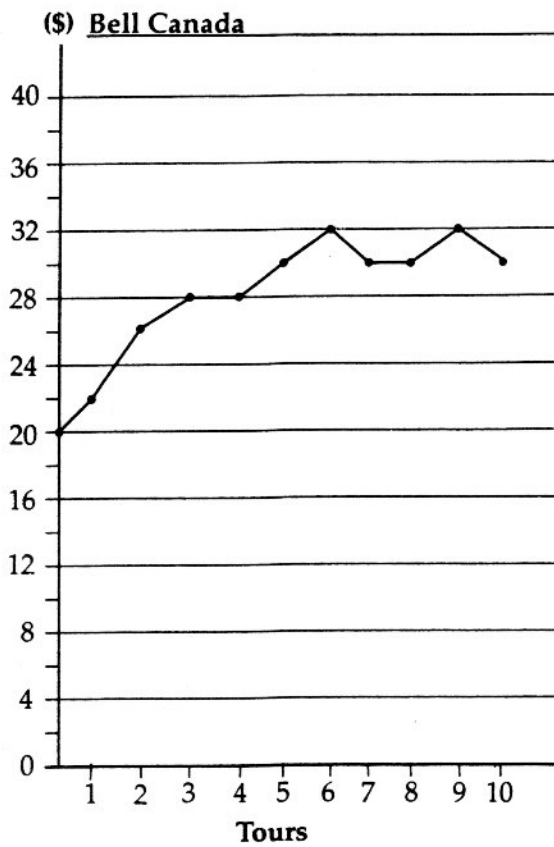
FICHE COMPLÉMENTAIRE

Logique IV



FICHE COMPLÉMENTAIRE

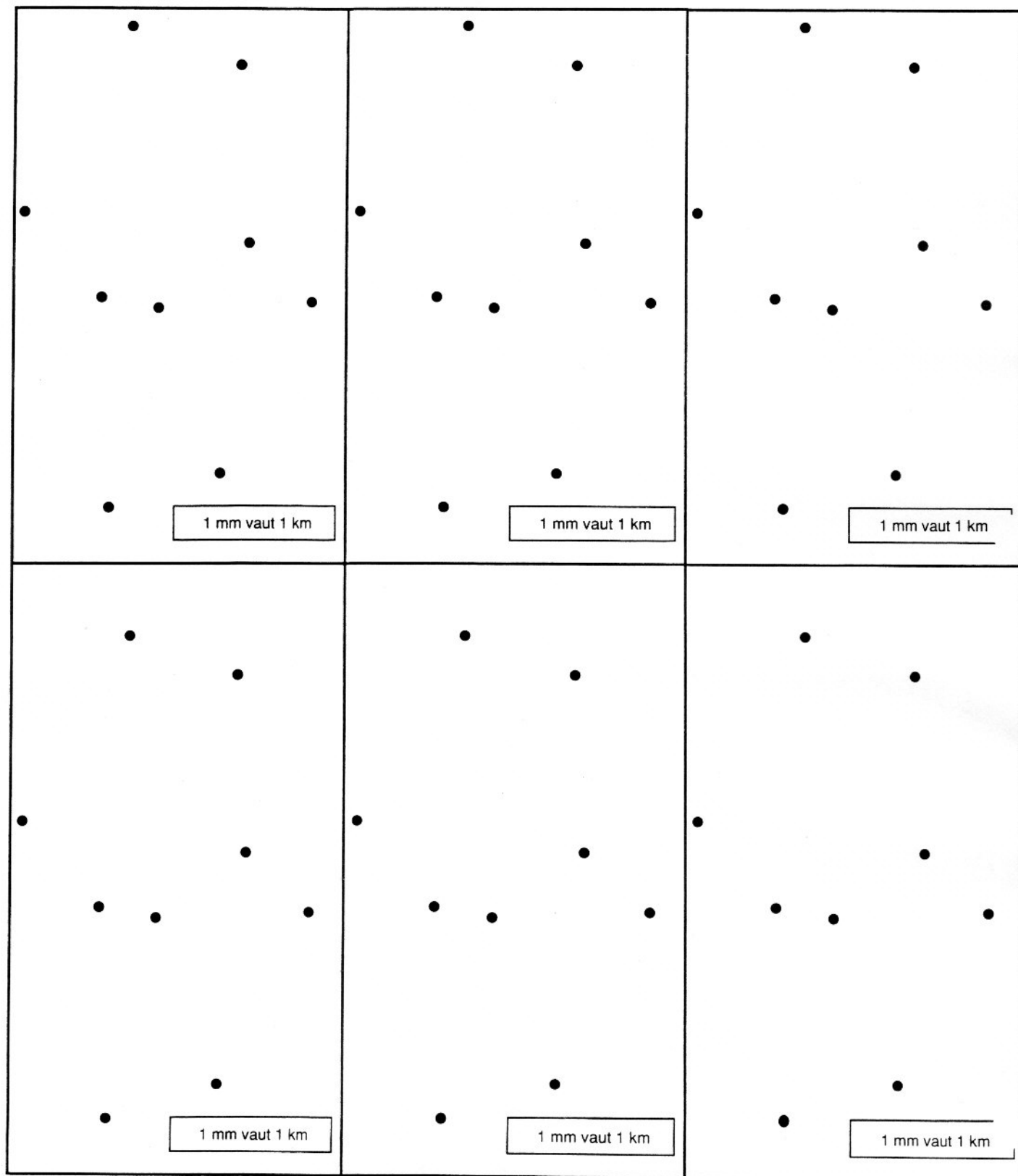
Logique IV — Exemple



FICHE COMPLÉMENTAIRE

Logique V

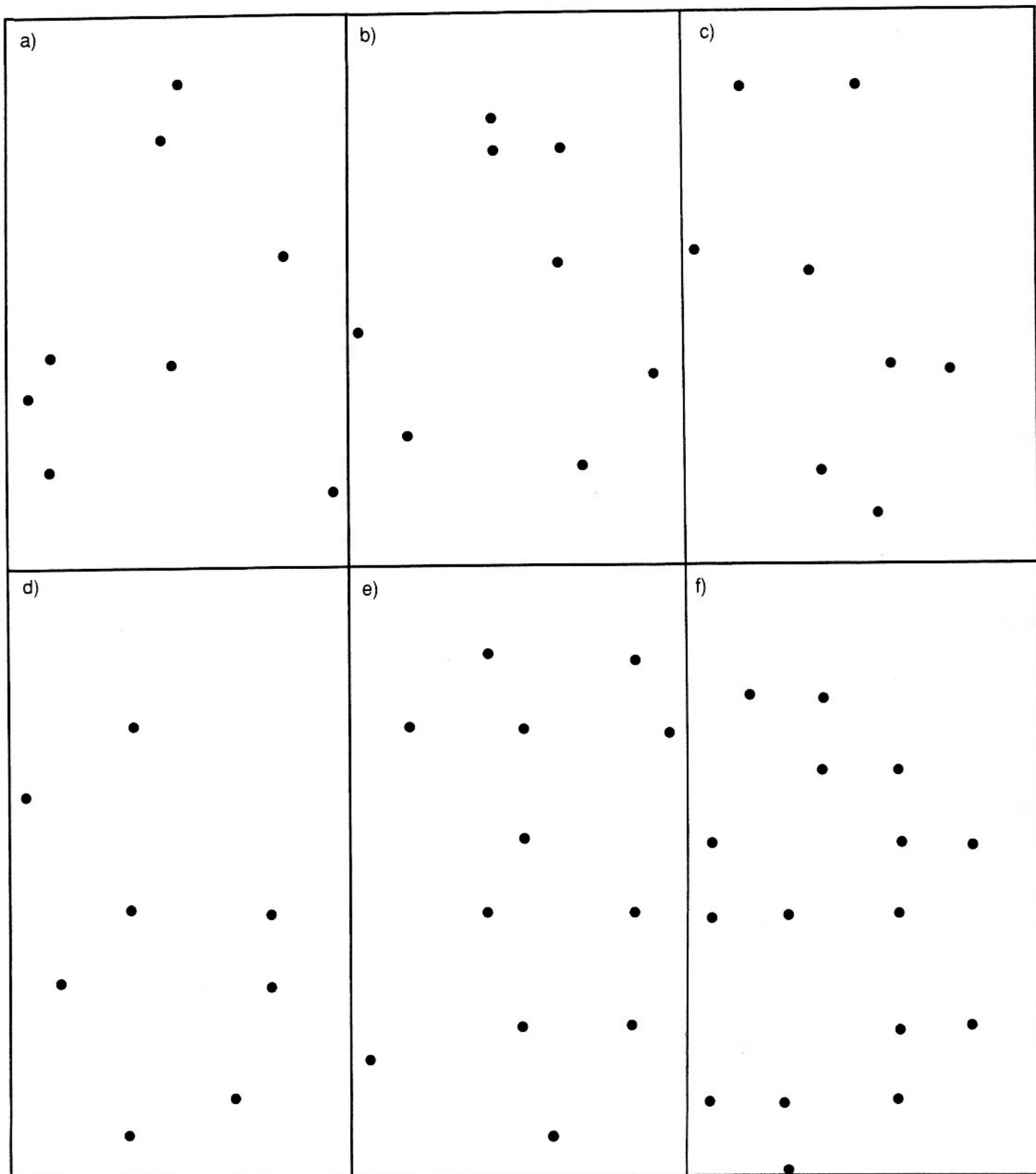
Chaque kilomètre d'installation coûte un million de dollars. Fais quelques essais pour trouver le graphe qui décrit le réseau le plus économique possible.



FICHE COMPLÉMENTAIRE

Logique VI

Pour chaque ensemble de noeuds, découvrez l'*arbre minimal*.



Objectifs de l'unité

Les activités de cette unité visent à terminer les apprentissages prévus au primaire en ce qui concerne la numération positionnelle, les quatre opérations sur les entiers et diverses propriétés des nombres.

Le bloc A plonge les élèves dans une brève rétrospective des événements historiques qui ont amené l'invention des chiffres et la mise au point de notre système de numération et de ses algorithmes de calcul. Plusieurs retours sur des aspects pertinents y apparaissent. Le problème 6, de même que la fiche Numération et opérations A-9 du manuel de l'élève, présente une synthèse à la fois simple et essentielle qui doit être considérée comme un objectif minimal pour tous.

Le bloc B introduit dans la série *Défi Mathématique* la notion de *preuve par neuf*. Les techniques efficaces de calcul écrit y sont développées afin d'atteindre les compétences prévues à cet âge. La calculatrice y est également exploitée. Une cinquantaine de problèmes d'application sont donnés, mais ce nombre est insuffisant. Non seulement l'activité qui permet à l'élève d'augmenter cette banque est utile, mais elle devient, à notre avis, celle qui offre le plus haut rendement que nous puissions proposer à vos élèves. Assurez-vous d'y accorder tout le temps nécessaire.

Le bloc C est un exemple d'application thématique des compétences acquises. Le thème «Système solaire» offre à l'élève l'occasion d'appliquer ses connaissances, tout en lui permettant de se donner certains repères relatifs aux nombres de grande magnitude.

Note : Au sujet du calcul efficace, trois mises au point s'imposent :

1. À une époque où les calculatrices sont de moins en moins coûteuses et de plus en plus efficaces, le calcul mental doit être enseigné plus qu'autrefois.
2. Les techniques efficaces de calcul *mental* diffèrent des techniques efficaces de calcul *écrit*, notamment en procédant de gauche à droite.
3. L'introduction de la calculatrice ne vise pas à remplacer le calcul écrit. Il nous semble essentiel d'initier l'élève à cet instrument qui permet, par ailleurs, des explorations plus poussées de certaines propriétés des nombres tout en allégeant, à l'occasion, la démarche de résolution de problèmes.

Rappels mathématiques

Algorithme de calcul

L'algorithme de calcul est une suite de calculs et de raisonnements qui permet de fournir le résultat d'une opération. Pour chaque opération, il existe généralement plusieurs algorithmes différents. Les Français ne soustraient pas au moyen de l'algorithme qu'on enseigne en Amérique, et les anglophones du Canada ne divisent pas au moyen de l'algorithme qu'emploient les francophones canadiens.

Chiffre

Un chiffre est un caractère ou un dessin permettant de représenter des nombres (voir *Nombre*). L, V et X sont des chiffres romains. Dans le système moderne de numération, nous utilisons les chiffres dits arabes : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. Trente-quatre est un nombre de deux chiffres et six est un nombre d'un seul chiffre.

Constante automatique

Voir *Puissance*.

Dénombrement

Pour dénombrer un ensemble d'objets, on fait correspondre à chaque élément un mot et un seul de la suite de noms qui servent à désigner les nombres, à partir de «un». Il s'agit donc de mettre en correspondance une série de mots avec une série d'objets.

Division

La division ne peut être définie comme un partage. En effet, puisque $1 \text{ cm} \div \frac{1}{2} = 2 \text{ cm}$, le sens commun de «partage» ne s'applique pas ici. La division peut cependant exprimer une situation concrète où il y a eu partage ou bien une situation de mesure. Ainsi, $8 \text{ cm} \div 4 = 2 \text{ cm}$ exprime mathématiquement l'idée que 8 cm sont à 4 ce que 2 cm sont à 1. Le résultat de la division de type partage exprime donc le rapport à l'unité ou

tout simplement la part unitaire (pour un). Ainsi, $1 \text{ cm} + \frac{1}{2} = 2 \text{ cm}$ exprime que 1 cm est à $\frac{1}{2}$ ce que 2 cm sont à 1. Dans son sens de mesure, la division exprime le nombre de fois qu'il faut reporter un étalon de mesure pour recouvrir entièrement un être à mesurer. Ainsi, $4 \text{ cm} \div 2 \text{ cm} = 2$ exprime que l'étalon (2 cm) est compris deux fois dans la longueur à mesurer (4 cm), et $1 \text{ cm} \div \frac{1}{2} \text{ cm} = 2$ également.

Il n'y a pas de *reste* dans une phrase mathématique qui exprime une division. L'expression $18 \div 4 = 4 \text{ r } 2$ peut refléter une situation concrète juste (avec 18 pneus, je peux équiper 4 automobiles, et il me restera 2 pneus), **mais cette expression est fausse** du point de vue mathématique. Sinon, on serait conduit à une situation insoutenable, comme $18 \div 4 = 4 \text{ r } 2 = 18 \div 2 \div 2 = 9 \div 2 = 4 \text{ r } 1$ et donc, $4 \text{ r } 2 = 4 \text{ r } 1$. Les phrases mathématiques suivantes sont cependant acceptables : $18 \div 4 = 4,5 = 4 \frac{1}{2}$ ou $4 \times 4 + 2 = 18$ (qui exprime que 18 ne se divise pas par 4 pour donner un nombre entier).

Égalité

L'égalité est une phrase mathématique qui exprime l'identité de deux nombres. L'expression $4 + 6 = 10$ signifie donc que 4 + 6 et 10 sont exactement le même nombre. De même, l'expression $8 - 5 = 2 + 1$ exprime l'égalité du nombre 8 - 5 et du nombre 2 + 1. Le signe « = » n'a pas le sens de « la réponse, c'est... ». L'expression $9 - 4 = 5$ n'est pas une question ($9 - 4 =$) suivie d'une réponse (5).

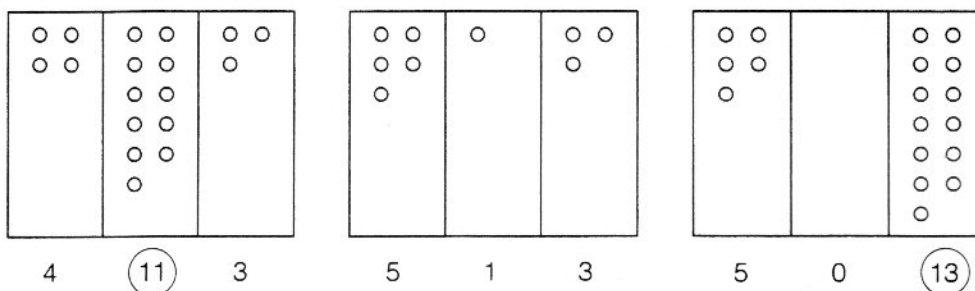
Pour plusieurs écoliers, l'expression $8 + 2 = 10 + 2 = 12$ est juste. Elle est cependant **fausse** à cause du sens réel du signe « = ». Le signe « = » exprime, un peu comme l'équilibre des plateaux d'une balance, que les nombres placés à gauche et à droite sont un seul et même nombre.

Équation

L'équation est une phrase mathématique comportant une ou plusieurs variables. Elle exprime qu'une égalité ne sera vérifiée que pour certaines valeurs attribuées à ces variables. Les expressions $4 + \square = 7$ ou $4 + x = 8 - x$ expriment qu'en substituant à \square ou à x certains nombres, on obtiendra une égalité.

Équivalence

Un nombre peut être exprimé sous plusieurs formes arithmétiques équivalentes. Ainsi, l'expression $36 = 2 \text{ dizaines} + 16 \text{ unités} = 4 \text{ dizaines} - 4 \text{ unités}$ montre trois formes équivalentes du nombre trente-six. Pour un nombre représenté au moyen de la planche à calculer, tout échange correct entraîne une représentation différente mais équivalente du même nombre.



Estimation

Par l'estimation, on établit plus ou moins précisément la valeur du résultat d'une opération, la grandeur d'une quantité ou d'une mesure. L'estimation peut s'exprimer au moyen d'un nombre arrondi (environ 500 personnes), d'un intervalle (entre 20 % et 30 %) ou d'une borne supérieure (moins de 300 \$) ou inférieure (plus de 30 °C).

Exposant

L'exposant est un signe qui indique la *puissance* (voir ce terme) à laquelle est élevée une quantité. Dans l'expression $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$, on indique que 4 est l'exposant et, par conséquent, que 81 est la quatrième puissance de 3.

Dans l'expression $\frac{3^5}{3^2} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} = 3^{5-2} = 3^3$, on découvre une loi des exposants.

C'est ainsi que $\frac{3^6}{3^6} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = 3^{6-6} = 3^0 = 1$ justifie que l'exposant zéro affectant une base non nulle donne toujours 1.

Multiplication

Un arrangement rectangulaire constitue une représentation géométrique de la multiplication. **Attention! La multiplication n'est pas nécessairement une addition répétée.** Tout au plus, on peut dire que la multiplication

se manifeste parfois par une addition répétée ($3 \times 4 = 4 + 4 + 4$ ou $3 \times 4 = 3 + 3 + 3 + 3$). Mais cela n'est pas toujours possible, par exemple dans le cas de $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$.

Enfin, l'égalité $3 \times 4 = 4 \times 3$ indique que 3×4 représente la même idée, le même nombre que 4×3 . La multiplication constitue l'une des assises importantes et essentielles de notre système de numération. Ainsi, les Chinois de l'Antiquité exprimaient d'abord explicitement la relation multiplicative dans l'écriture des nombres. Pour 976, ils écrivaient :

九 百 七 十 六

soit : $9 \times 100 \quad 7 \times 10 \quad 6$

Ce qui deviendrait, grâce à la valeur positionnelle :

九 七 六
9 7 6

Il est donc évident que du strict point de vue de la compréhension et de la justification du système de numération positionnel, **l'élève doit d'abord cerner l'idée de multiplication** si l'on désire assurer sa compréhension de notre façon d'écrire un nombre.

Nombre

Un nombre est d'abord et avant tout un concept, c'est-à-dire une idée. L'ensemble des yeux d'une personne, l'ensemble de ses bras, l'ensemble de ses jambes ou l'ensemble de ses oreilles ont tous quelque chose en commun : tous ces ensembles ont deux éléments. Le concept *deux* est l'abstraction qui relie tous les ensembles à deux éléments. Le nombre est la représentation verbale ou écrite que l'on utilise pour exprimer un tel concept. Dans notre système moderne de numération, on exprime généralement un nombre à l'aide de chiffres (voir *Chiffre*). Il existe entre *nombre* et *chiffre* la même relation qu'entre *mot* et *lettre*. Un mot peut s'écrire à l'aide d'une ou de plusieurs lettres; de même, un nombre peut se noter avec un ou avec plusieurs chiffres. Dans une expression comme $4 + 1 = 5$, on établit l'égalité de deux nombres : $4 + 1$ représente le même nombre que 5.

Numération

La numération est une façon de désigner les nombres. Le système moderne de numération est positionnel, c'est-à-dire que la valeur d'un chiffre dépend de sa position dans le nombre. Ainsi, dans 252, le 2 placé à gauche représente une valeur cent fois plus grande que le 2 placé à droite. Notre système de numération est dit de base dix, puisque les unités des différents ordres croissent de dix en dix. Notre système de numération positionnelle repose principalement sur les propriétés de la multiplication et de l'addition.

Priorités des signes

Lorsque les expressions mathématiques se complexifient, le recours aux parenthèses permet d'identifier certaines priorités d'opération. Les parenthèses rendent les expressions très lourdes. Voilà pourquoi des règles de priorité ont été établies.

Les priorités sont :

- 1) parenthèses;
- 2) exposant;
- 3) \times et \div , de gauche à droite;
- 4) $+$ et $-$, de gauche à droite.

L'expression $(3^2) + (5 \times 4) - ((16 \div 8) \times (4 + 1)) = 19$ peut être grandement simplifiée grâce à ces lois et devient : $3^2 + 5 \times 4 - 16 \div 8 \times (4 + 1) = 19$. Les dernières parenthèses ne peuvent être supprimées sans altérer le résultat, car $3^2 + 5 \times 4 - 16 \div 8 \times 4 + 1 = 22$.

Puissance

La puissance est le degré auquel on élève une quantité en la multipliant par elle-même. Dans l'expression $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, 125 est la troisième puissance de 5. On dit que 5 affecté de l'*exposant* (voir ce terme) 3 est égal à 125.

La plupart des calculatrices permettent d'obtenir rapidement une puissance d'un nombre grâce à une constante automatique. Ainsi, 3^6 est obtenu grâce à la suite de touches : $\boxed{3} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{=} \quad \boxed{=} \quad \boxed{=} \quad \boxed{=} \quad \boxed{=}$.

Index des touches

Touche	Fonction	Ce que fait la calculatrice
$\boxed{C/CE}$ (une fois) (une fois) équivalent à : \boxed{CE}	Efface le dernier nombre entré en conservant le reste de l'opération en cours. Sur certaines calculatrices, c'est la touche \boxed{CE} ou \boxed{CL} . La touche $\boxed{ON/C}$ se comporte souvent comme $\boxed{C/CE}$.	Chasse l' Entrée (c'est-à-dire le nombre complet qui vient d'être affiché à l'écran).
$\boxed{C/CE}$ $\boxed{C/CE}$ (deux fois) équivalent à : \boxed{C}	Chasse d'abord la dernière entrée, puis efface toute l'opération en cours, sans affecter le tiroir de la mémoire. Sur certaines calculatrices, \boxed{C} et \boxed{CE} sont séparées. On touche alors une fois \boxed{C} .	Chasse l'opération en cours dans le centre de calcul et le nombre à l'écran.
$\boxed{+/-}$	Changement du signe (positif/négatif) du résultat affiché à l'écran. Sur certaines calculatrices, c'est \boxed{CS} ou \boxed{CHS} .	Inverse le signe du nombre à l'écran (-2 devient 2, 4 devient -4).
$\boxed{M+}$	Prend le nombre affiché à l'écran et l'ajoute à celui contenu dans la mémoire.	Additionne en mémoire (fait monter le «thermomètre»).
$\boxed{M-}$	Prend le nombre affiché à l'écran et le soustrait de celui contenu dans la mémoire.	Soustrait en mémoire (fait descendre le «thermomètre»).
\boxed{MRC} (une fois) équivalent à : \boxed{RM}	Affiche à l'écran le contenu de la mémoire. Sur certaines calculatrices, c'est la touche \boxed{MR} .	Ramène la Mémoire (lecture de l'indicateur du «thermomètre», là où il en est).
\boxed{MRC} \boxed{MRC} (deux fois) équivalent à : \boxed{CM}	Ramène d'abord à l'écran le contenu de la mémoire et, la seconde fois, efface la mémoire qui revient à zéro. Sur certaines calculatrices, c'est la touche \boxed{MC} . Les touches peuvent aussi être séparées : \boxed{RM} et \boxed{CM} .	Chasse la Mémoire (ramène donc l'indicateur du «thermomètre» à la position zéro).
\boxed{AC} équivalent à : OFF-ON	Sur certaines calculatrices, ramène la mémoire et l'opération à zéro. Efface tout («All Clear»).	Remise à zéro de la calculatrice.
$\boxed{\sqrt{\quad}}$	Extraction de la racine carrée du nombre affiché.	Trouve la racine carrée positive.

Bloc A

Objectif-synthèse : Dégager les propriétés fondamentales du système moderne de numération.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les élèves réussissent seuls à :

- lire et à écrire les nombres entiers;
- distinguer un chiffre d'un nombre;
- connaître certains événements importants de l'histoire des chiffres et du calcul;
- identifier le rôle de la multiplication dans notre système moderne de numération;
- utiliser convenablement certains abaques et certains bouliers;
- établir des repères physiques analogiques à la numération de base dix.

Matériel

Pour chaque élève :

- une cinquantaine de jetons de bingo.

Pour la classe :

- abaques et bouliers divers dont vous pouvez disposer (facultatif mais fort intéressant);
- le livre Guinness des records de l'année.

Notes : 1. Les fiches COUP DE POUCE et SUPER AS ne s'adressent pas à tous les élèves. On peut les soumettre individuellement à l'élève qui éprouve une difficulté particulière (COUP DE POUCE) ou à l'enfant doué qui réclame des problèmes plus avancés (SUPER AS). Bien qu'elles soient placées à la fin du bloc, ces fiches peuvent être soumises à tout moment.

2. Dans les fiches du manuel de l'élève, les problèmes identifiés «Pour les as» s'adressent à tous les élèves, même s'il est fort probable que plusieurs ne parviendront pas à les résoudre. Tous trouveront profit cependant à s'attaquer résolument à un problème très exigeant.

Les belles histoires des chiffres et du calcul

Les fiches Numération et opérations A-1 à A-4 révisent certains concepts élémentaires. Nous avons cru que le contexte historique leur apporterait un saveur plus agréable. Prenez le temps d'en discuter en groupe.

Problème 1

a) — Quelle est la différence entre chiffres et nombres?

Note : Peu d'élèves le savent, et c'est également le cas de plusieurs adultes.

Disons, en bref, que *les chiffres sont aux nombres ce que les lettres sont aux mots*. Les chiffres sont des caractères (dessins) dont on peut se servir pour écrire les nombres. Notre système compte dix chiffres (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9); 136 est un nombre à trois chiffres et 5 est un nombre à un seul chiffre. Par analogie, «ils» est un mot de trois lettres et «y» est un mot d'une seule lettre.

Vous devrez probablement aider plusieurs élèves à surmonter la perception fautive et tenace selon laquelle les chiffres vont de 0 à 9 et les nombres commencent à 10.

Nous pouvons dire que les humains ont littéralement créé les chiffres. Quant aux nombres, ils ont été explorés et progressivement découverts, un peu comme le furent les éléments chimiques.

Systèmes de numération:
nombres et chiffres.

**Compréhension
Connaissance**

*Passage de la
représentation concrète
aux représentations
imaginées et symboliques*

b) — Quels chiffres connais-tu?

Profitez de cette question pour introduire la fiche Numération et opérations A-5 du manuel de l'élève. Voici les principaux points que vous devrez faire ressortir.

1. Le système structuré d'entailles (voir les tailles de berger de Numération et opérations A-2) a donné naissance au système romain original (probablement hérité des Étrusques).
2. Les quatre derniers systèmes sont additifs, car on y juxtapose des quantités à additionner (ou à soustraire dans le cas du système romain évolué utilisé en Europe).
3. Le progrès majeur (le chaînon manquant...) en histoire de la numération est apparu lors du *recours à la multiplication*, comme c'est le cas dans le système chinois. Cela constituait un véritable trait de génie et devait ultimement permettre l'aboutissement au système «parfait» que nous utilisons aujourd'hui, souvent machinalement. Il ne manquait plus que deux inventions pour terminer l'oeuvre (sur les entiers) :

a) «Cacher» la multiplication derrière la position (ex. : 3 c 2 d 8 [à la manière chinoise]), c.-à-d. $3 \times \text{cent} + 2 \times \text{dix} + 8$ devient 328 et 9 c 2 (voir Numération et opérations A-6, n° 4) devient... 92. (Oups! crise en vue...)

b) Ce dernier cas montre la pertinence et les circonstances ayant amené (en Inde probablement) l'invention du *zéro*, une invention qui devait permettre un formidable développement de l'arithmétique, des mathématiques et, par conséquent, des sciences.

Numération et opérations
A-1 à A-6

4. Les deux premiers systèmes illustrés à la fiche Numération et opérations A-5 sont *multiplicatifs*, ce qui les place nettement au-dessus des autres pour ce qui est de l'évolution.
5. Le système sumérien était de base soixante, avec recours aux dizaines pour alléger l'écriture des premiers nombres naturels. Le petit écu représente une unité, le plus gros, une soixantaine et le cercle, une dizaine. Ces chiffres sont apparus en Mésopotamie en même temps que les chiffres élamites décrits à la fiche Numération et opérations A-4. Élamites et Sumériens étaient voisins et rivaux à cette époque.

Notes : 1. Il nous est souvent arrivé de discuter de ces faits historiques avec des adultes et des élèves. Les uns et les autres y ont presque tous pris grand intérêt. N'hésitez donc pas à exploiter ce filon à fond.

2. Les deux volumes suivants sont une source exceptionnelle de références, et nous vous les suggérons avec insistance.

Pour les élèves et pour l'enseignant-e : *Histoires de comptes*, F. Cerquetti-Aberkane, éd. Épigones, Paris, 1987, 31 pages illustrées en couleurs.

Pour l'enseignant-e : *Les chiffres ou l'histoire d'une grande invention*, Georges Ifrah, éd. Robert Laffont, Paris, 1985, 335 pages. De ce dernier, nous pourrions ajouter qu'il est **indispensable** à tout enseignant-e du primaire!

Problème 2

- Au problème précédent, nous avons vu le rôle très important de la multiplication dans notre système de nombres. Mais pourquoi donc nos ancêtres ont-ils «utilisé» cette opération? À quoi pouvait-elle bien leur servir concrètement (quelques millénaires avant J.-C.)? Et à nous?

Pertinence et sens de la multiplication.

Compréhension

Passage de la représentation concrète à la représentation symbolique

Notes très importantes

1. Pour faciliter les échanges, écrivez au tableau 3×4 et orientez la discussion dans le sens suivant : «Que veut dire une telle expression dans la vie de tous les jours?» Laissez d'abord les écoliers vider leur sac...

2. On peut trouver au moins trois types de concrétisation d'une expression comme 3×4 :

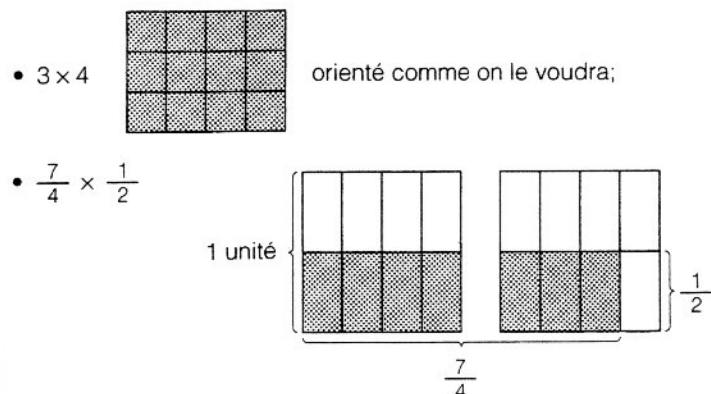
- a) l'idée d'*addition répétée*, de bonds sur la droite numérique, de paquets : 3 paquets de 4 et 4 paquets de 3 sont tous deux acceptables ici;
- b) l'idée d'*aire* où 3 et 4 sont les dimensions : 3 rangées de 4 chaises, une chambre de 3 m sur 4 m, ...;
- c) l'idée de *combinaison* (produit cartésien) : avec 3 couleurs et 4 formes de blocs, on peut avoir 12 blocs différents; 3 soupes avec 4 plats de résistance donnent 12 menus différents.

3. Des trois types possibles, le dernier est rarement évoqué, même par des adultes. Le premier type est presque toujours le seul qui soit proposé; *cela est bien dommage, car c'est de loin la plus pauvre concrétisation analogique de la multiplication, celle qui conduit inévitablement à l'impasse!*

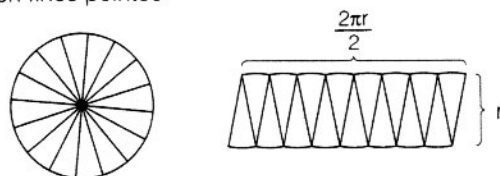
En effet, comment cette image (surtout si elle est fortement ancrée) peut-elle être d'un quelconque secours au moment de *comprendre le sens* d'expressions comme :

- 56×143 (56 paquets de 143?)
- $2 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2$ (des cm^2 avec des cm répétés?)
- $\frac{7}{4} \times \frac{1}{2}$ ($\frac{7}{4}$ paquet de $\frac{1}{2}$?)
- $\pi \times r^2$ («pi» paquets de rayons carrés???)

- $(a + b) \times (a + b) = a^2 + \dots$ quoi déjà?
 - $3 \times 42 = 42 \times 3$ (La commutativité est-elle évidente avec l'idée de paquets?)
4. C'est sans aucun doute la représentation rectangulaire de la multiplication (aire) qui est la plus intéressante du point de vue de l'enseignement; aussi, nous vous suggérons fortement d'amener vos élèves à se la donner comme *analogie prépondérante* de la multiplication. C'est probablement la plus ancienne aussi. Cela permettra (dès cette année, plus loin lors de la multiplication des nombres ayant deux chiffres ou plus et dans l'unité Fractions) une continuité et une cohérence souhaitables en multiplication :

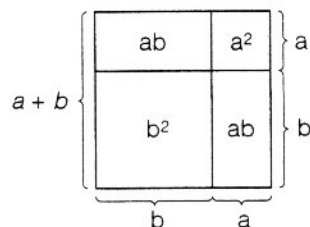


- $\pi \times r^2$
cercle découpé en fines pointes



L'aire du cercle est obtenue en le découpant — théoriquement — en fines pointes qu'on place ensuite côte à côte en alternance. La forme «presque» rectangulaire est haute comme un rayon et large comme une demi-circonférence, soit $\frac{2\pi r}{2}$. Et $\frac{2\pi r}{2} \times r = \pi \times r^2$.

- $(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b)$



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- Évidence de la commutativité (aire identique, si l'on inverse les dimensions).
5. Si l'on préfère favoriser la concrétisation géométrique de la multiplication (aire), on pourrait très bien habituer les élèves (et nous aussi) à lire l'expression 3×4 : «trois **par** quatre» et «trois multiplié par quatre», deux expressions préférables à «trois paquets de quatre» ou «trois groupes de quatre».
6. C'est très probablement le calcul d'aire (arpentage, construction,...) qui a été la principale assise concrète de la multiplication chez nos lointains ancêtres. En numération, c'est cependant l'idée d'addition répétée qui a été utilisée. Quant au produit cartésien, on l'a surtout développé, au siècle dernier, pour la formalisation du concept de multiplication dans la théorie des ensembles.

Problème 3

Présentez la fiche Numération et opérations A-7 à vos élèves. Distribuez les abaqués et les bouliers que vous possédez ou, du moins, un exemplaire de la

Abaqués et bouliers.

fiche complémentaire Numération et opérations I. Dans ce dernier cas, les élèves n'auront qu'à déposer des jetons *sur les lignes*, en procédant comme pour l'abaque romain simplifié ou pour le boulier chinois.

Voici les principaux aspects à faire ressortir.

1. Les abaques primitifs permettent de placer autant de jetons (boules) à chaque position que l'indique le nombre à représenter. Il en est ainsi du **quipu inca** (qui n'est pas, à proprement parler, un abaque) où l'on fait des noeuds au lieu de placer des jetons.
2. Les abaques primitifs sont lourds à manipuler quand vient le temps de placer six, sept, huit ou neuf jetons dans une ou plusieurs positions. Ces nombres sont très difficiles à VOIR d'un seul coup d'oeil. C'est pourquoi le boulier russe comporte deux boules colorées par tige (les 5^e et 6^e). Ces points de repère aident l'oeil à lire rapidement les nombres représentés.
3. La difficulté évoquée plus haut a amené plusieurs peuples à introduire l'artifice commun aux abaques simplifiés permettant deux types de boules pour chaque tige : des boules valant un et d'autres valant cinq. Cela rend la lecture beaucoup plus facile. Cependant, les abaques simplifiés obligent à des groupements intermédiaires par cinq. (Pensez aux chiffres romains qui sont bâtis exactement sur ce principe.)
4. Tous les abaques illustrés sont authentiques. La plupart étaient encore en usage il y a à peine quatre siècles. Certains (russe et chinois) sont encore utilisés dans les écoles comme principal instrument de calcul.

Problème 4

La fiche Numération et opérations A-8 vous donne l'occasion de réviser certaines notions essentielles et d'en approfondir quelques-unes. Pour chaque problème proposé, il est important que vous laissiez les élèves estimer le résultat, avant de leur fournir les indices qui suivent. Par-dessus tout, ces problèmes cherchent à créer des images permanentes qui permettront à vos élèves de se faire une certaine idée des grands nombres et des quantités qu'ils représentent.

Notes : 1. Au cours de cette activité, les élèves devront identifier des tranches de nombres et nommer des nombres. La fiche COUP DE POUCE Numération et opérations A-13 risque d'être utile pour ceux qui n'ont pas encore visualisé cette structure analogique à la numération positionnelle moderne.

2. Pour la lecture des nombres, vous devrez peut-être leur rappeler que chaque tranche est lue séparément et de la même manière, sauf pour le dernier mot qui désigne l'ordre de grandeur. Les noms des tranches, en ordre croissant, sont : unités (généralement, on omet ce terme lors de la lecture), mille (ou milliers), millions, milliards, billions, billiards, trillions, trilliards, quadrillions, quadrilliards, quintillions, quintilliards. Ajoutons que tant que le déficit du pays n'aura pas atteint les mille quintilliards, on ne jugera probablement pas utile de trouver un nom pour la tranche suivante, ce qui n'est pas exclu dans un avenir prochain...

Voici les indices supplémentaires dont vos élèves auront besoin pour résoudre les problèmes de la fiche Numération et opérations A-8. Laissez-les s'y attaquer en petites équipes.

1. Il faut environ 25 jours à un cheveu pour allonger de 1 cm. ☞ Pour 1 m : 2 500 jours; pour 1 km : 2 500 000 jours, soit environ 7 000 ans! ☞
2. Il y a environ 25 millions de Canadiens. ☞ En organisant les centicubes selon la structure analogique présentée à la fiche COUP DE POUCE Numération et opérations A-13, on arrive à 25 m³ de centicubes, soit suffisamment pour occuper tout l'espace d'une grande chambre à coucher. La masse totale serait de 25 t, soit autant que celle de quatre ou cinq éléphants adultes! ☞

**Habileté
Connaissance**

*Représentations
concrète, imagée et
symbolique*

Numération et opérations
A-7

Structure analogique de
la numération moderne et
lecture des nombres.

**Compréhension
Connaissance**

Numération et opérations
A-8

*Représentation
symbolique*

3. La circonférence de la Terre est d'environ 40 000 km, soit 40 milliards de millimètres. Vos élèves doivent mesurer une pièce de un dollar. ☞ Environ un milliard et demi de pièces soigneusement alignées... ☞

Problème 5

La chasse aux records

Note : Ce jeu a pour but de réactiver les connaissances des élèves en ce qui concerne le nom des nombres. Les données proviennent du livre *Guinness des records* (1988). On devrait y jouer à l'occasion, tout au long de l'année. Si vous possédez des données plus récentes, procédez aux corrections qui s'imposent.

Préparatifs : Divisez votre groupe en deux camps.

But du jeu : Être la première équipe à découvrir un nombre caché qui représente un record ou une donnée quelconque.

Règlements

1. L'enseignant-e annonce la donnée recherchée. Ex. : «Quelle est la plus haute altitude jamais atteinte par un avion en mètres?» ☞ 95 935 m, aux États-Unis. ☞
2. Le premier joueur de l'équipe 1 écrit un nombre au tableau. Il doit ensuite le lire *correctement*. L'enseignant-e dit alors «Trop bas!» ou «Trop haut!», selon le cas.
3. Le premier joueur de l'équipe 2 tente alors sa chance de la même manière. On poursuit ainsi jusqu'à la découverte du nombre. Le joueur qui le découvre rapporte 10 points à son équipe.
4. Si un nombre est mal lu, le joueur et son équipe perdent leur tour. L'enseignant-e ne corrige pas le nombre mal lu. Le joueur de l'équipe adverse tente alors sa chance en lisant le nombre raté par son opposant. Après deux lectures ratées, l'enseignant-e demande de l'aide à n'importe quel joueur de l'autre équipe, en alternant toujours d'une équipe à l'autre.
5. Si le nombre proposé est très loin du but, l'enseignant-e peut ajouter le commentaire «Tu gèles!» pour accélérer la découverte.
6. Pour éviter les pertes de temps, chaque équipe doit toujours avoir deux joueurs au tableau, prêts à répondre.
7. On peut ajouter un peu de piquant en posant à l'élève qui découvre le nombre une question en prime au sujet du record (choix parmi trois réponses proposées). Ainsi, pour la plus haute altitude atteinte par un avion, on propose trois noms de pays : a) Allemagne; b) États-Unis; c) U.R.S.S. Une bonne réponse vaut 5 points.

La chasse aux records : données

1. Plus haute altitude jamais atteinte par un avion.
☞ 95 935 m par un avion fabriqué aux États-Unis. ☞
2. Plus grande assistance à un match de soccer.
☞ 199 850 à Rio, au Brésil. ☞
3. Point culminant (plus haute montagne) du globe.
☞ À 8 908 m, le mont K 2 dépasse l'Everest... ☞
4. Tremblement de terre le plus meurtrier : nombre de victimes.
☞ 1 100 000 (environ) en juillet 1201, au Moyen et au Proche-Orient. ☞
5. Plus grand troupeau de moutons au monde : nombre de têtes.
☞ 117 500 en Nouvelle-Zélande. ☞
6. Plus grand lac d'eau douce au monde : surface en km².
☞ Le lac Supérieur en Amérique : 82 350 km². ☞

Lecture, écriture et ordre des nombres du système moderne.

**Habileté
Connaissance**

*Représentations
concrète et symbolique*

7. Animal le plus riche au monde : montant.
 € Le chat Charlie Chan suite à un héritage de 250 000 \$. €
8. Nombre de bovins (vaches et boeufs) sur Terre.
 € 1 230 000 environ. €
9. La plus lointaine distance de la Terre atteinte par un cosmonaute en kilomètres.
 € 400 187 km à bord d'*Apollo XIII*, le 15 avril 1970. €
10. Jeu de cartes payé le plus cher au monde : prix.
 € 143 352 \$; actuellement au musée de New York. €
11. Oeuvres (peintures, sculptures et gravures) réalisées par l'artiste le plus prolifique : nombre.
 € 147 800, par Pablo Picasso. €
- ★12. Et si la chose peut les intéresser, le fameux cube de Rubik peut être agencé de plus de 43 trilliards de façons, soit :
 43 252 003 274 489 856 856 000 combinaisons! Qui donc pourra lire ce nombre?

Note : Pour alimenter votre banque de questions, invitez les élèves à faire une petite recherche pour fournir un nouveau record. Au moment de jouer, l'élève arbitrera la recherche du record qu'il a découvert et jalousement gardé secret...

Problème 6

Les élèves ont sous les yeux la fiche Numération et opérations A-9.

Notes : 1. Cette fiche propose une synthèse des préalables à la compréhension de la majorité des techniques opératoires modernes. Accordez aux problèmes de cette fiche toute votre attention, car personne ne peut prétendre «comprendre» les techniques de calcul sans une maîtrise parfaite des notions qui y sont abordées. Ne laissez aucun élève poursuivre les apprentissages prévus s'il n'a pas clairement saisi l'essentiel de cette fiche.

2. Ne visez pas ici l'exécution technique, mais bien la compréhension. N'hésitez pas à exiger une démonstration sur l'abaque. Les trois exemples suivants démontrent le sens de ce qui est attendu.

a) $10\ 632$ \rightarrow $\begin{array}{r} 9\ (16)\ 2\ (12) \\ -8\ 9\ 1\ 7 \\ \hline 1\ 7\ 1\ 5 \end{array}$

La décomposition n° 10 permet la soustraction à chaque position.

b) $10\ 632 \div 4$

La décomposition n° 9 est celle qui permet de diviser, car chaque coefficient est un multiple de 4. Nos techniques modernes ne sont qu'une façon de retracer cette décomposition clé, peu importe les nombres en cause :

$10\ 632 \div 4$ ou $2\ 658$

(8)	2 658	4	10 632
26		(8)	
(24)		26	
23		(24)	
(20)		23	
(32)		(20)	
		(32)	

Multiples représentations d'un nombre et algorithme.

Compréhension

Représentation symbolique

Numération et opérations A-9, A-10, A-11 et A-12

c) 5 3 1 6

$$\begin{array}{r} \times \quad 2 \\ \hline (10) \ 6 \ 2 \ (12) \end{array}$$

Dans ce cas, comme lors d'une addition, l'art d'opérer n'est pas la recherche d'une décomposition appropriée, mais bien la reconstitution à partir d'une décomposition, grâce aux échanges d'un ordre d'unités à l'autre. C'est donc la décomposition n° 8 de 10 632 qu'il faudra reconnaître ici.

Bloc B

Objectif-synthèse : Résoudre des problèmes nécessitant l'utilisation de techniques efficaces de calcul sur les entiers.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les élèves réussissent seuls à :

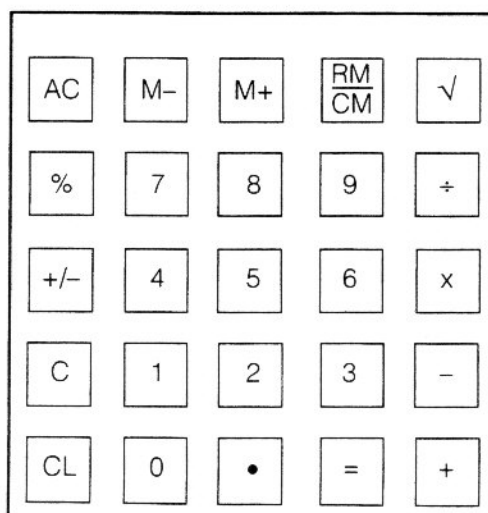
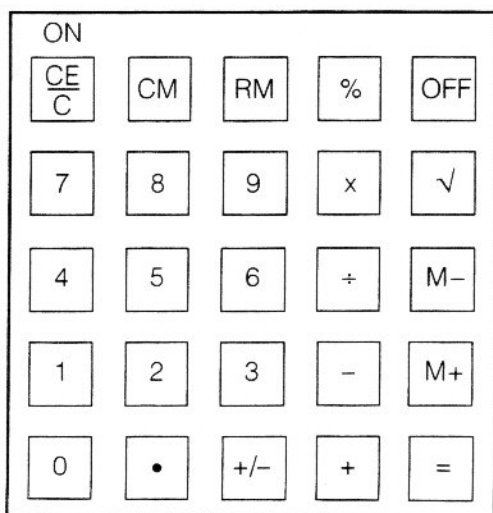
- connaître le rôle des touches standard de la calculatrice;
- effectuer des calculs à l'aide de la calculatrice;
- maîtriser, pour chaque opération, au moins une technique efficace de calcul écrit;
- décomposer un nombre en un produit de facteurs premiers;
- composer et à décomposer un nombre de multiples façons;
- composer et à résoudre des problèmes d'application;
- exprimer un produit de facteurs identiques au moyen d'un exposant et *vice versa*;
- arrondir des nombres à l'ordre de grandeur demandé;
- utiliser la mémoire de la calculatrice pour effectuer des opérations complexes;
- faire la preuve par neuf pour vérifier leurs calculs;
- justifier et à effectuer l'algorithme de multiplication quand les facteurs ont deux chiffres ou plus.

Matériel

Chaque élève devrait disposer d'une calculatrice. Il n'est pas nécessairement souhaitable que tous possèdent exactement le même modèle. La plupart des calculatrices simples se ressemblent déjà beaucoup. Pour un déroulement efficace, on s'assurera cependant que les modèles utilisés :

- ne soient pas des calculatrices dites «scientifiques»;
- fonctionnent à l'énergie solaire ou soient munis d'un dispositif d'interruption automatique;
- ne comportent pas un clavier trop minuscule.

En ce qui concerne le clavier, les modèles suivants illustrent assez bien les types habituels qui sont satisfaisants. Tous deux sont parfaitement équivalents.



Jetons de différentes couleurs.

Activités

Calcul efficace et preuve par neuf

Problème 7

Note : Ce sujet est abordé pour la première fois dans *Défi Mathématique*.

Demandez à un élève d'effectuer l'opération suivante au tableau :

$$\begin{array}{r} 295 \\ + 4\,876 \\ \hline \end{array}$$

a) — Connais-tu des façons de prouver que ce résultat est juste?

Note : Les écoliers suggéreront probablement :

1. Refaire l'addition une autre fois. («Oui, mais si tu notes $9 + 7 = 15$, tu risques de répéter la même erreur...»)
2. Utiliser la calculatrice. («Correct, mais si tu as calculé sans elle, c'est probablement parce que tu ne l'avais pas sous la main...»)
3. Faire $5\,171 - 4\,876$ ou $5\,171 - 295$, ce qui devrait donner l'autre terme. («Correct.»)

Si personne ne connaît la *preuve par neuf*, faites-en alors la démonstration en procédant ainsi :

1.
$$\begin{array}{r} 295 \longrightarrow 2 + 9 + 5 = 16 \longrightarrow 1 + 6 = 7 \text{ (a)} \\ + 4\,876 \longrightarrow 4 + 8 + 7 + 6 = 25 \longrightarrow 2 + 5 = 7 \text{ (b)} \\ \hline 5\,171 \longrightarrow 5 + 1 + 7 + 1 = 14 \longrightarrow 1 + 4 = 5 \text{ (c)} \end{array}$$
2. Il faut que le résultat c soit égal à la somme de a et b :
 $a + b = 7 + 7 = 14 \longrightarrow 1 + 4 = 5$ et $c = 5$ aussi.

Notes : 1. Si les résultats des deux sommes sont différents, on peut alors *affirmer* qu'il y a eu erreur de calcul.

2. Si les deux résultats sont identiques, le résultat est *probablement* bon, quoique cela ne soit pas ABSOLUMENT certain. Ne le mentionnez pas immédiatement. La fiche Numération et opérations B-16 leur réserve cette surprise...

3. On peut compter plus rapidement les sommes en annulant tout total de 9. Par exemple :

- $725 \longrightarrow 7 + 2 + 5 \longrightarrow 0 + 5 = \textcircled{5}$
ou $\longrightarrow 7 + 2 + 5 = 14 \longrightarrow 1 + 4 = \textcircled{5}$
- $5\,649 \longrightarrow 5 + 4 + 9 + 6 \longrightarrow \textcircled{6}$
ou $\longrightarrow 5 + 6 + 4 + 9 = 24 \longrightarrow 2 + 4 = \textcircled{6}$

On peut aussi annuler tout multiple de 9. Par exemple :

- $67\,592 \longrightarrow \begin{array}{c} 6 + 7 + 5 + 9 + 2 \\ \underline{18} \quad \underline{0} \\ 0 \end{array} \longrightarrow \textcircled{2}$
ou $\longrightarrow 6 + 7 + 5 + 9 + 2 = 29 \longrightarrow 2 + 9 = \textcircled{11}$
 $\longrightarrow 1 + 1 = \textcircled{2}$

Voilà pourquoi on l'appelle la *preuve par neuf*.

b) Procédez comme en a) avec 524×7 .

Cette fois, la preuve par neuf est :

1.
$$\begin{array}{r} 524 \longrightarrow 5 + 2 + 4 = 11 \longrightarrow 1 + 1 = \textcircled{2} \text{ (a)} \\ \times 7 \longrightarrow \textcircled{7} \text{ (b)} \\ \hline 3\,668 \longrightarrow 3 + 6 + 6 + 8 = 23 \longrightarrow 2 + 3 = \textcircled{5} \text{ (c)} \end{array}$$

Preuve par neuf.

**Connaissance
Habilité**

*Représentation
symbolique*

2. Il faut que $a \times b$ soit égal à c :

$$a \times b = \textcircled{2} \times \textcircled{7} = 14 \longrightarrow 1 + 4 = 5 \text{ et } c = \textcircled{5}.$$

Proposez la fiche Numération et opérations B-16 pour permettre à vos élèves d'acquiescer ces techniques de preuve. Les cas 1 c), 1 e), 2 c) et 2 e) de cette fiche montrent les LIMITES de cette preuve. En effet, la preuve par neuf ne peut pas déceler les erreurs de calcul quand :

- un zéro est oublié, comme au n° 1 c).
- deux erreurs s'annulent, comme au n° 1 e). Deux erreurs opposées sont commises, soit : $8 + 5 + 1 = 13$ et $4 + 7 + 1 = 13$; ces deux erreurs s'annulent en mettant un de plus à un endroit et un de moins à l'autre.
- la retenue est inversée. Au cas 2 c), l'erreur se produit ainsi :

$$\begin{array}{r} \textcircled{7} \textcircled{4} \textcircled{1} \\ 4 \quad 2 \quad 9 \quad 6 \quad 2 \\ \times \quad \quad \quad 7 \\ \hline \quad \quad 6 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

- un mauvais alignement de colonnes se produit, comme au n° 2 e). Par exemple, dans l'addition qui suit, la preuve par neuf ne détecte pas l'erreur :

$$\begin{array}{r} 19 \longrightarrow 1 \\ + 24 \longrightarrow 6 \\ \hline 313 \longrightarrow 7 \end{array}$$

D'ailleurs, 514×25 ne peut raisonnablement pas donner 3 598 (qui est le résultat de 514×7).

Profitez de ces « conflits » pour rappeler qu'une bonne *estimation* doublée d'un *regard critique* est toujours indispensable. Surtout si, comme nous l'avons prévu, plusieurs s'y sont laissé prendre.

Note : La fiche Numération et opérations B-18 présente aux élèves la banque de problèmes d'application à la fin du bloc. Comme nous le mentionnons dans la fiche, nous vous proposons d'en soumettre dès maintenant et, pour les mois à venir, quelques-uns chaque semaine. Cette fiche propose aussi à vos élèves de composer leurs propres problèmes. Cette activité est extrêmement riche car non seulement elle alimente votre banque, mais elle oblige l'élève à créer ses propres applications.

Problème 8

Les élèves ont sous les yeux la fiche Numération et opérations B-19. Laissez-les résoudre les deux cas du problème numéro 1 et distribuez les fiches complémentaires Numération et opérations II et III.

Il s'agit de reprendre la multiplication de nombres à deux chiffres ou plus là où nous l'avons laissée dans *Défi Mathématique 5*. Ici encore, l'analogie du rectangle nous permettra de développer l'algorithme.

Il est important de préciser que l'algorithme doit être vu comme un simple «procès-verbal» qui résume les étapes du calcul de l'aire du rectangle. Nous reconstituons donc ici la «naissance» historique de notre technique moderne. Il

Numération et opérations
B-16

Numération et opérations
B-17, B-18 et B-32 à B-37

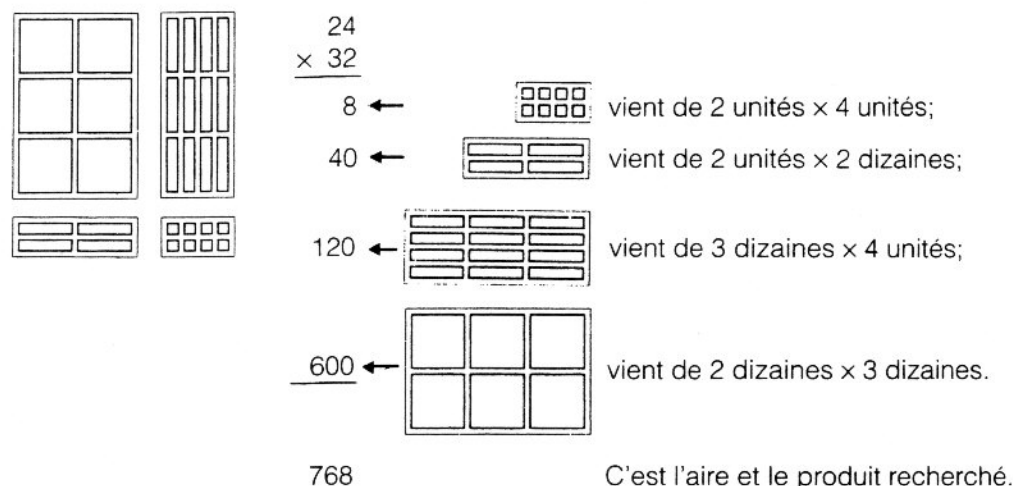
Multiplication-rectangle.

Compréhension

*Passage de la
représentation imagée
à la représentation
symbolique*

Numération et opérations
B-19 à B-23

s'agit de calquer la technique sur le calcul de l'aire, et non le contraire. Ainsi, pour l'exemple de la fiche complémentaire Numération et opérations II :



Notes : 1. La très grande majorité des adultes à qui nous avons soumis cette reconstitution ont plutôt tendance à commencer par 2 dizaines x 3 dizaines, soit de la gauche vers la droite. On comprend mieux pourquoi cette technique et bien d'autres ont longtemps progressé de gauche à droite et pourquoi les élèves en font autant quand on ne les contraint pas à faire autrement.

2. La disposition habituelle de l'algorithme est beaucoup plus compacte :

24 Les mêmes étapes sont cependant suivies. Cette compacité est fort
x 32 appréciée quand on désire calculer vite, mais elle peut nuire à la
— 48 compréhension si on l'impose avant que l'élève n'ait compris toutes les
72 étapes du procédé. Évitez d'aller trop vite.
— 768

La fiche Numération et opérations B-24 vous permettra de savoir si vos élèves connaissent bien leur calculatrice. Sinon, les fiches COUP DE POUCE prévues à cet effet pourront les aider. Toutefois, il serait préférable que vous consultiez le manuel de l'élève et le guide de *Défi Mathématique 5*, unité *Numération et opérations*, où nous avons procédé à une initiation simple et progressive. L'éditeur vous autorise à reproduire pour votre groupe et pour vous-même toutes les pages que vous jugerez utiles à ce sujet.

Les fiches complémentaires Numération et opérations VIII et IX offrent d'excellents exercices de calcul écrit à vos élèves. Proposez-leur dès qu'il vous plaira de le faire et invitez-les à s'échanger leurs créations.

Problème 9

Les élèves lisent la fiche Numération et opérations B-29.

- a) Pour leur faire comprendre le désarroi du comptable du vizir, invitez vos élèves à calculer eux-mêmes le nombre de grains qu'il y aurait sur la dernière case en utilisant leur calculatrice.

Notes : 1. Les élèves n'y parviendront pas, car leur calculatrice ne peut afficher que le résultat de la 27^e case, soit 67 108 864, ce qui est bien éloigné du résultat recherché : 9 223 372 036 854 775 808. Neuf trillions de grains, c'est suffisant pour recouvrir entièrement notre globe d'une fine couche de grains de blé...

2. L'objectif ici est de déclencher une « crise » qui forcera les élèves à constater qu'il peut être extrêmement difficile de décrire certains nombres astronomiques. Assurez-vous que cette prise de conscience soit exprimée clairement avant de passer au point b) du présent problème.

Numération et opérations
B-24 à B-28

Pertinence de la notation
exponentielle.

**Compréhension
Connaissance**

*Passage de la
représentation concrète
à la représentation
symbolique*

Numération et opérations
B-29

3. Si vos élèves ne la connaissent pas déjà, introduisez la **constante automatique** de la calculatrice. Grâce à elle, on peut rapidement calculer la puissance d'un nombre de la façon suivante :
pour 2^5 , c'est $2 \times = = = =$.

- b) — Puisque nous n'arrivons pas à trouver le nombre à l'aide de la calculatrice, pourrions-nous au moins l'exprimer au moyen du calcul à faire?
C'est $2 \times 2 \times \dots$ (63 fois). Certains pourront croire qu'il faut plutôt multiplier le nombre deux 64 fois, mais la progression suivante devrait les aider :

1	2	2×2	$2 \times 2 \times 2$	2^4
case 1	case 2	case 3	case 4	case 5

Note : Introduisez la notation exponentielle en insistant sur son rôle simplificateur, disons à partir de $2 \times 2 \times 2 \times 2$. Poursuivez-la pour quelques cases d'une grille 8 sur 8 tracée au tableau. Les élèves constateront la régularité. La dernière case contient 2^{63} grains de blé.

Problème 10

Voici un autre problème qui vous permettra d'établir la pertinence de la notation exponentielle.

- a) Pliez une feuille de papier en deux devant votre groupe. Les élèves ne doivent pas avoir de feuille.

— Si j'ouvre la feuille, nous verrons deux rectangles. Combien en verrons-nous si je la plie encore deux autres fois (faites-le)? Huit. C'est plus difficile.

— On plie sept fois une feuille. Combien y aura-t-il de rectangles?

Note : Cette fois, la plupart des élèves devraient avoir leur compte. Une étude plus progressive s'impose. Ne donnez pas la solution et ne les laissez pas faire de pliage avant de passer au cas suivant. Contentez-vous de recueillir des prédictions.

- b) — Nous allons examiner ce problème de plus près.

Laissez-les prendre une feuille et complétez avec eux cette progression mathématique qui, une fois de plus, fera ressortir la magie des nombres. N'oubliez pas de leur demander des prédictions avant de leur permettre d'ouvrir la feuille.

Nombre de plis	Nombre de rectangles		Expression mathématique
	Notre prédiction	Vérification	
0	—	1	—
1	—	2	—
2	à remplir	4	2×2
3	avant de	8	$2 \times 2 \times 2$
4	faire le	16	$2 \times 2 \times 2 \times 2$
5	pliage	32	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
6	...	64	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
7	...	128	Ouf! (Voir la note qui suit.)

Note : À ce stade, il devient évident qu'une notation plus compacte s'impose. Proposeront-ils le recours à l'exposant?

Puissance et exposants : pertinence et sens.

**Compréhension
Connaissance**



*Passage de la
représentation concrète
à la représentation
symbolique*

- c) Ajoutez une colonne à droite de votre tableau et complétez-la de bas en haut, c'est-à-dire en commençant par 2^7 , puis 2^6 , etc. Les deux derniers cas risquent de poser problème.

Numération et opérations
B-30

Note : Il s'agit des cas où il faudra écrire 2^0 et 2^1 . Ne proposez pas ces expressions pour l'instant et contentez-vous de soumettre le problème au groupe. La fiche Numération et opérations B-30 leur permettra de déduire ces expressions et de les justifier.

Ne tirez aucune conclusion avant d'avoir résolu les problèmes de la fiche Numération et opérations B-31. L'analogie proposée ici entre les puissances de 2 et le nombre de plis successifs est très puissante, car elle permet une concrétisation simple du concept et de deux cas limites, soit $2^0 = 1$ (0 pli, 1 rectangle) et 2^1 (1 pli, 2 rectangles).

- d) — Certains prétendent qu'il est impossible de plier plus de neuf fois une feuille de papier, si mince et si grande soit-elle. Veux-tu relever ce défi?  Après neuf plis, on travaille avec une épaisseur de 512 feuilles! Il n'est alors plus possible d'obtenir un dixième pli. L'expérience peut être amusante avec du papier journal ou un long morceau de papier d'aluminium. Préparez votre marteau pour le dixième pli... 

Numération et opérations
B-31

Bloc C

Objectif-synthèse : Utiliser ses connaissances et ses habiletés arithmétiques pour résoudre des problèmes.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les élèves réussissent seuls à :

- appliquer leurs connaissances de l'arithmétique;
- interpréter et à utiliser le calcul à l'échelle;
- appliquer les règles de priorité des opérations.

Activités

Le système solaire

Problème 11

Les élèves lisent la fiche Numération et opérations C-54. L'ensemble des projets qui y sont proposés devrait leur permettre d'appliquer leurs connaissances en arithmétique. Pour faciliter votre tâche, nous vous donnons l'ensemble des données nécessaires à la réalisation de ces projets. Chaque élève reçoit trois exemplaires de la fiche complémentaire Numération et opérations X.

Toutes ces données sont accessibles à travers les réponses des fiches du manuel de l'élève. La calculatrice devrait être autorisée à l'occasion, surtout pour les calculs d'échelle.

Projet d'intégration des concepts et des habiletés en arithmétique.

**Compréhension
Habileté
Connaissance**

Pour la maquette

- Pour réaliser cette maquette, l'idéal serait de trouver des sphères de diamètres proportionnels pour représenter chaque astre :
 - balles diverses;
 - perles ou fèves;
 - ballons gonflés au diamètre approprié, puis recouverts de papier mâché.
- Des problèmes d'«échelle» vous attendent. Par exemple, si votre Terre est une balle de golf (*format que nous vous suggérons d'utiliser*), votre Soleil sera une sphère d'environ 464 cm de diamètre, soit la dimension

*Passage de la
représentation
symbolique à la
représentation concrète*

Numération et opérations
C-54

approximative de votre classe! Un Soleil plus petit vous obligerait à utiliser des planètes minuscules.

Le second problème d'échelle concerne la distance à mettre entre les planètes dans votre classe. Si vous utilisez pour ces distances la même échelle que pour les diamètres des planètes (la Terre est une balle de golf de 4,3 cm de diamètre; donc, 1 cm vaut 3 000 km environ), votre balle de golf devra alors se situer à environ 500 m du Soleil! Pour solutionner ces problèmes, nous vous suggérons d'utiliser une double échelle :

- a) Pour le diamètre des planètes : 1 cm vaut 3 000 km. Le Soleil sera l'un des murs de la classe, grand comme la classe voisine, par exemple.
- b) Pour les distances planète—Soleil : 1 m vaut 1 000 000 000 km. Pluton, la planète la plus éloignée, sera alors à environ 6 m du mur (Soleil); Mercure, la plus proche, à 6 cm du Soleil.

Si votre Terre est une balle de golf, Mercure sera une sphère d'environ 1,6 cm de diamètre et Jupiter, la planète géante, devra mesurer 47,6 cm de diamètre, soit environ le diamètre d'un gros ballon de plage. Ces dimensions nous semblent idéales.

Note : Les données qui suivent vous sont destinées. Exigez de vos élèves qu'ils les découvrent en réalisant les fiches du manuel qui les contiennent toutes.

		Distance moyenne du Soleil arrondie au plus proche 1 000 000 km	Diamètre arrondi au plus proche 100 km	Un jour dure ...	Nombre de satellites connus*
Mercure	1	58 000 000 km	4 800 km	1 416 h	0
Vénus	2	108 000 000 km	12 200 km	5 832 h	0
Terre	3	150 000 000 km	12 800 km	24 h	1
Mars	4	228 000 000 km	6 700 km	$24 \frac{1}{2}$ h	2
Astéroïdes	—	397 000 000 km	—	—	—
Jupiter	5	778 000 000 km	142 700 km	$9 \frac{5}{6}$ h	16
Saturne	6	1 427 000 000 km	120 800 km	$10 \frac{1}{4}$ h	17
Uranus	7	2 869 000 000 km	47 600 km	17 h	15
Neptune	8	4 498 000 000 km	50 900 km	16 h	9
Pluton	9	5 900 000 000 km	3 000 km (?)	$153 \frac{1}{4}$ h	1
Soleil	—	—	1 392 000 km	—	—

* Selon les connaissances de 1990. L'exploration du système solaire n'étant pas encore achevée, ces données pourraient se révéler fausses aujourd'hui.

Données pour la maquette

Diamètre des planètes	
Échelle : 1 cm vaut 3 000 km	
Planète	Dimension réduite
Mercure	1,6 cm
Vénus	4,1 cm
Terre	4,3 cm (balle de golf)
Mars	2,2 cm
Jupiter	47,6 cm
Saturne	40,3 cm
Uranus	15,9 cm
Neptune	17,0 cm
Pluton	1,0 cm
Soleil	464,0 cm
Lune	0,9 cm


Distance planète—Soleil	
Échelle : 1 m vaut 1 000 000 000 km	
Planète	Distance réduite
Mercure	0,06 m
Vénus	0,10 m
Terre	0,15 m
Mars	0,23 m
Jupiter	0,80 m
Saturne	1,50 m
Uranus	3,00 m
Neptune	4,50 m
Pluton	6,00 m

Note : La fiche Numération et opérations C-54 servira à introduire la pertinence des règles de priorité des opérations. Le problème qui suit explore cette ultime notion.

Problème 12

Les phrases mathématiques du numéro 2 de la fiche Numération et opérations C-55 du manuel de l'élève illustrent bien une difficulté importante de l'écriture mathématique quand les expressions deviennent plus complexes. Par exemple :

$$((9 \times 10^1) + (0 \times 10^4) + (4 \times 10^5) + 2 + (7 \times 10^2)) \times 1\,000$$

- a) — Il y a beaucoup de parenthèses, ce qui alourdit la lecture et le calcul. Certaines expressions sont encore pires que celle-là. Pour éviter ce fouillis, les mathématiciens ont créé des règles de priorité, un peu comme les règles de priorité en circulation. Quand on circule en automobile, quelles sont les priorités à respecter? ☞ Police, pompiers et ambulance avec feux clignotants, autobus (dans les grandes villes), véhicule placé à droite de son véhicule. Les feux rouges obligent à céder à tout véhicule, de même que le signe . Le signe d'arrêt oblige à s'immobiliser. ☞
- Pourquoi ces règlements? ☞ Pour éviter le fouillis, les accidents. ☞
- C'est la même chose pour la priorité des opérations.

- b) Voici l'ordre de priorité des signes :

- 1) parenthèses;
- 2) exposants;
- 3) \times et \div de gauche à droite;
- 4) $+$ et $-$ de gauche à droite.

Priorité des opérations.

Compréhension

Représentation symbolique

Numération et opérations
C-55 à C-59

Notes : 1. Les règles de priorité n'ont pas été établies arbitrairement. La priorité des parenthèses s'impose d'elle-même; celle des exposants aussi, sinon il faudrait presque toujours utiliser des parenthèses quand on écrit des exposants. Exemples :

- $3 \times (5^2) \times 7$ (décomposition en facteurs premiers)
- $(\frac{4^2}{5^3})$
- $3 \times (10^2) + 5 \times (10^2)$
- $3 \text{ (cm}^2\text{)}$
- $2 + (x^2)$

L'exposant doit être prioritaire sur les autres opérations; sinon, on alourdit gravement l'écriture mathématique. La priorité de la multiplication sur l'addition et sur la soustraction s'impose également; sinon, nous ne pourrions écrire sans parenthèses les expressions suivantes :

- $(3 \text{ centaines}) + (2 \text{ unités}) = 302$
- $(3 \text{ km}) - (10 \text{ m}) = 2,99 \text{ km}$
- $(3x) + (2y) - (3z) = 5$

En effet, dans toutes ces expressions, les coefficients multiplient le terme qui les suit immédiatement. Si l'addition et la soustraction avaient la priorité sur la multiplication, des expressions aussi simples que fréquentes seraient bardées de parenthèses. De la même façon, la division doit avoir la priorité sur l'addition et la soustraction; sinon, toutes les fractions devraient être encadrées de parenthèses dans des expressions comme :

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$$

ce qui revient à $3 + 4 + 1 + 4 - 1 + 2$.

2. L'avènement des calculatrices et des ordinateurs a modifié et uniformisé les règles de priorité des signes. Par le passé, on enseignait que la multiplication avait la priorité sur la division, de même que l'addition sur la soustraction. Ces règles sont désormais désuètes et définitivement abolies. Les ordinateurs et les calculatrices scientifiques tiennent compte des règles modernes de priorité, contrairement aux calculatrices simples qui opèrent à la chaîne, dans l'ordre d'entrée.

— Ces règles nous permettent de simplifier la phrase mathématique que nous avons vue au début de ce problème. Laquelle des deux formes suivantes empruntera-t-elle?

- $(9 \times 10^1 + 0 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 2 + 7 \times 10^2) \times 1\,000$

ou

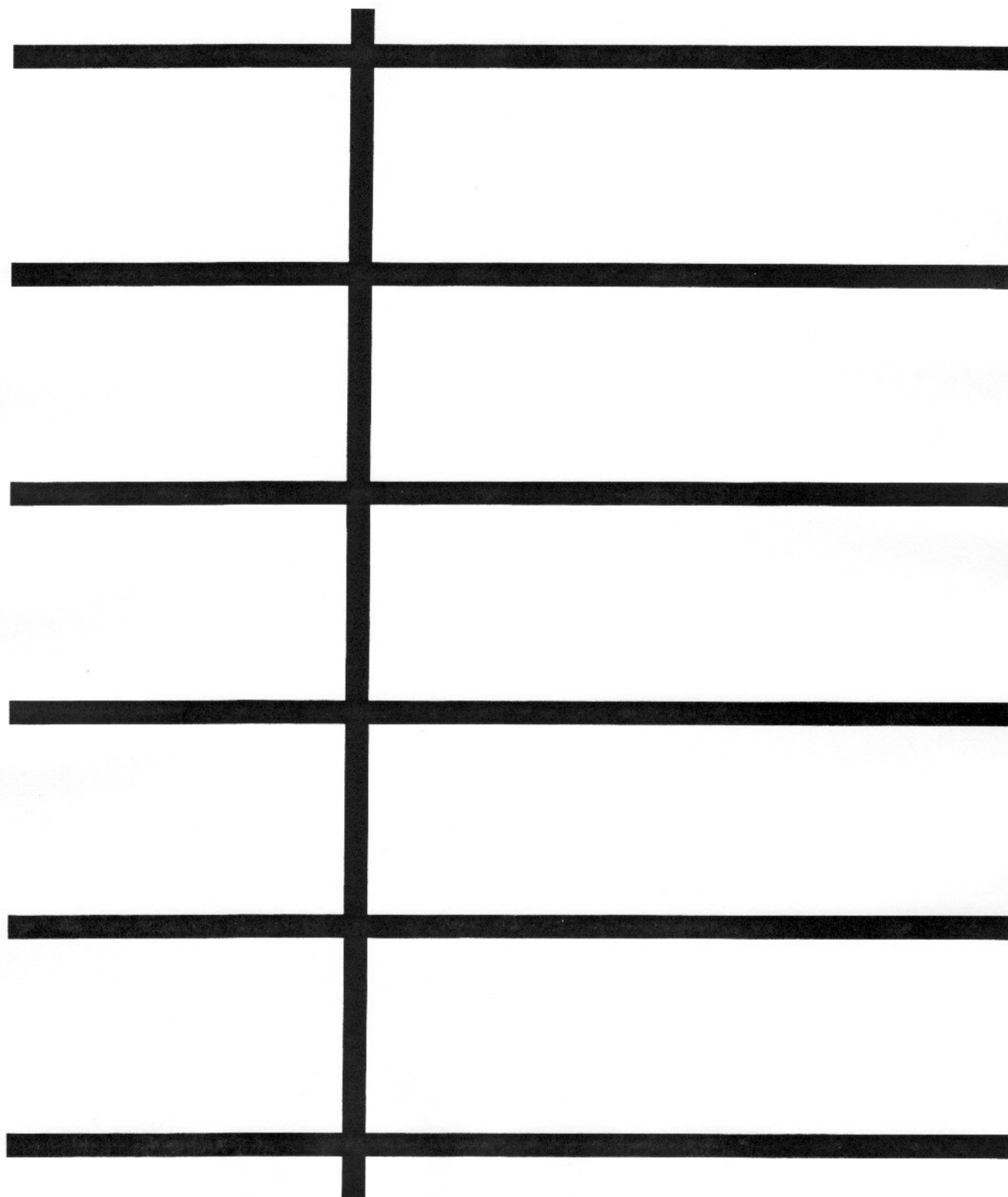
- $9 \times 10^1 + 0 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 2 + 7 \times 10^2 \times 1\,000$

☞ La première. Dans la seconde, 1 000 ne multiplie que 7×10^2 , ce qui devrait être effectué *avant* les additions.

FICHE COMPLÉMENTAIRE

Numération et opérations I

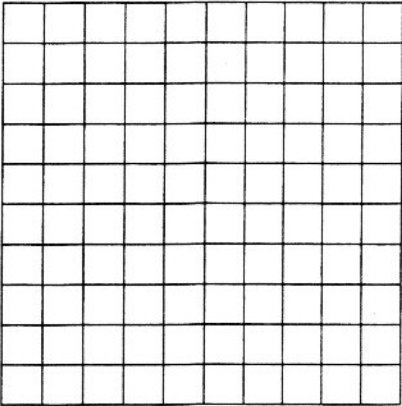
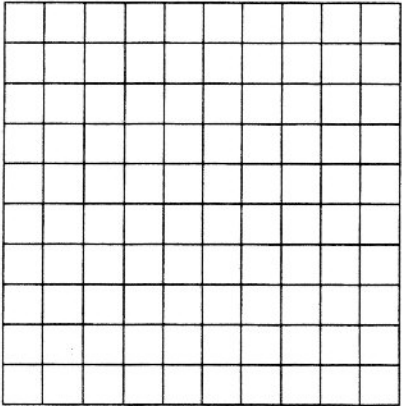
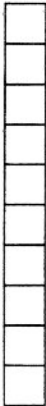



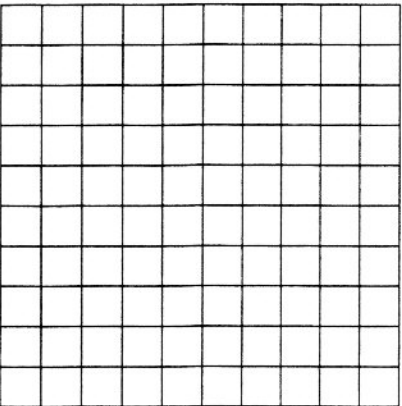
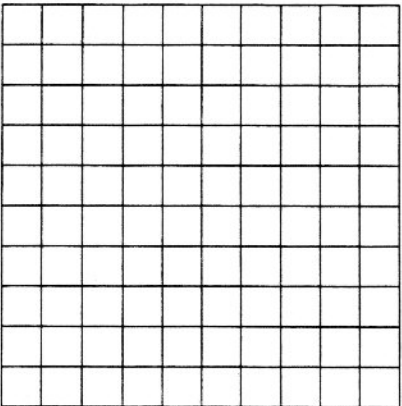
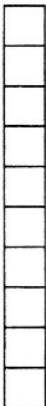



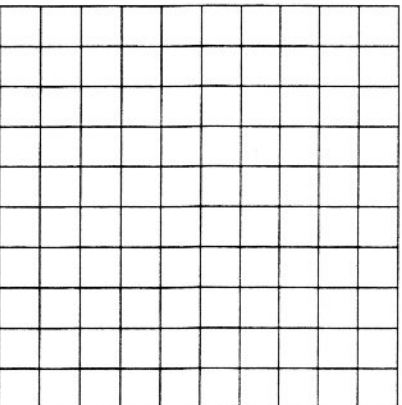
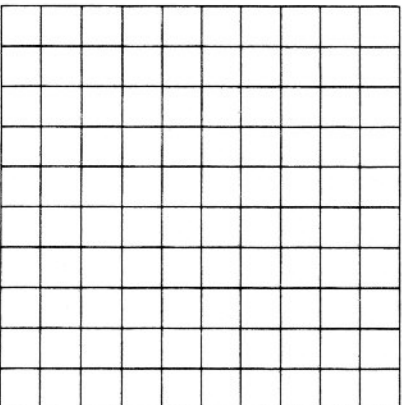
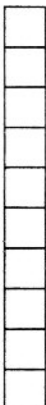
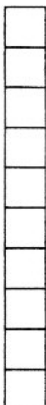


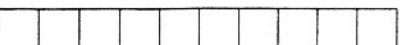
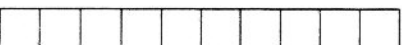




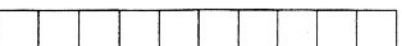
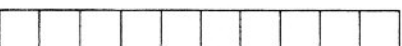




Le boulier chinois



FICHE COMPLÉMENTAIRE

Numération et opérations II

Trouve le nombre de tuiles sans les compter une à une.

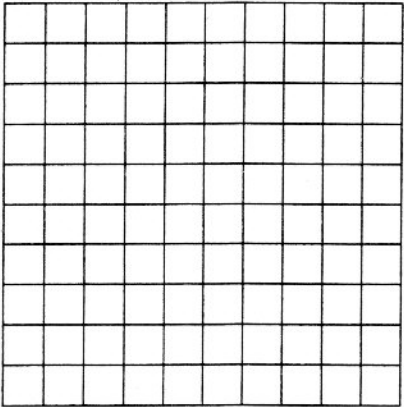
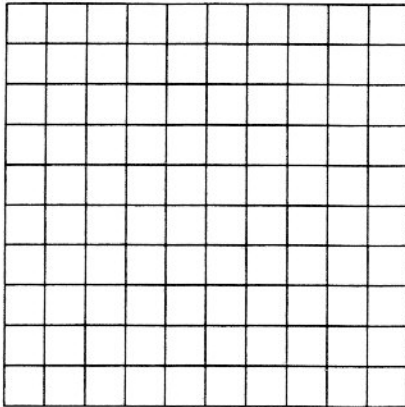
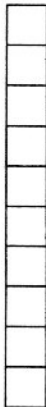
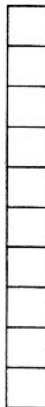
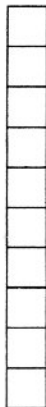
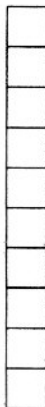
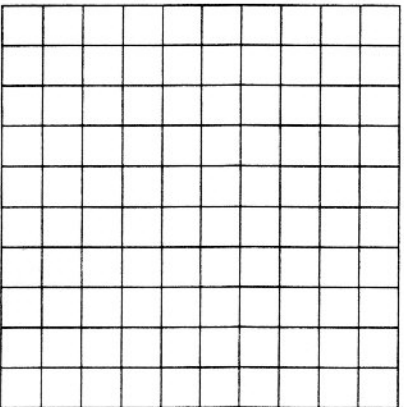
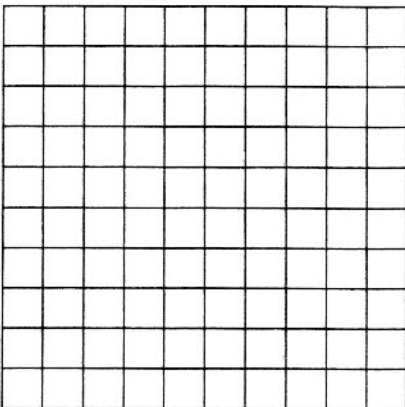
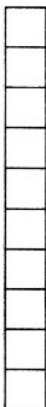
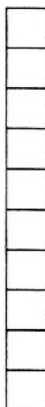
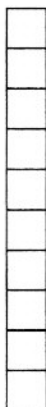
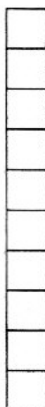
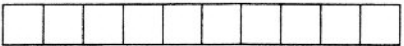
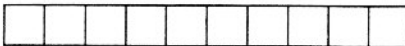





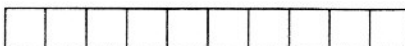




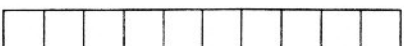
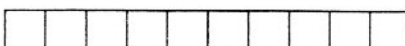




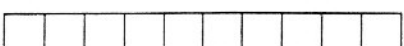





					
					
					
					
					

Phrase mathématique : _____

FICHE COMPLÉMENTAIRE

Numération et opérations III

Trouve le nombre de tuiles sans les compter une à une.

Phrase mathématique : _____

FICHE COMPLÉMENTAIRE

Numération et opérations IV

Voici des grilles qui ont été construites comme des tables d'addition. Si tu observes bien les nombres donnés, tu pourras les reconstituer et les compléter.

a)

+	3	8	7	4	5	2
9	12					
6		14				
1			8			
4						
5						
3						

b)

+			8			
5						
8		9				
	13					
		4			12	10
6				11		
	11					9

c)

+		12		16		4
	10	14				
6			13			
					25	11
9						
			21			
19						

POUR LES
AS

d)

+	23		14	15			17	20
16								
							51	
18						37		
							23	
21					45			
		46	33					
17								
			27					

FICHE COMPLÉMENTAIRE

Numération et opérations V

1. Trouve les chiffres manquants dans chacune des opérations suivantes. Il n'y a qu'un seul chiffre par case.

$$\begin{array}{r} \text{a)} \quad \begin{array}{r} 5 \quad \square \quad 8 \\ + \quad \square \quad 2 \quad 7 \\ \hline 8 \quad 7 \quad \square \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b)} \quad \begin{array}{r} \square \quad 2 \quad \square \quad \square \\ + \quad 5 \quad \square \quad 7 \quad 1 \\ \hline 6 \quad 3 \quad 2 \quad 8 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c)} \quad \begin{array}{r} 5 \quad \square \quad 4 \quad \square \quad \square \\ + \quad \square \quad 8 \quad \square \quad 8 \quad 4 \\ \hline \square \quad 3 \quad 0 \quad 5 \quad 7 \quad 5 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d)} \quad \begin{array}{r} 7 \quad \square \quad 6 \\ \square \quad 8 \quad 1 \\ + \quad 5 \quad 9 \quad \square \\ \hline \square \quad 4 \quad 0 \quad 1 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{e)} \quad \begin{array}{r} 7 \quad 4 \quad \square \quad 5 \\ - \quad \square \quad \square \quad 1 \quad \square \\ \hline 3 \quad 8 \quad 8 \quad 9 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{f)} \quad \begin{array}{r} 3 \quad \square \quad \square \quad 0 \quad \square \\ - \quad \square \quad 7 \quad 9 \quad \square \quad 8 \\ \hline 1 \quad 8 \quad 2 \quad 9 \quad 1 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{g)} \quad \begin{array}{r} \square \quad \square \quad 0 \quad 4 \\ - \quad \quad 7 \quad 1 \quad \square \\ \hline 5 \quad 2 \quad 8 \quad 6 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{h)} \quad \begin{array}{r} 1 \quad 8 \quad \square \quad 6 \quad \square \\ - \quad \quad \square \quad 1 \quad 5 \quad 7 \\ \hline 9 \quad 7 \quad \square \quad 8 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{i)} \quad \begin{array}{r} 5 \quad \square \quad 9 \quad 4 \quad \square \\ - \quad 1 \quad 2 \quad \square \quad \square \quad 1 \\ \hline \square \quad 8 \quad 1 \quad 6 \quad 6 \end{array} \end{array}$$

2. Pour chacune des opérations suivantes, on a utilisé tous les chiffres indiqués une seule fois. Il y a plusieurs solutions pour chaque cas.

a) Tous les chiffres de 0 à 9.

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \quad \square \\ + \quad \square \quad \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \quad \square \quad \square \end{array}$$

b) Tous les chiffres de 1 à 9.

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \quad \square \\ - \quad \square \quad \square \quad \square \\ \hline \square \quad \square \quad \square \end{array}$$

3. Invente un problème semblable à ceux du numéro 1.

FICHE COMPLÉMENTAIRE

Numération et opérations VII

1. Trouve les chiffres manquants dans chacune des opérations suivantes. Il n'y a qu'un seul chiffre par case.

$$\begin{array}{r} \text{a) } \begin{array}{r} 6 \square 8 \\ \times \quad \square \\ \hline 4 \square 6 6 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } \begin{array}{r} 3 \square \square 5 \\ \times \quad \square \\ \hline 3 \square 8 0 5 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } \begin{array}{r} \square 3 5 7 \square \\ \times \quad \square 8 \\ \hline 5 0 \square \square 3 2 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } \begin{array}{r} 3 7 \square \\ \times \quad \square \square \\ \hline 0 0 \square \\ 3 7 \square 0 \\ \hline \square \square 0 \square \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{e) } \begin{array}{r} 3 \square 8 \\ \times \quad 5 \square \\ \hline 2 6 \square 6 \\ \square \square \square \square 0 \\ \hline \square \square \square 4 \square \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{f) } \begin{array}{r} \square 5 8 \\ \times \quad \square \square \\ \hline 4 7 \square \square \\ \square \square \square \square \square \\ \hline \square \square 2 7 0 \end{array} \end{array}$$

2. Complète en ajoutant un nombre accompagné du nom du groupement résultant. Effectue ensuite la multiplication de droite où figurent ces produits partiels.

- a) 9 unités \times 3 unités = 27 _____
- b) 9 unités \times 5 dizaines = _____
- c) 9 unités \times 6 centaines = _____
- d) 4 dizaines \times 3 unités = _____
- e) 4 dizaines \times 5 dizaines = _____
- f) 4 dizaines \times 6 centaines = _____
- g) 2 centaines \times 3 unités = _____
- h) 2 centaines \times 5 dizaines = _____
- i) 2 centaines \times 6 centaines = _____

$$\begin{array}{r} 653 \\ \times 249 \\ \hline \end{array}$$

FICHE COMPLÉMENTAIRE

Numération et opérations VI

Voici des grilles qui ont été construites comme des tables de multiplication. Un indice : tous les nombres de la première colonne (à gauche) et tous ceux de la première rangée (en haut) sont inférieurs à 10. Complète les grilles.

a)

×			4			9
	6					9
		40				
6					30	
			16			
3				21		
		16				

b)

×						5
		15				
			36		9	
		6		18		
	42				7	
						30
8						

c)

×						
			8	16		
		14				42
				48		
	35				25	
				32		
			36			

POUR LES

AS

d) Voici la table de toutes les valeurs de 1×1 à 9×9 . Seul l'ordre des rangées et des colonnes a été modifié.

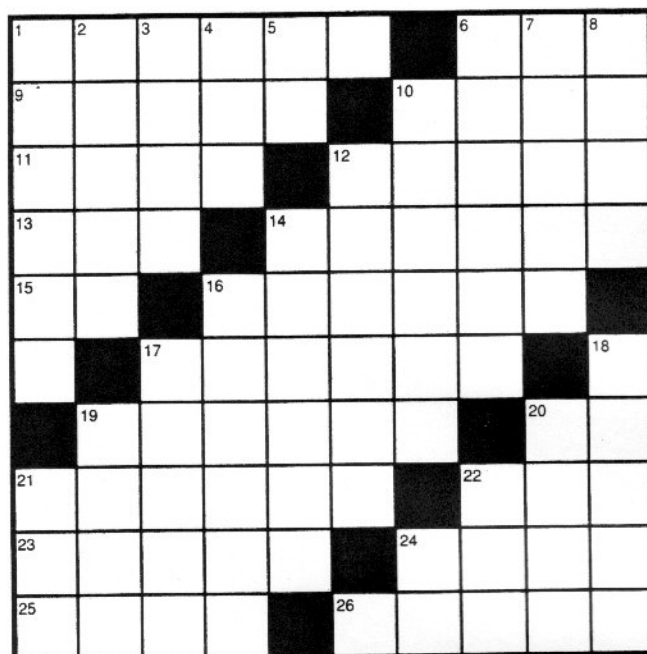
×									
				64					
					16				
		49							
			6					12	
				16					
							9		
							81		
					18				9

FICHE COMPLÉMENTAIRE

Numération et opérations VIII

Nombres croisés

Remplis cette grille en effectuant les calculs décrits et en plaçant les résultats aux bons endroits.



Horizontalement

1. $361\,247 - 192\,918$
6. $27\,400 \div 100$
9. $13\,628 + 35\,628$
10. 758×9
11. $14\,600 - 9\,214$
12. $24\,687 \times 4$
13. $25\,650 \div \# = 1\,425$
14. $372\,495 + 496\,087$
15. $\# \times 49 = 539$
16. $506\,903 - 198\,254$
17. $32\,604 \times 23$
19. $924\,007 - 152\,629$
20. $46\,520 \div 4\,652$
21. $340\,726 + 559\,847$
22. $53 \times \# = 34\,291$
23. $14\,928 \times 6$
24. $121\,485 \div 35$
25. $16\,000 - 9\,217$
26. 73×658

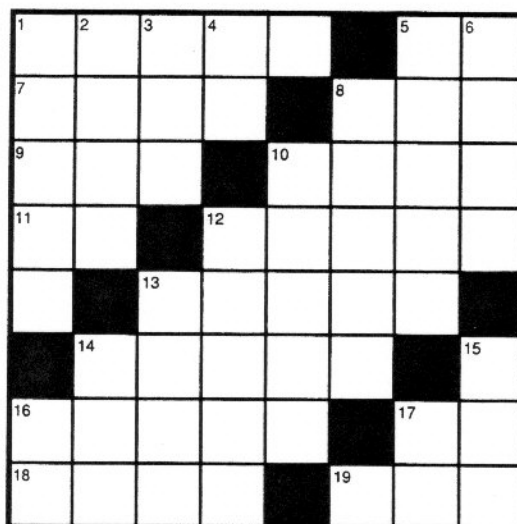
Verticalement

1. $5\,371 \times 27$
2. $36\,428 + 32\,883$
3. 259×32
4. $14\,952 \div 42$
5. $\# \times 97 = 2\,522$
6. $95\,809 + 191\,733$
7. $3 \times 24\,163$
8. $72\,794 \div 17$
10. $798\,585 - 109\,887$
12. $596\,277 + 372\,596$
14. $224 \times 36 \times 100 + 2\,978$
16. $367\,524 - \# = 25\,961$
17. $54 \times 1\,427$
18. $58\,548 \div 82$
19. 47×151
20. $79\,542 \div 54$
21. $73\,950 \div \# = 75$
22. $32\,000 \div 50$
24. $9\,424 \div 248$

Numération et opérations IX

Nombres croisés

Invente ta propre grille de nombres croisés. Vérifie-la avant de la proposer à quelques camarades.



Horizontalement

1. _____
5. _____
7. _____
8. _____
9. _____
10. _____
11. _____
12. _____
13. _____
14. _____
16. _____
17. _____
18. _____
19. _____

Verticalement

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____
8. _____
10. _____
12. _____
13. _____
14. _____
15. _____
16. _____
17. _____

FICHE COMPLÉMENTAIRE

Numération et opérations X

FICHE DESCRIPTIVE

Planète : _____

Distance moyenne du Soleil : _____ km

Diamètre : _____ km

Durée d'une journée : _____ heures

Nombre de satellites connus : _____

Rang à partir du Soleil : _____

Autres renseignements : _____

FICHE DESCRIPTIVE

Planète : _____

Distance moyenne du Soleil : _____ km

Diamètre : _____ km

Durée d'une journée : _____ heures

Nombre de satellites connus : _____

Rang à partir du Soleil : _____

Autres renseignements : _____

FICHE DESCRIPTIVE

Planète : _____

Distance moyenne du Soleil : _____ km

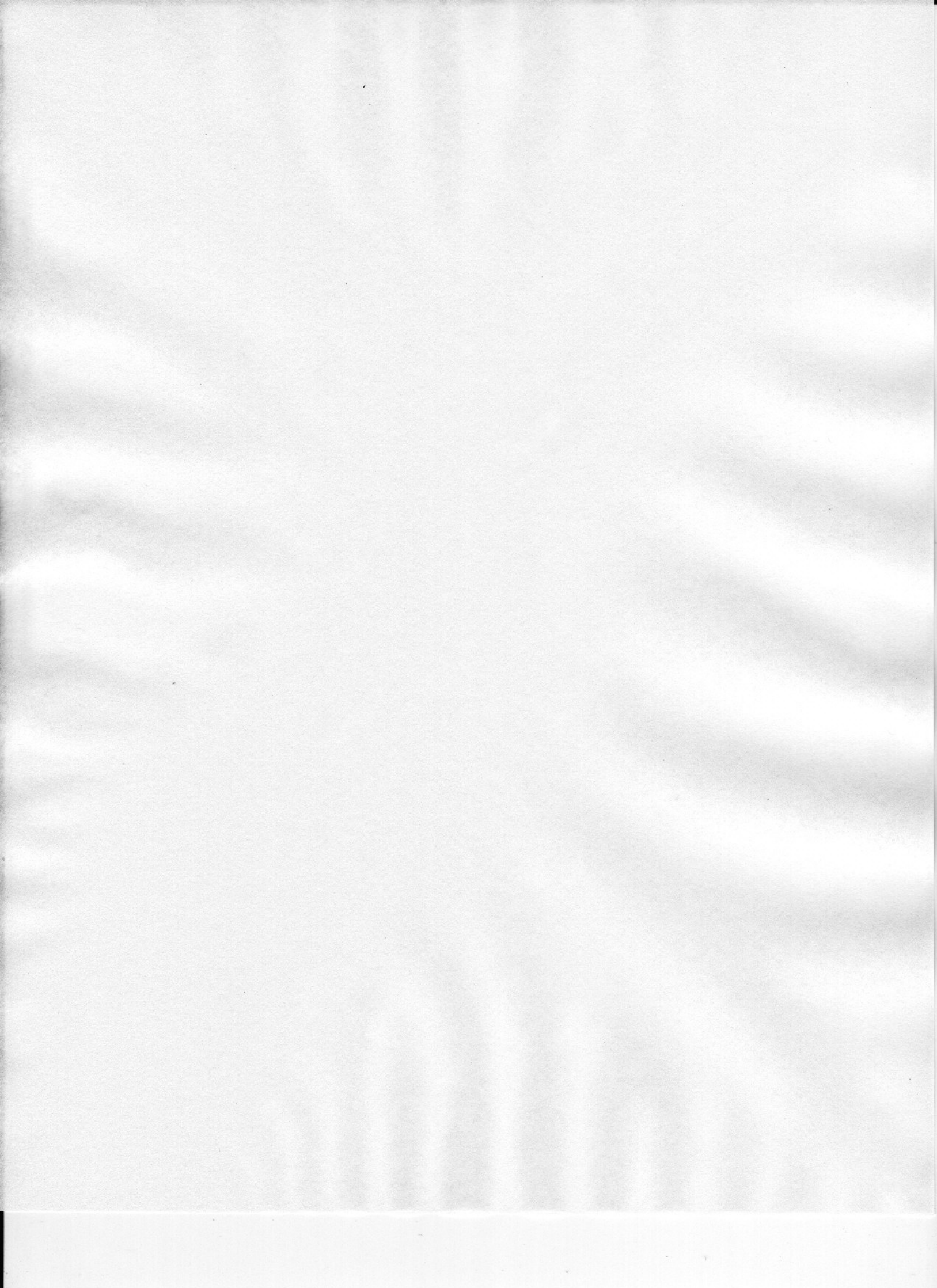
Diamètre : _____ km

Durée d'une journée : _____ heures

Nombre de satellites connus : _____

Rang à partir du Soleil : _____

Autres renseignements : _____



Objectifs de l'unité

L'enseignement des fractions est notoirement difficile pour plusieurs raisons. La principale raison découle d'une présentation précocement axée sur le symbolisme. On devrait s'étonner de retrouver les mêmes séquences et, souvent, strictement les mêmes contenus dans des manuels de la quatrième année du primaire à la première année du secondaire. Une deuxième raison réside dans le manque de continuité qui existe entre l'arithmétique des entiers et l'arithmétique des nombres rationnels. Ainsi, l'addition et la soustraction de fractions semblent aberrantes en comparaison avec les mêmes opérations — pourtant si simples — sur des entiers. La multiplication d'entiers est souvent définie comme une addition répétée, et on l'illustre alors au moyen de bonds sur la droite numérique. Ces analogies n'apparaissent pas transposables aux fractions. Ainsi, pour $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$, on imagine mal l'addition répétée qui produirait un résultat ($\frac{1}{2}$) inférieur aux deux facteurs en cause ($\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$). Et quelle droite numérique nous permettrait d'illustrer ce résultat? La situation en division n'est guère plus reluisante. En effet, la division est souvent définie comme un partage quand des entiers sont en cause. Quel partage permet d'expliquer que $1 \div \frac{1}{2} = 2$? L'enseignement des fractions et des nombres à virgule doit mettre en évidence qu'il s'agit d'appliquer à de *nouveaux nombres* les mêmes lois et les mêmes structures que sur les entiers. Ce passage crucial n'est qu'un préambule à l'algèbre qui généralise ces lois et ces structures, au point de les appliquer à des ensembles de nombres encore plus grands. Les fractions et les nombres à virgule ne doivent donc pas briser les liens de confiance qui ont été créés avec l'arithmétique sur les entiers. Dans *Défi Mathématique 4* et *Défi Mathématique 5*, nous avons insisté sur l'importance de la perception et des représentations concrète (le pliage surtout) et imagée. Si vos élèves n'ont pas vécu les activités de ces deux manuels, nous vous suggérons fortement d'abandonner le contenu du présent manuel et de vous consacrer entièrement à la présentation de ces unités de travail préalables et certes mieux adaptées. L'éditeur vous accordera pour ce faire toutes les autorisations de reproduction jugées utiles, sur demande.

Le bloc A offre aux élèves une nouvelle occasion de se donner une vision intuitive et concrète du concept des fractions. Aucun algorithme de calcul n'est présenté à ce stade-ci, afin de laisser toute la place nécessaire aux perceptions visuelles et à l'intuition. La notion de hasard et les concepts élémentaires de probabilité y sont abordés, en accordant beaucoup d'importance aux jeux de hasard qui sont à l'origine de cette branche des mathématiques.

Le bloc B présente les algorithmes de calcul sur les fractions comme de simples *prolongements* des techniques développées sur les entiers. Cette *dédramatisation* est cruciale en termes de confiance par rapport au symbolisme. Ne perdons pas de vue que nos élèves, dans deux ans, auront sous les yeux des expressions semblables aux suivantes : $(a + b) \times c = ac + bc$ ou $\frac{3b^2 - 2b^2}{b} = b$ avec a, b et $c \in \mathbb{R}$ (des nombres réels). Ils devront alors comprendre que la nature et les propriétés de $+$, $-$, \times et \div sont les mêmes, sans égard aux nombres utilisés (-4 ; 52 ; 0 ; $\frac{2}{3}$; $3,41$ ou π).

Le bloc C joue le même rôle que le bloc B, mais sur les nombres à virgule. Les nombres à virgule y sont présentés de façon historique, c'est-à-dire comme l'aboutissement du développement convergent de la numération positionnelle avec des entiers et de l'arithmétique des fractions. Tout comme ce fut le cas dans l'histoire, la mesure métrique est présentée comme une conséquence et une application ultérieure de l'invention des nombres à virgule.

Pour donner aux blocs B et C tout leur effet, nous proposons, dans la planification, de les traiter concurremment à partir du début de la seconde moitié de l'année scolaire. La première moitié de l'année sera consacrée au bloc A et à l'amorce du bloc B seulement.

Rappels mathématiques

Dénominateur

Dans les fractions $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{6}$ et $\frac{8}{7}$, les nombres 4, 5, 6 et 7 sont les dénominateurs. Le dénominateur sert à nommer la fraction.

Échantillon

Fraction représentative d'une population ou de l'univers d'un phénomène qui peut ainsi faire l'objet d'une analyse statistique.

Espérance

Valeur moyenne calculée à partir des probabilités qui permet d'annoncer des résultats mathématiquement prévisibles. En guise d'exemple, l'espérance reliée au nombre de points qu'il y aura sur la face d'un dé que l'on s'apprête à jeter est de $3\frac{1}{2}$ (!) et elle se calcule ainsi :

$$\frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{6} \times 3 + \frac{1}{6} \times 4 + \frac{1}{6} \times 5 + \frac{1}{6} \times 6 = 3\frac{1}{2}.$$

Pour deux dés, le résultat passe à 7 et signifie que ce total est, en moyenne, le plus probable.

Fraction (ou fraction ordinaire)

La fraction exprime un rapport entre deux quantités. Ainsi, $\frac{2}{4}$, $\frac{8}{7}$, $\frac{5}{100}$ et 25 % sont des fractions.

Fraction décimale

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10. Ainsi, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$ et $\frac{13}{10\,000}$ sont des fractions décimales.

Fraction empilée

Expression par laquelle on désigne un rapport dont le numérateur est une fraction ou un nombre fractionnaire.

Ainsi, $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ et $\frac{3\frac{1}{4}}{5}$ sont des fractions empilées (vocabulaire propre à *Défi Mathématique*).

Fraction impropre

Une fraction impropre est une fraction dont le numérateur est supérieur ou égal au dénominateur. Ainsi, $\frac{4}{4}$, $\frac{11}{5}$, $\frac{100}{3}$ et $\frac{24}{18}$ sont des fractions impropres.

Fraction propre

Fraction dont le numérateur est inférieur au dénominateur. Ainsi, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{10}$ et $\frac{19}{20}$ sont des fractions propres.

Fractions équivalentes

Des fractions sont dites équivalentes si elles peuvent toutes s'exprimer à l'aide d'un seul nombre rationnel (voir ce terme). Ainsi, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{10}$ et $\frac{40}{100}$ sont toutes équivalentes à $\frac{2}{5}$.

Fraction unitaire

Fraction de type $\frac{1}{n}$, par exemple, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{5}$. La fraction $\frac{1}{n}$ peut se définir de la même façon que $1 \div n$. Ainsi, $\frac{1}{4} = 1 \div 4$. De façon intuitive, on peut dire que $\frac{1}{n}$ est une quantité qui entre exactement n fois dans l'entier.

Nombre à virgule

L'expression nombre à virgule désigne tout nombre écrit dans un système moderne positionnel, peu importe la base. Ainsi, 10, 111,01_{deux}, 23,4_{cinq} et 5,92_{dix} sont des nombres à virgule.

Nombre décimal

Un nombre exprimé dans le système positionnel de base dix est appelé nombre décimal. Ainsi, 13,4, 141 et 0,075 sont des nombres décimaux.

Nombre fractionnaire

Un nombre fractionnaire est une expression numérique mixte comportant une partie entière et une fraction. Ainsi, $4\frac{1}{2}$, $72\frac{7}{10}$ et $1\frac{2}{3}$ sont des nombres fractionnaires. Une fraction impropre peut s'exprimer sous la forme d'un nombre fractionnaire, et vice versa.

Nombre rationnel

Toutes les fractions équivalentes entre elles sont regroupées en un seul et même nombre appelé nombre rationnel. Ainsi, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, ..., $\frac{50}{100}$, ... sont diverses figures d'un même nombre rationnel : $\frac{1}{2}$. Tous les entiers sont également des nombres rationnels.

Numérateur

Dans les fractions $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{11}{8}$ et $\frac{1}{6}$, les nombres 3, 2, 11 et 1 sont les numérateurs.






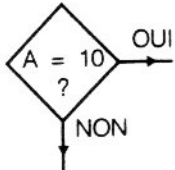
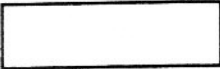
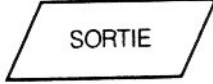

Probabilité

Expression déterminant les chances de réalisation d'un événement. Cette expression est généralement donnée sous forme de fraction ordinaire ou de pourcentage s'échelonnant toujours de 0 à 1 inclusivement. La probabilité de tirer un cœur dans un jeu ordinaire de 52 cartes est de $\frac{1}{4}$ ou de 25 %.

Rapport

Comparaison entre deux quantités. Ces quantités peuvent être de même nature ou de nature différente. Le rapport $\frac{1 \text{ minute}}{60 \text{ minutes}} = \frac{1}{60}$ exprime la comparaison entre la vitesse de la trotteuse et celle de l'aiguille des minutes sur une montre. Ce rapport est exprimé par une fraction, c'est-à-dire par le quotient de leur mesure. Le rapport $\frac{15 \text{ km}}{4 \text{ h}} = \frac{15}{4} \text{ km/h}$ compare une distance à une durée, relativement à un quelconque déplacement. Ce rapport s'exprime par une vitesse faisant apparaître une unité nouvelle : le km/h (15 quarts de kilomètre par heure).

Quelques commandes importantes en BASIC

Dessin de l'ordinogramme	Rôle du robot	Traduction en BASIC
		L'ordinateur commencera le programme au plus petit numéro de ligne.
		END
	Surveillant d'entrée: 1) les données peuvent toutes être placées dans le programme; 2) les données peuvent venir de l'utilisateur ou de l'utilisatrice (hors programme).	1) DATA 10, 5, 2, 8, 4 2) INPUT A ou INPUT A\$ (nombre) (caractères)
	Décision: « Est-ce que A vaut 10 ? »	IF A = 10 THEN... ELSE...
	Opérateur ou traitement des données. Il y en a plusieurs.	1) N = 0 (variable mise à zéro) 2) X = INT(A) 3) N = N + 1 (augmenter un compteur) etc.
	Surveillant de sortie: l'ordinateur affiche à l'écran, à l'imprimante, etc.	PRINT "Allô!" (affiche le mot) PRINT M (affiche la valeur de la variable M)
	Sens permettant d'ordonner le travail des robots.	Si les commandes sont à la suite, l'ordinateur lira les numéros en ordre. Si c'est une interruption dans l'ordre des lignes: GOTO...

NEW

Pour effacer un programme, au moment d'en introduire un nouveau.

LIST

Pour voir le programme à l'écran.

- LIST-100 Pour voir les lignes du programme jusqu'à 100.
 LIST 50-100 Pour voir les lignes du programme comprises entre 50 et 100.
 LIST 100- Pour voir les lignes du programme à partir de 100.
 RUN Pour lancer l'exécution d'un programme; toujours appuyer sur la touche après une ligne ou une commande.

RETURN
ENTER

Bloc A

Objectif-synthèse : Interpréter des probabilités en termes de fractions.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les élèves réussissent seuls à :

- percevoir l'aspect prévisible de certains événements dans une expérience où le hasard tient un rôle;
- dégager le sens des fractions de type $\frac{1}{n}$ et de type $\frac{a}{b}$;
- associer un événement probable à une fraction et *vice versa*;
- comparer la probabilité de deux événements;
- percevoir l'effet d'une probabilité sur l'espérance de gain.

Toutes les activités et toutes les fiches peuvent servir à l'évaluation.

Activités

Les mathématiques au casino

Matériel

Pour la classe :

- un jeu de cartes ordinaire par groupe de deux élèves;
- des dés de deux couleurs différentes (deux par élève);
- des pièces de monnaie;
- le matériel pour le casino (voir le problème 6);
- 250 menus objets de forme identique mais de cinq couleurs différentes (des jetons ou des centicubes, par exemple) : une cinquantaine de chaque couleur pour le problème 8.

Notes : 1. Les fiches COUP DE POUCE et SUPER AS ne s'adressent pas à tous les élèves. On peut les soumettre individuellement à l'élève qui éprouve une difficulté particulière (COUP DE POUCE) ou à l'enfant doué qui réclame des problèmes plus avancés (SUPER AS). Bien qu'elles soient placées à la fin du bloc, ces fiches peuvent être soumises à tout moment.

2. Dans les fiches du manuel de l'élève, les problèmes identifiés «Pour les as» s'adressent à tous les élèves, même s'il est fort probable que plusieurs ne parviendront pas à les résoudre. Tous tireront profit, cependant, de s'être résolument attaqués à un problème très exigeant.

Problème 1

- Les élèves lisent et commentent la fiche Fractions A-1. La question relative au grand intérêt du monde interlope pour les jeux de hasard conduit à établir la pertinence du concept de probabilité développé par des mathématiciens célèbres, dont Fermat et Pascal. Vos élèves croiront peut-être que les criminels s'intéressent aux jeux de hasard parce qu'ils peuvent tricher en pipant les dés et en truquant les cartes ou la roulette. Laissez-les le croire pour l'instant, même si la vérité est qu'il est possible d'être malhonnête sans tricher! Compte tenu des règles mathématiques du hasard, il est en effet possible de proposer des jeux qui constituent de véritables traquenards. Le seul fait d'y faire jouer plusieurs personnes plusieurs fois garantit d'énormes profits. La suite vous permettra de mettre cette vérité en évidence.

Idée de hasard et pertinence des probabilités.

Compréhension

Représentation concrète

Fractions A-1

Note : Gardez-vous bien de fournir la réponse. Laissez simplement les élèves formuler leurs avis sans les commenter. Le jeu qui suit vous permettra de les plonger dans une situation qui leur fera comprendre en quoi le hasard peut être utilisé contre les gens crédules ou peu informés des probabilités. Puisqu'une image vaut mille mots, profitez de ce *coup monté* pour étaler votre talent à tendre innocemment des pièges. Plus ils seront convaincus que ce jeu peut les enrichir, plus ils saisiront l'objectif visé ici. Le jeu qui leur est proposé est malhonnête, et quiconque y joue un grand nombre de fois se fera vider les poches.

- b) — Imagine que tu es à une foire où plusieurs tables de jeu sont installées. L'un des jeux consiste à tirer une carte d'un paquet où l'on a retiré les as et les jokers (faites-le devant eux avec un véritable jeu de cartes). Voici les règles (au tableau, écrivez) :
- tu gagnes 2 \$ si tu tires une «figure»;
 - tu perds 1 \$ si tu tires autre chose.
- Que penses-tu de ce jeu?

Notes : 1. Il est important, ici, de ne pas vendre la mèche. N'oubliez pas que ce problème vise à *surprendre vos élèves*, à les dérouter. Animez simplement la discussion en espérant que la plupart de vos élèves croiront que ce jeu risque fort de les enrichir (ce qui est tout à fait contraire aux probabilités). Laissez-les donc tomber dans le piège.

2. Insistez surtout sur le fait qu'une carte chanceuse rapporte deux dollars, soit deux fois la somme due autrement. Si des élèves doutent malgré tout de leurs chances (et ils ont raison!), évitez qu'ils n'exposent leurs arguments pour l'instant. Faites-leur plutôt miroiter les gains possibles. Après l'expérimentation, ils pourront alors exprimer leurs réticences dans un débat ouvert.

3. L'un des concepts les plus importants à acquérir au cours des prochaines activités consiste à prendre conscience que des résultats futurs peuvent être mathématiquement «prévus», grâce au calcul des probabilités. Ainsi, il est possible de prédire que si on lance mille fois une pièce de monnaie, il y aura très probablement autant de «piles» que de «faces», chacun des événements ayant une chance sur deux de se réaliser.

- c) Puisqu'ils auront certes envie de jouer, placez-les deux à deux et remettez un jeu de cartes à chaque équipe. Chaque joueur tirera 12 cartes (12 essais). **Il est important de remettre chaque fois la carte tirée dans le paquet.** Le joueur qui ne tire pas enregistre les résultats au fur et à mesure (+2 \$ ou -1 \$, selon le cas). On inverse ensuite les rôles.

Avant de donner le signal de départ, demandez à quelques élèves de formuler une prédiction :

- Sachant que chacun de vous jouera 12 fois, quel sera le montant total de votre gain ou de votre perte?

Attendez-vous à des prédictions farfelues. Ajoutez-y la vôtre en mentionnant qu'il s'agit d'une prédiction mathématique. Sans la dévoiler, écrivez-la sur un bout de papier et épinglez-la au tableau. Cette prédiction ne sera lue qu'après la cueillette de tous les résultats.

La prédiction mathématique est (dans le cas d'une classe de 30 élèves) :

Perte de 3 \$ par élève en moyenne.
Perte de $30 \times 3 \$ = 90 \$$ pour la classe.

Notes : 1. Même si cette prédiction ne se réalisera pas pour chaque élève, il y a de fortes chances que le résultat global soit assez juste.

2. Pour calculer le résultat probable, nous procédons ainsi :
- 12 cartes font gagner 2 \$ (les figures);
 - 36 cartes font perdre 1 \$ (les autres);
 - 48 cartes (au total);
 - probabilité de gagner : $\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$;
 - probabilité de perdre : $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$;
 - sur 12 essais, on peut donc prévoir 3 gains et 9 pertes; donc,
 $9 \times (-1 \$) + 3 \times (+2 \$) = -3 \$$ par élève.

Ce calcul permet de découvrir l'espérance de gain. Ne le présentez pas pour l'instant. Nous y reviendrons au problème 3.

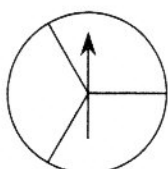
Concluez que ce jeu, en termes de probabilité, était *malhonnête*. Un jeu est dit honnête s'il offre aux joueurs des chances égales de gain.

- Nous allons apprendre à établir si un jeu de hasard est honnête ou non. Nous reviendrons plus loin (problème 3) au jeu présenté ici.

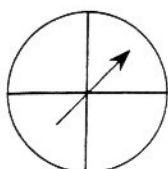
Note : Cette activité vous permet de présenter à vos élèves l'objectif-synthèse du bloc A et de le rattacher aux comportements à suivre.

Problème 2

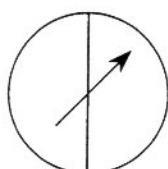
- a) Au tableau, dessinez les roulettes suivantes :



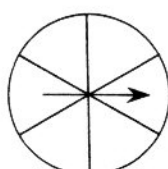
3 zones



4 zones



2 zones



6 zones

- Pour savoir qui aura les pièces blanches, deux joueurs d'échecs décident de tirer au sort à pile ou face. Ils réalisent alors qu'ils n'ont pas de pièce de monnaie en poche.
- L'un des joueurs dit : «J'ai ici des roulettes. Ce sera facile de faire quand même notre tirage au sort.»
- Comment une roulette peut-elle remplacer une pièce de monnaie dans ce cas? Quelle idée a eue ce joueur? Une roulette permet d'obtenir la même PROBABILITÉ de succès que la pièce de monnaie. C'est le cas de la troisième, par exemple, où chaque joueur choisit un demi-cercle. L'aiguille désignera celui qui aura les blancs.

- b) Il est fort possible que les écoliers ne choisissent que la troisième roulette. Les trois autres, cependant, feraient aussi bien l'affaire. Demandez alors comment faire. 2^e : chaque joueur prend deux zones; 4^e : chaque joueur prend trois zones. Dans chacun de ces cas, les zones peuvent être prises n'importe où. Discutez-en avec les élèves. 1^{re} : on annule une zone et chaque joueur prend l'une des deux autres.

Conservez vos roulettes pour le problème suivant.

Problème 3

- a) — Au jeu de pile ou face, on dit que chaque joueur a une chance sur deux de gagner.
- En mathématiques, on dit que c'est la PROBABILITÉ de gagner. On écrit cela ainsi : $\frac{1}{2}$. Peux-tu justifier pourquoi? Les fractions servent à noter un rapport entre deux quantités. La fraction un demi représente donc

Notion de probabilité.

Compréhension

Passage de la représentation concrète à la représentation imagée

Renversement : de la représentation imagée à la représentation concrète

Probabilités et fractions.

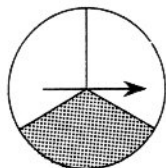
Compréhension

parfaitement l'idée de cette probabilité de gagner, en moyenne, une fois sur deux. ☞

- b) — Comment peux-tu montrer, avec une phrase mathématique, que des roulettes (problème 2) peuvent remplacer une pièce de monnaie?

☞ $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$. Ce sont des fractions équivalentes. ☞

- c) — Ton adversaire te propose : « Nous allons prendre cette roulette :



Si la flèche pointe vers la zone noire, tu auras les blancs. Si elle pointe ailleurs, c'est moi qui prendrai les blancs...

- Qu'en penses-tu? ☞ Ce tirage est malhonnête. ☞

- Explique cela avec une phrase mathématique.

☞ $\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{3} \neq \frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$, etc. Aidez-les, au besoin, à prendre conscience que l'inégalité des probabilités dans un jeu exprime que ce jeu est malhonnête. ☞

- d) Revenez maintenant au problème 1 en leur demandant de découvrir quelle était la probabilité de gain ($\frac{1}{4}$, voir la note du problème 1 c) à ce sujet). Concluez que les probabilités étaient défavorables à trois contre un et qu'il aurait fallu accorder 3 \$ pour une carte chanceuse pour rendre ce jeu honnête (et non 2 \$).

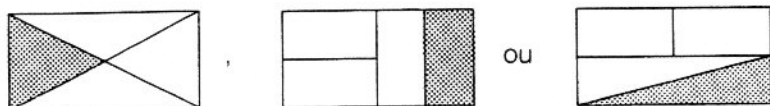
Problème 4

Les élèves ont sous les yeux la fiche Fractions A-3 de leur manuel. Le lutin Trouble-Fête est une personnification de ce que nous appelons un *conflit cognitif*. Il s'agit d'une recherche de contradiction qui vise à ébranler une conception erronée pour la remplacer par une conception plus adéquate. Ces problèmes sont très importants, puisqu'ils concernent le sens fondamental qu'il faut accorder à une fraction de type $\frac{a}{b}$.

- a) Les deux premiers exemples (numéro 1) :

- la baleine (un cétacé) et la chauve-souris sont aussi des mammifères;
- dans « Je les trouve... », *trouve* est un mot singulier.

- b) Au numéro 2 (a), Trouble-Fête pensera certes à proposer l'un des cas suivants :



Dans chacun de ces exemples, la partie noircie vaut $\frac{1}{4}$, même si les morceaux ne sont pas égaux (ni « congrus » d'ailleurs, pour ceux et celles qui préfèrent ce terme). Soumettez-les vous-même s'ils n'y pensent pas.

Notes : 1. Suite à ce conflit, laissez-les conclure qu'il serait préférable de remplacer « égales » par « équivalentes » dans l'énoncé du sens de la fraction $\frac{1}{4}$. Cette nouvelle

Passage à la
représentation
symbolique

Fractions A-2

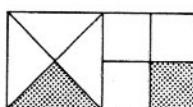
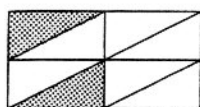
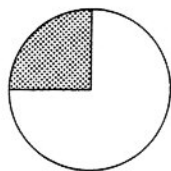
Sens de la fraction.

Compréhension

Représentations
imaginée et symbolique

Fractions A-3

définition, cependant, ne résistera pas plus que l'autre... Trouble-Fête suggère (la partie noircie vaut $\frac{1}{4}$) :



Quelle est donc la meilleure façon de définir une fraction unitaire comme $\frac{1}{4}$?
Formellement, c'est $1 \div 4$.

Intuitivement, c'est «ce qui va exactement quatre fois dans le tout, dans 1.» Le tout peut être un seul objet ou un ensemble d'objets.

2. Il est important que chaque élève perçoive très bien le sens fondamental des fractions de type $\frac{1}{n}$ (fractions unitaires). La fiche COUP DE POUCE Fractions A-9 peut être utile à certains élèves dès maintenant.

c) Pour le numéro 2 b) de la fiche Fractions A-3, Trouble-Fête n'a rien à redire. C'est toujours vrai.

Note : Les fiches COUP DE POUCE Fractions A-10 et A-11 reprennent un tableau important que nous avons présenté dans *Défi Mathématique* lors des deux années précédentes. Elles pourraient permettre à certains de vos élèves de réviser le sens général des fractions ordinaires. On y présente les fractions de type $\frac{a}{b}$ comme une symbolisation équivalente de $a \times \frac{1}{b}$ ou de $a \div b$.

Si $\frac{1}{3}$ peut être perçu comme *ce qui va exactement 3 fois dans 1* ($1 \div 3$), alors $\frac{2}{3}$ devient *ce qui va exactement 3 fois dans 2* ($2 \div 3$) ou, tout simplement, $2 \times \frac{1}{3}$. Pour $\frac{6}{5}$, ce sera *ce qui va exactement 5 fois dans 6* ($6 \div 5$) ou $6 \times \frac{1}{5}$.

Problème 5

Dis si chacun des jeux suivants est *honnête* ou *malhonnête*. Un jeu est honnête si chaque joueur a la même chance de gagner que son adversaire.

- a) — Avec un jeu ordinaire de 52 cartes (sans les jokers), deux joueurs s'affrontent.
- Voici ce qui leur accorde la victoire :
 - joueur n° 1 : tirer un trèfle;
 - joueur n° 2 : tirer une carte rouge.
 - Explique ensuite ton idée à l'aide d'une phrase mathématique. Le jeu est malhonnête car $\frac{13}{52}$ (n° 1) < $\frac{26}{52}$ (n° 2).

Notes : 1. Profitez de l'occasion pour dire que ces fractions sont un peu *encombrantes*. «N'y aurait-il pas moyen de les simplifier?» $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$.

2. Étonnez-vous que la probabilité d'obtenir un trèfle soit de $\frac{1}{4}$. Peuvent-ils justifier cela? Dans un jeu, *une carte sur quatre est un trèfle*.

3. Présentez les termes *fractions équivalentes* et *fraction simplifiée*; insistez pour que les élèves les utilisent dorénavant.

b) Suggérez maintenant la fiche Fractions A-4 qui comporte des problèmes semblables au précédent.

Probabilités et fractions.

**Compréhension
Connaissance**

*Représentations
concrète et symbolique*

Problème 6

Casino mathématique

Le casino mathématique vous permettra de plonger vos écoliers dans une activité passionnante et pertinente. Vous aurez à y consacrer deux ou trois périodes d'une heure. L'activité est riche, puisqu'elle demande une bonne cueillette de données, une compilation sérieuse et une analyse serrée. De plus, elle permet d'illustrer le rôle des calculs de probabilité. Nous décrivons ci-après le matériel et les principaux repères dont vous aurez besoin. Insistez sur la nature *prévisible* des jeux de hasard, surtout quand les expériences sont reproduites *un grand nombre de fois*. Même si le hasard demeure insaisissable, il finit par se calculer dans les cas qui sont illustrés ici.

Déroulement

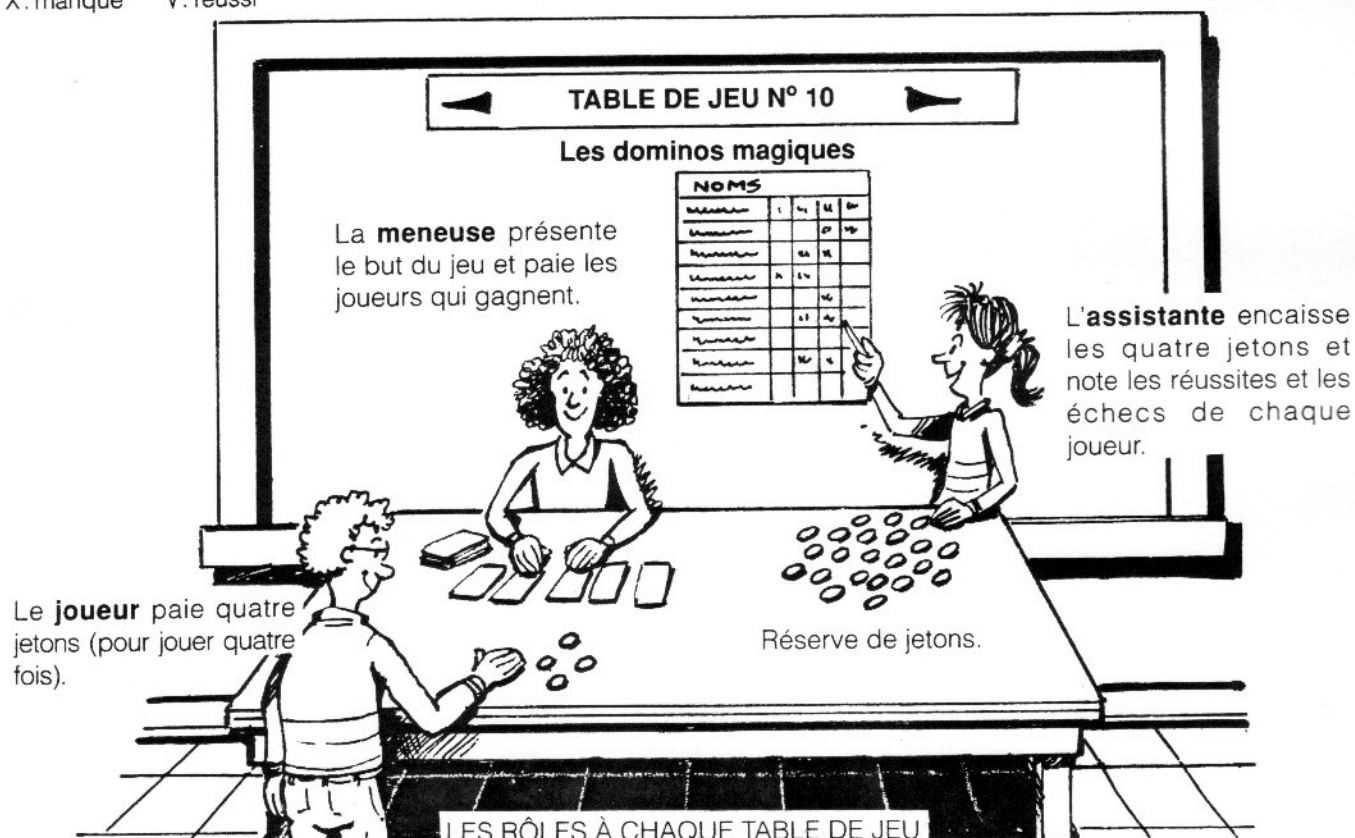
Votre classe devient un casino, une foire. Dix tables de jeu sont installées. Dans un premier temps, deux écoliers prennent place à chaque table. Le premier dirige le jeu pendant que l'autre note les résultats de chaque essai. Les autres font le tour à titre de joueurs. Chacun joue *quatre fois* à chaque table. Les rôles sont ensuite décalés afin que les élèves puissent jouer tous les rôles. Vous obtiendrez donc une centaine de résultats pour chacune des tables de jeu (idéalement, 120). Les écoliers devront enregistrer certaines données, en complétant les fiches de leur carnet, avant ou après le jeu de casino.

Les écoliers prennent connaissance de la nature des objets de chaque jeu (nombre de cartes, couleur des billes, etc.) en lisant les fiches Fractions A-5 et Fractions A-6. La fabrication et la préparation des jeux devraient leur être confiées, par groupes de deux ou trois, pour alléger l'organisation. Chaque écolier reçoit assez de jetons pour jouer quatre fois à chaque table de jeu, soit 40 jetons. Chaque essai coûte un jeton et, en cas de gain, rapporte un nombre variable de jetons, selon la difficulté. À chaque table, placez une copie de votre feuille d'appel pour permettre la consignation des résultats et 40 jetons (200 à la table n° 9) :

JEU N° 10				
Élèves	1	2	3	4
Abel, Luc	X	X	✓	X
Adam, Carole	✓	✓	X	✓

X : manqué ✓ : réussi

On peut simplifier le déroulement en ne donnant aucun jeton aux élèves. On donne plutôt à chacun un crédit de 40 jetons. Les gains sont alors notés sur une feuille de route individuelle.



Jeu n° 1

Matériel : 52 cartes.

Consigne : les yeux fermés, tirer une carte du paquet.

But : prendre l'as de coeur pour gagner 30 jetons.

Jeu n° 2

Matériel : 52 cartes.

Consigne : les yeux fermés, couper le paquet en deux et retourner une carte.

But : retourner une carte *paire* (2, 4, 6, 8, 10 et dame) pour gagner 2 jetons.

Jeu n° 3

Matériel : un dé.

Consigne : jeter le dé.

But : obtenir un 5 ou un 6 pour gagner 3 jetons.

Note : Ce jeu est le seul qui soit «honnête». En effet, le client n'a qu'une chance sur trois de gagner ($\frac{2}{6}$), mais le gain est dans la même proportion, soit trois fois la mise. Ainsi, sur trois tentatives, le client paie trois jetons, mais il a une chance sur trois de les récupérer, ce qui devrait arriver *en moyenne*.

Jeu n° 4

Matériel : un sac de papier et 10 billes : 9 noires et 1 blanche (ou autres objets identiques de deux couleurs dans une proportion semblable).

Consigne : prendre une bille les yeux fermés.

But : prendre la blanche pour gagner 5 jetons.

Jeu n° 5

Matériel : deux dés (de couleur différente, de préférence).

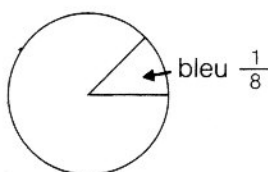
Consigne : jeter les deux dés.

But : rouler un «double» pour gagner 3 jetons.

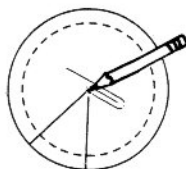
Jeu n° 6

Matériel : une assiette de carton, un trombone et un crayon.

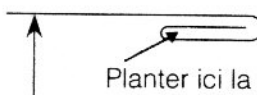
L'assiette est ainsi coloriée :



et percée en son centre à l'aide d'une pointe de crayon.



Un trombone déplié servira d'aiguille.



Planter ici la pointe du crayon pour servir de pivot.

Consigne : faire tourner le trombone d'une chiquenaude (au moins un tour).

But : arrêter dans la zone bleue pour gagner 4 jetons.

Jeu n° 7

Matériel : une toupie fabriquée à l'aide d'un hexagone (découpé dans un carton rigide) et d'un crayon. Chaque côté mesure 6 cm. Le crayon enfoncé en plein centre est l'axe de pivot. Après quelques révolutions, la toupie s'immobilise et un des côtés de l'hexagone s'appuie sur la table. L'hexagone comporte six portions de couleurs différentes (rouge et cinq autres).

Consigne : faire pivoter la toupie.
But : obtenir le «rouge» pour gagner 3 jetons.



Note : Si on utilise du papier collant pour solidifier le tout, il faudra s'assurer de l'étendre *uniformément* autour du crayon pour éviter de «piper» la toupie.

Jeu n° 8

Matériel : billets sur lesquels sont écrits les noms de chacun des participants au casino.

Consigne : tirer un billet.

But : prendre «son nom» pour gagner 20 jetons.

Jeu n° 9

Matériel : 5 billets dans un sac.

Un billet porte la mention GROS LOT; les autres, DÉSOLE!

Consigne : tirer un billet.

But : tirer le GROS LOT pour gagner 10 jetons.

Jeu n° 10

Matériel : 4 dominos (double 1, double 2, double 3 et double 4).

Consigne : les 4 dominos sont brassés et posés face cachée sur la table; le joueur ferme les yeux et annonce ce qu'il va prendre, par exemple : «Je tirerai le double 3.»

But : prendre le domino désigné pour gagner 2 jetons.

Voici le tableau des probabilités de chaque jeu et quelques commentaires sur ce qui DEVRAIT se passer. À titre d'exemple, prenons une classe de 30 écoliers, donc 4 x 30 résultats à chaque table. Les nombres encadrés sont les profits probables (en jetons) de la table de jeu. Si votre classe compte moins de 30 élèves, nous vous conseillons de recruter des participants pour atteindre ce nombre (personnel de l'école ou élèves jouant plus souvent).

Jeu	Probabilité de gain	Commentaires
1	$\frac{1}{52}$ (+51)	Un seul succès est <i>probable</i> pour 52 essais. Donc, pour 120 essais, on prévoit 2,3 réussites (soit 2 ou 3). La table de jeu gagne 120 - 2,3 x 30 = 51 jetons.
2	$\frac{24}{52} = \frac{6}{13}$ (+10)	Il y a plus de cartes impaires que de cartes paires dans un jeu. Donc, moins de gains et plus de pertes pour les clients. $\frac{6}{13} \times 120 = 55$ (gains prévus). La table de jeu gagne 120 - 55 x 2 jetons.
3	$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ (+0)	Il devrait y avoir environ 40 gains et 80 échecs. Le jeu est <i>honnête</i> , car la table de jeu reçoit 120 jetons et redonne 40 x 3 jetons, selon la probabilité.
4	$\frac{1}{10}$ (+60)	12 gains sont prévus sur 120 essais. La table de jeu gagne 120 - 5 x 12 jetons.
5	$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (+60)	Il y a 36 combinaisons différentes avec deux dés, dont six seulement sont des doubles. 20 gains sont prévus sur 120 essais. La table de jeu gagne 120 - 3 x 20 jetons.
6	$\frac{1}{8}$ (+60)	15 gains sont prévus, soit $\frac{1}{8} \times 120$. La table de jeu ne remet que 4 x 15 jetons.

Jeu	Probabilité de gain	Commentaires
7	$\frac{1}{6}$ (+60)	20 gains sont prévus. La table de jeu gagne $120 - 3 \times 20$ jetons.
8	$\frac{1}{30}$ * (+40) * S'il y a 30 participants, il y a 30 billets.	Si chaque écolier n'avait qu'un seul essai, il n'y aurait <i>probablement</i> qu'un seul gagnant. Pour quatre essais par élève, quatre gains seulement sont prévus. La table de jeu gagne $120 - 4 \times 20$ jetons.
9	$\frac{1}{5}$ (-120)	24 gains sont prévus. Ce jeu sera <i>déficitaire</i> , puisqu'un gain donne 10 jetons. Si cinq essais sont permis, l'un d'eux devrait réussir. Donc, pour un paiement de 5 jetons, la table de jeu donne 10 jetons. La table gagne $120 - 10 \times 24$ jetons. On comprendra que ce jeu ne figurera jamais à Las Vegas!
10	$\frac{1}{4}$ (+60)	30 gains sont prévus. La table de jeu gagne $120 - 2 \times 30$ jetons.
Profit total espéré pour les 10 tables de jeu (+281)		C'est ainsi que les champs de course, les casinos et autres «industries du hasard» prévoient et... réalisent des profits énormes. Le hasard étant ce qu'il est, cette prévision peut être déjouée à une échelle semblable à celle de votre expérimentation. Mais plus le nombre d'essais augmente, plus les probabilités se révèlent exactes. Puisque 30 élèves devraient perdre 281 jetons, les probabilités annoncent une <i>perte moyenne</i> de 9 ou 10 jetons par élève. Dans ces conditions, ceux qui auront plus de 40 jetons auront donc été vraiment chanceux de récupérer leur mise sans perdre un seul jeton. Ceux qui auront moins de 20 jetons en poche après le jeu (perte de plus de 20 jetons) auront été vraiment malchanceux.

Présentez chacun des jeux du casino. Les écoliers complètent individuellement la fiche complémentaire Fractions II, au mieux de leurs connaissances. Évidemment, des écarts importants sont prévus. Par la suite, le fait de jouer réellement améliorera la perception des concepts en présence. N'intervenez pas de façon directive. Assurez-vous d'une compréhension univoque des jeux de hasard en compilant collectivement les prévisions pour le jeu numéro 1. Contentez-vous d'animer les discussions. Ne donnez pas les réponses. Vous pourrez le faire *après le casino*.

Notes : 1. Nous insistons : ce premier tableau ne doit pas faire l'objet d'une correction collective avant de jouer au casino. On se contentera, pour l'instant, d'une discussion collective où chaque écolier pourra consulter «sa propre boule de cristal» et dire comment il est arrivé à sa prédiction.

2. Idéalement, pour faciliter les calculs, vous devriez organiser le jeu pour qu'il y ait exactement 120 essais à chaque table de jeu (30 joueurs \times 4 essais). Si votre groupe compte plus de 30 élèves, demandez aux responsables de la compilation de ne noter que les résultats des 30 premiers participants.

Ouvrez maintenant le casino en prédisant, grâce au calcul des probabilités, que la *perte moyenne* sera de 9 ou 10 jetons. Notez cette prévision au tableau, bien en évidence.

Problème 7

Après l'activité, conservez précieusement les résultats et le *bilan* (jetons reçus moins jetons donnés) de chaque table de jeu.

Fournissez aux élèves les informations relatives au nombre de coups gagnants par table de jeu. Compilez collectivement les données du jeu numéro 1. Laissez les écoliers compléter individuellement le tableau de la fiche complémentaire Fractions III pour les autres résultats que vous donnerez. C'est maintenant le

Hasard, probabilité et espérance de gain.

**Compréhension
Habileté
Connaissance**

*Représentations
concrète, imagée et
symbolique*

Fractions A-5
Fractions A-6

Hasard, probabilité et espérance de gain.

moment de revenir sur le tableau des prévisions (fiche complémentaire Fractions II) et de confirmer ce qui aurait dû être mathématiquement prévu.

**Compréhension
Habileté
Connaissance**

*Représentation
symbolique*

Fractions A-7
Fractions A-8

Probabilité, échantillon et
diagramme circulaire.

Compréhension

Problème 8

Dans un sac, déposez vos menus objets (voir matériel au début du bloc). Le mélange comportera exactement 100 objets, dont 50 de la couleur a), 30 de la couleur b), 10 de la couleur c), 9 de la couleur d) et 1 de la couleur e).

- a) — Il y a 100 objets dans ce sac. Je vais en tirer 10 et vous allez me dire combien vous croyez qu'il y en a de chaque couleur dans le sac. Ce procédé s'appelle «prise d'échantillon».

Note : Avant d'effectuer cette prise d'échantillon, discutez des sondages avec votre groupe. Habituellement, les sondages sont basés sur un échantillon d'environ mille individus sélectionnés de façon représentative à travers le pays. Mille individus qui en représentent 25 millions!

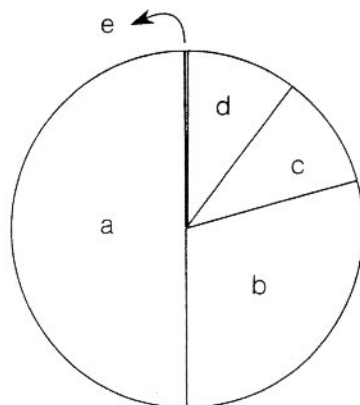
Tirez donc au hasard sans remettre les objets choisis dans le sac.

- Compte tenu de ce que tu viens de voir, combien y a-t-il d'objets de couleur a), b), c), d) et e) dans ce sac?

Chaque écolier note discrètement ses prédictions en prenant soin d'arriver à un total de 100 objets. Ne donnez pas le nombre d'objets de chaque couleur avant le point d).

- b) Reprenez le même problème après avoir replacé les 10 objets dans le sac. Cette fois, tirez 20 objets.
— Ceci modifie-t-il vos prédictions? Si oui, notez vos nouvelles prédictions, mais conservez les anciennes.
- c) — Quelles prédictions risquent d'être les meilleures? Pourquoi? Celles où 20 objets ont été tirés. Plus l'échantillon est large, plus il s'approche de la réalité.
- d) Enfin, sortez les 100 objets du sac. Faites l'inventaire et vérifiez à quel moment les écoliers ont fait les meilleures prédictions.
Représentez la répartition des 100 objets du sac dans un diagramme circulaire.

*Représentation
concrète*



Note : Introduisez l'idée de pourcentage en étiquetant chaque fraction du cercle, soit 50 % (a), 30 % (b), etc. Rappelez aussi l'égalité possible pour chaque zone, soit $50\% = \frac{1}{2}$ (a), etc.

e) Reprenez ce jeu deux ou trois fois en modifiant le mélange des couleurs.

Bloc B

Objectif-synthèse : Justifier et exécuter des opérations sur des fractions.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les élèves réussissent seuls à :

- a) justifier et à exécuter la technique d'addition de fractions;
- b) justifier et à exécuter la technique de soustraction de fractions;
- c) justifier et à exécuter la technique de multiplication de fractions;
- d) justifier la technique de division de fractions;
- e) simplifier une fraction;
- f) comparer deux fractions;
- g) trouver le plus petit commun multiple de deux dénominateurs;
- h) utiliser les termes standard pour désigner les fractions et leurs composantes.

L'objectif suivant est intéressant et mérite d'être évalué, même si sa maîtrise n'est pas essentielle :

- i) exécuter la technique de division de fractions.

Toutes les activités et toutes les fiches peuvent servir à l'évaluation.

Activités

Des fractions en action : voir et calculer

Matériel

Aucun matériel particulier n'est absolument nécessaire à la réalisation du bloc. Cependant, l'accès à un ordinateur (langage BASIC) donnerait aux activités prévues toute leur pertinence.

Problème 9

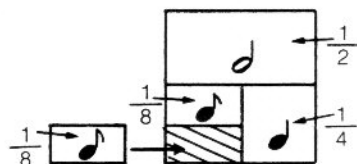
Les élèves lisent la fiche Fractions B-15 et tentent de résoudre les problèmes posés *sans calcul écrit*.

Notes : 1. La notation musicale permet de traduire une mélodie à l'aide de signes tracés sur une portée. La forme et la couleur de la note (on dit «figure» de note) indiquent la durée du son, tandis que sa position sur la portée indique la hauteur du son. Cette notation a vu le jour au Moyen Âge et a été achevée au XVII^e siècle, telle que nous la connaissons aujourd'hui.

2. Sur une portée, les notes ont parfois une position inversée (♯ ou ♭), mais la valeur demeure la même.

3. Les derniers pliage peuvent être difficiles ou imprécis. Suggérez de subdiviser les derniers rectangles sans les plier.

4. Puisque ce sont les *perceptions* qui doivent servir à résoudre les problèmes posés au numéro 2, insistez pour que les élèves vous montrent leur solution *au moyen du pliage*. Ainsi, $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = 1$, ce qui est facile à voir grâce au pliage :



L'autre côté de la feuille vaut la ronde qui est l'unité.

Aucune mise au dénominateur commun n'a sa place ici.

Addition et soustraction de fractions au moyen de perceptions.

Compréhension

Passage des représentations concrète et imagée à la représentation symbolique

Fractions B-15








Les élèves gardent leur pliage pour la suite.

Problème 10

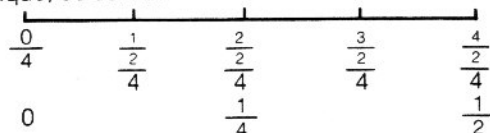
Les élèves ont en main leur pliage du problème précédent.

- Je pense à une figure de note et je te la décris avec une expression mathématique. Trouve de quelle figure il s'agit et complète l'égalité *sans calcul écrit*.



Note : Ici encore, il s'agit de perceptions et non de techniques symboliques avec mise au dénominateur commun. Laissez-les VOIR la solution et vous la montrer au moyen du pliage.

- a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = ?$  $\frac{1}{8}$ 
- b) $2 \times \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = ?$  $\frac{1}{4}$ 
- ★ c) $(\frac{1}{4} \div 4) - (\frac{1}{2} \div 16) = ?$  $\frac{1}{32}$ 
- ★ d) $\frac{\frac{1}{2}}{4} = ?$  $\frac{1}{8}$ (Voir la note 1 qui suit.) 




Notes : 1. Lire ainsi cette *fraction empilée* : «un demi-quart». Ne le dites pas tout de suite, mais c'est la moitié d'un quart ou $\frac{1}{2} \div 4$. En guise d'indice, contentez-vous d'ajouter au tableau l'expression suivante qui situe $\frac{1}{2} \div 4$ entre $\frac{0}{4}$ et $\frac{1}{4}$: $\frac{0}{4} < \frac{1}{2} \div 4 < \frac{1}{4}$. Sur une droite numérique, ce serait :



2. L'aptitude à percevoir les fractions empilées est très précieuse pour fonder la compréhension des opérations sur les fractions.



- ★ e) $\frac{1}{4} - \frac{1}{16} = ?$  $\frac{1}{32}$. Faites remarquer que cette expression est identique au cas c). Seule la forme du symbole de division diffère : $\frac{1}{4} \div 4$ au lieu de $\frac{1}{4}$ .

Problème 11

- a) — En jetant un dé ordinaire, la probabilité d'avoir  est de $\frac{1}{6}$. La probabilité d'obtenir un nombre pair de points est de $\frac{1}{2}$, car la moitié des nombres sur le dé sont pairs. Quelle serait alors la probabilité de gagner un prix s'il fallait obtenir ou bien  ou bien un nombre pair? $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$. N'insistez pas sur le calcul pour l'instant. 

Note : Montrez votre préférence pour $\frac{2}{3}$, la fraction simplifiée, et notez au tableau : $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$; demandez-leur si cette égalité est toujours vraie. Concluez en ajoutant cette autre version de l'égalité que vous conserverez bien en vue pour le point b) :

1 demi + 1 sixième = 2 tiers

- b) — Dans un jeu ordinaire de 52 cartes, il te faut tirer une carte rouge ou un pique pour gagner un prix. Quelle est la probabilité de :
- tirer une rouge? $\frac{1}{2}$ 
 - tirer un pique? $\frac{1}{4}$ 
 - gagner le prix? (Voir les notes qui suivent.)

Opérations au moyen de perceptions.

Compréhension

Renversement : de la représentation symbolique à la représentation imagée

Fractions B-16

Addition et soustraction de fractions : termes de même nature et de même grandeur.

Compréhension

Représentations concrète, imagée et symbolique

Notes très importantes

1. Quand viendra le temps de représenter la probabilité de gagner le prix, faites écrire au tableau les deux phrases mathématiques qui décrivent ce résultat, soit $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ et 1 demi + 1 quart = 3 quarts.

Au sujet de cette dernière égalité, montrez-vous absolument renversé-e et sceptique :

«Il doit y avoir une erreur... Un plus un ne peut pas donner trois!»

Votre attitude ici cache évidemment un autre coup monté. Prenez en exemple la phrase encadrée de la note du point a) : 1 demi + 1 sixième = 2 tiers.

«Un plus un vaut toujours deux. Vous est-il déjà arrivé d'avoir un plus un qui ne donne pas deux?»

Laissez-les chercher un peu.

2. Voici des exemples où un plus un ne vaut pas deux :

- 1 cm + 1 m = ?
- 1 \$ + 1 ¢ = ?
- 1 dizaine + 1 unité = ?
- 1x + 1y = ?
- 1 cm + 1 cm² = ?

Il est très important que ce soit les élèves qui résolvent cette crise où vous venez de les plonger. Leur compréhension de la mise au dénominateur commun en dépend. La fiche Fractions B-21 en résume les principes. Pour l'instant, recherchez des énoncés semblables au suivant :

Pour l'addition (et la soustraction), on ne peut utiliser que des quantités de même famille, de même catégorie, de même grandeur, de même dénominateur.

Cette constatation devrait donc dédramatiser la notion de mise au dénominateur commun, qui n'est rien d'autre que ce que nous avons toujours fait en addition avec des fractions ou avec des entiers. Insistez sur le fait que la famille, la catégorie ou le dénominateur qu'il faut trouver en commun n'est jamais unique. Par exemple :

$$1 \text{ cm} + 1 \text{ m} = \frac{1}{100} \text{ m} + 1 \text{ m} = 1 \frac{1}{100} \text{ m}$$

ou

$$1 \text{ cm} + 1 \text{ m} = 1 \text{ cm} + 100 \text{ cm} = 101 \text{ cm}$$

$$1 \text{ diz.} + 1 \text{ un.} = 1 \text{ diz.} + \frac{1}{10} \text{ diz.} = 1 \frac{1}{10} \text{ diz.}$$

ou

$$1 \text{ diz.} + 1 \text{ un.} = 10 \text{ un.} + 1 \text{ un.} = 11 \text{ un.}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

ou

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Le concept d'*équivalence* de symbolisation ne s'applique pas seulement aux fractions, mais à tout nombre.

L'addition $1x + 1y$ ne peut être effectuée sans en savoir davantage sur x et y . Toutefois, dans $1x + 1x = 2x$, la valeur attribuée à x n'a pas d'importance, car nous avons ici une même catégorie de termes à additionner.

Enfin, le cas $1 \text{ cm} + 1 \text{ cm}^2$ est impossible à transformer, puisque les deux termes ne sont pas de même nature. (Pensez à $x + x^2$ en algèbre.) L'un est une mesure de longueur, tandis que l'autre est une mesure d'aire.

Assurez-vous d'une adhésion très claire ici, avant de passer au problème suivant.

Problème 12

Les élèves lisent la fiche Fractions B-17. Si vous les laissez essayer la formule proposée avec un ordinateur (chargé en langage BASIC), ils obtiendront la réponse suivante :

.6666667 (c.-à-d. $0,6666667$);

ou

0.6666666 (avec leur calculatrice).

Note : Il existe maintenant des calculatrices qui peuvent opérer sur des fractions ordinaires.

Cette réponse est certes très proche du résultat ($\frac{2}{3}$), mais elle demeure inexacte compte tenu du mode de réponse utilisé (affichage décimal). S'il fallait un résultat exact, l'ordinateur ne saurait y arriver tel que programmé. Nous vous proposons d'inviter vos élèves à relever l'excitant défi d'enseigner à l'ordinateur l'addition de fractions.

Notes : 1. Aucune connaissance en programmation n'est nécessaire pour y arriver. Cet environnement rend pertinente l'automatisation des techniques de calcul avec des fractions, que vous enseignez de toute manière. Les trucs que nous avons appris et qui ont été enseignés par le passé sont exactement les recettes recherchées ici. Seuls la présentation et l'environnement varient. Quant aux programmes d'ordinateur en BASIC, nous les avons fournis dans le manuel de l'élève. Ils n'auront qu'à les transcrire à l'ordinateur en bout de course. D'ici là, laissez-les travailler à la rédaction d'une recette (d'abord individuellement, puis en équipe avant de procéder à la synthèse collective) destinée à un «robot».

2. Les élèves auront probablement tendance à investir leurs «connaissances» de la programmation (jargon technique, etc.). Il faudra leur préciser que ce n'est pas la tâche proposée. Ils doivent dire *en mots de tous les jours* comment additionner deux fractions ayant le même dénominateur. Le robot sait faire :

- les quatre opérations avec des entiers;
- la comparaison de deux nombres;
- l'interprétation de consignes *simples*.

— Un programme, c'est une recette qui décrit toutes les étapes à faire et tous les cas possibles. Rédige (seul, puis en équipe pour raffiner le travail) une recette pour additionner deux fractions ayant le même dénominateur, quelles qu'elles soient. Utilise des mots de tous les jours, sans te soucier, pour l'instant, des questions de programmation.

Notes : 1. Évidemment, leurs recettes seront imparfaites et maladroites. Votre rôle consiste à personnifier le robot et à appliquer aveuglément les recettes proposées. Par exemple, si l'on vous dit qu'il faut «additionner les nombres», essayez la recette avec $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ et additionnez $1 + 2 + 1 + 2 = 6$. (Certes, au grand désespoir de tous vos élèves!) Si l'on vous propose «d'additionner les numérateurs puis d'écrire le dénominateur», essayez avec $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$: additionnez $1 + 2 = 3$ et écrivez 4 (seulement le dénominateur...)

2. La recette suivante est un exemple de ce qui est attendu :

- 1) Enregistrer les deux fractions.
- 2) Additionner les deux numérateurs.
- 3) Écrire le résultat obtenu à la ligne 2.
- 4) Faire un trait sous le résultat.
- 5) Écrire l'un des dénominateurs sous le trait.

3. Cette recette découle directement des conclusions du problème 11.

4. Cette activité vous permet de présenter à vos élèves l'objectif-synthèse du bloc B et de le rattacher aux comportements à suivre.

Pertinence d'un algorithme : addition de fractions.

Compréhension

Représentation symbolique

Fractions B-17

Problème 13

- a) — Un ordiogramme est un schéma logique qui permet de présenter une recette d'une manière plus visuelle.

Note : Les élèves ont été initiés à ces schémas dans *Défi Mathématique 4* et *Défi Mathématique 5*.

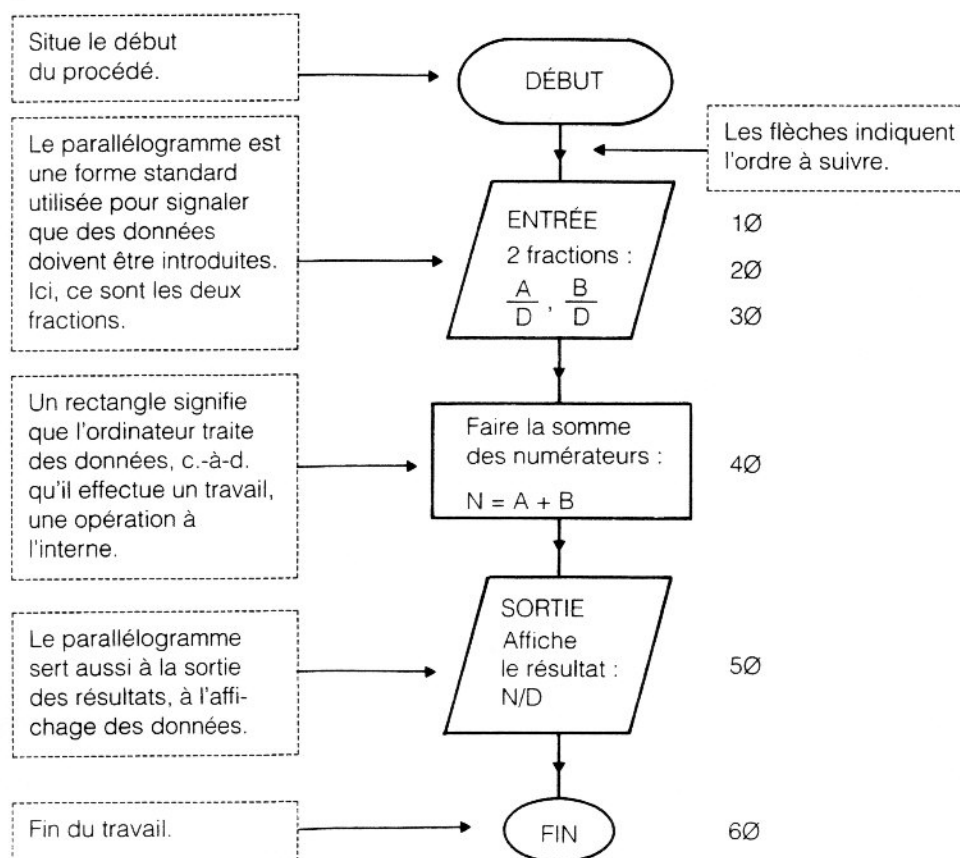
- Avant de rédiger une recette en langage d'ordinateur, ce schéma nous aidera à bien visualiser le déroulement décrit.

Au tableau, dessinez progressivement cet ordiogramme en insistant sur sa concordance avec la recette. Nous suivons ici la recette qui a été proposée au problème 12. Les notes encadrées en pointillé ne font pas partie de l'ordiogramme.

Ordinogramme et
algorithme d'addition.

**Compréhension
Connaissance**

*Représentation
symbolique*



Voici le programme en langage BASIC qui leur permettra de confier cette tâche à un ordinateur. Les lignes sont numérotées par bonds de 10, ce qui est utile mais non obligatoire. Les numéros placés à droite de l'ordiogramme montrent la relation entre le schéma logique et le programme.

```
1Ø INPUT "NUMÉRATEUR DE LA PREMIÈRE FRACTION",A
2Ø INPUT "NUMÉRATEUR DE LA DEUXIÈME FRACTION",B
3Ø INPUT "DÉNOMINATEUR COMMUN",D
4Ø LET N=A+B
5Ø PRINT "LA RÉPONSE EST",N,"/";D
6Ø END
```

Ce programme est fourni aux élèves à la fiche Fractions B-35.

Note : Quand on mettra ce programme en route (en tapant RUN \leftarrow), l'ordinateur questionnera successivement l'utilisateur au sujet des numérateurs et du dénominateur des fractions à additionner. Le reste se fera à l'interne en un clin d'oeil. Il y aurait certes un moyen d'améliorer ce programme pour le rendre plus performant, mais tel n'est pas notre but ici.

b) — À l'aide de notre schéma logique, essayons les additions suivantes.

$$\frac{1}{18} + \frac{5}{18}; \frac{6}{13} + \frac{9}{13}; \frac{8}{21} + \frac{11}{21}; \frac{86}{101} + \frac{47}{101}.$$

Note : Ces derniers exemples montrent la pertinence de recourir à une technique symbolique comme celle que nous venons d'utiliser : *le pliage ou les dessins seraient ici totalement aberrants*. Discutez-en avec vos élèves.

Problème 14

— Notre recette pour additionner des fractions n'est d'aucun secours pour les cas suivants (écrivez au tableau) :

- 1 tiers + 3 quarts = _____
- 3 quarts + 1 huitième = _____
- $\frac{1}{2} + \frac{3}{5} =$ _____
- $\frac{5}{6} + \frac{7}{12} =$ _____

a) — En petites équipes, composez d'abord une recette qui indique ce qu'il faut faire pour additionner des fractions qui n'ont pas le même dénominateur. En voici une parmi d'autres :

1. Enregistrer les deux fractions.
2. Rechercher un *dénominateur commun*.
3. Transformer les deux fractions en fractions équivalentes (avec le nouveau dénominateur).
4. Additionner les deux nouveaux numérateurs.
5. Écrire le résultat de la ligne 4.
6. Faire un trait sous le résultat.
7. Écrire le dénominateur commun sous le trait.

Note : Les élèves peuvent très bien saisir la pertinence du dénominateur commun sans saisir pour autant le procédé à suivre pour découvrir ce dénominateur. La fiche Fractions B-18 leur propose deux moyens d'y arriver. Nous nous contenterons de ces deux procédés pour cette année.

Note : Les fiches Fractions B-37 à B-40 peuvent être proposées aux élèves dès maintenant, en guise de travail personnel (devoir ou travail libre). On y trouve des problèmes d'application qui visent à réinvestir les compétences acquises.

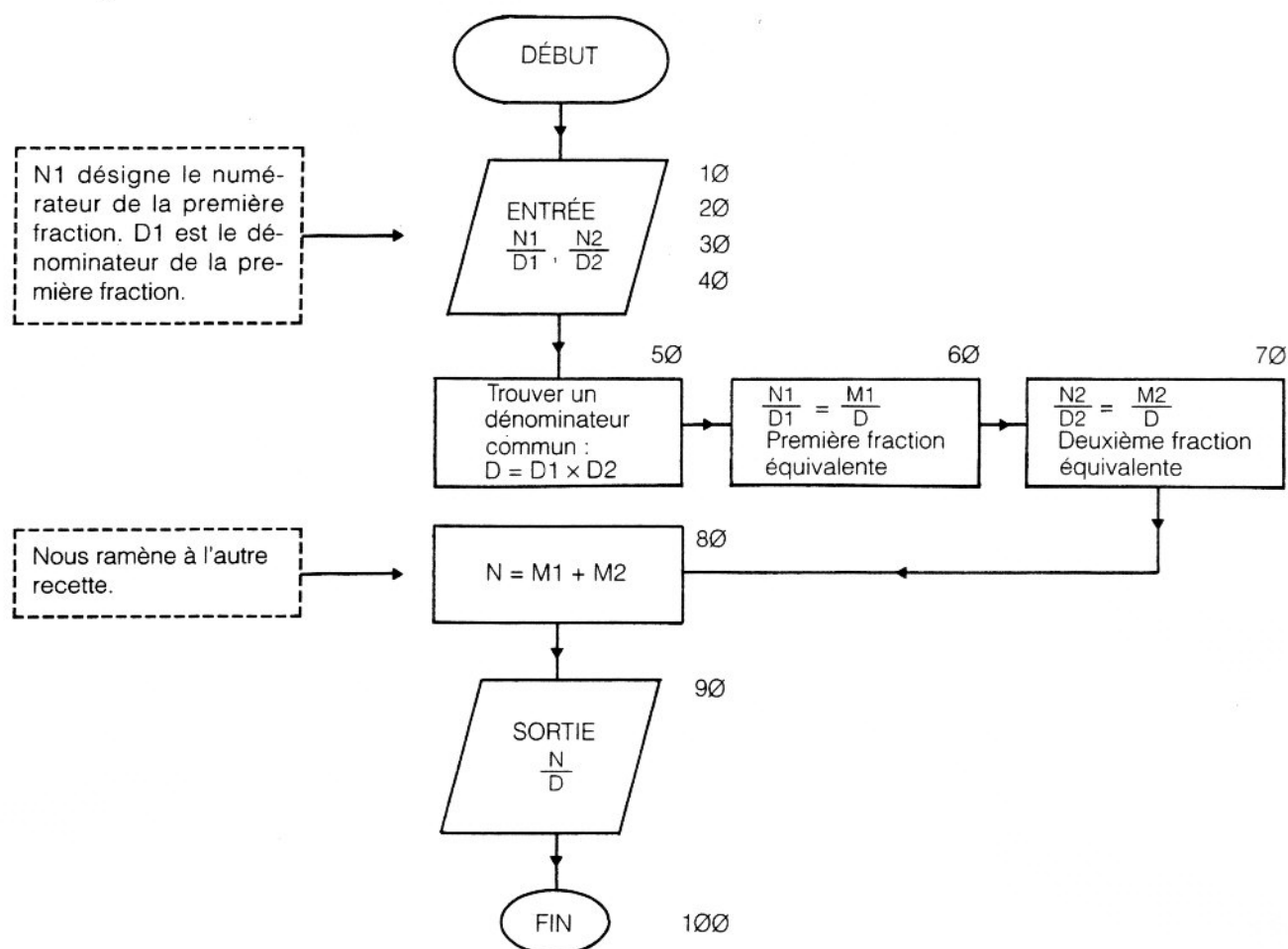
Addition et mise au dénominateur commun.

Compréhension

Représentation symbolique

Fractions B-18
Amorcer
Fractions B-37 à
Fractions B-40

- b) — Peux-tu traduire la recette en ordinogramme? Cela nous aidera à l'enseigner au robot-ordinateur.



Note : Le dénominateur commun trouvé ici n'est pas nécessairement le plus petit.

Voici le programme BASIC correspondant :

```

10 INPUT "NUMÉRATEUR DE LA PREMIÈRE FRACTION",N1
20 INPUT "DÉNOMINATEUR DE LA PREMIÈRE FRACTION",D1
30 INPUT "NUMÉRATEUR DE LA DEUXIÈME FRACTION",N2
40 INPUT "DÉNOMINATEUR DE LA DEUXIÈME FRACTION",D2
50 LET D=D1*D2
60 LET M1=D2*N1
70 LET M2=D1*N2
80 LET N=M1+M2
90 PRINT "LA RÉPONSE EST",N;" / ";D
100 END
  
```

Fractions B-19
Fractions B-20
Fractions B-21
Fractions B-22

Problème 15

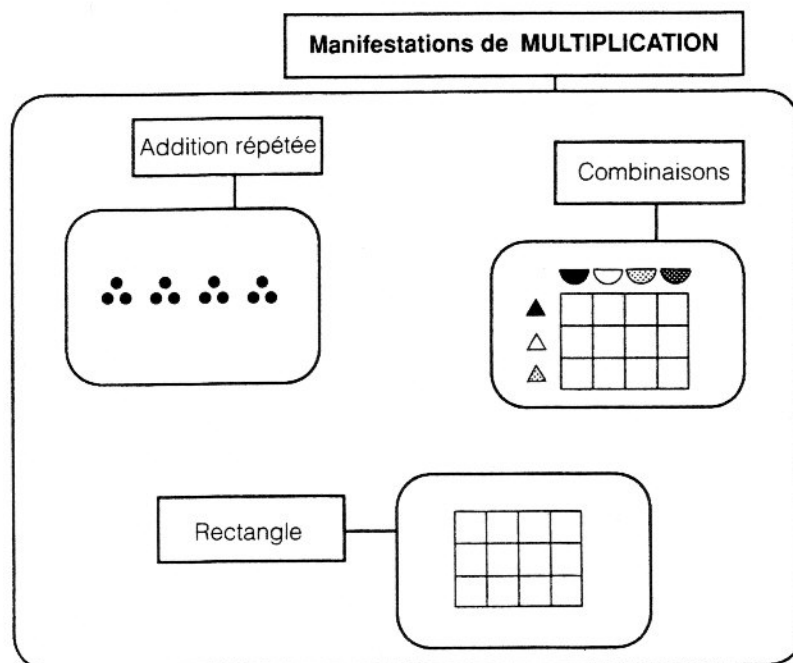
- a) Invitez vos élèves à énoncer des «vérités» au sujet de la multiplication. Peuvent-ils définir la multiplication en complétant cet énoncé : *multiplier, c'est...*? Ont-ils des exemples de situations qui mènent à la multiplication?

Multiplication : diverses manifestations possibles.

Notes très importantes

1. Ce problème vise à placer les élèves en conflit. Évitez de réagir à leurs propositions. Pour l'instant, contentez-vous de noter au tableau la liste des énoncés qu'ils proposent.

2. Il est bien possible que plusieurs élèves (c'est le cas de la majorité des adultes) se contentent de dire que la multiplication est une addition répétée. La fiche Fractions B-23 vise à corriger cette perception en élargissant le nombre de représentations possibles de la multiplication à trois manifestations :



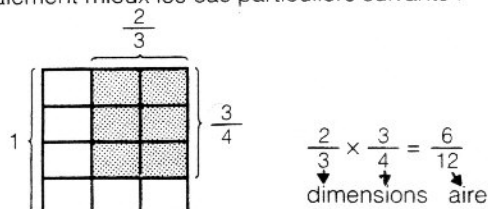
S'il est exact de dire que toute addition répétée peut se traduire en une multiplication, il est faux de croire que toutes les multiplications sont des additions répétées. Il en est de même pour tous les éléphants qui sont des pachydermes, bien que tous les pachydermes ne soient pas... des éléphants.

Définir la multiplication exclusivement comme une addition répétée (c.-à-d. $a \times b$ étant a «paquets» de b) confinerait l'interprétation des expressions suivantes à l'impasse :

- $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$
- $\pi \times r^2$ (π «paquets»...)
- $32,7 \times 176,51$
- $(-2) \times (-3)$
- $2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$
- $(a + b) \times (a + b)$

La multiplication-addition répétée est une représentation acceptable au moment d'amorcer l'apprentissage de cette opération, mais elle s'épuise vite au point de n'être plus d'aucun secours quand vient le temps de multiplier des fractions ou des nombres supérieurs à dix.

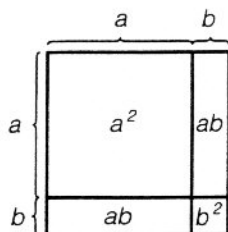
La multiplication-rectangle est beaucoup plus féconde. Elle permet un plus grand support de représentation. Par analogie, les facteurs sont les dimensions d'un rectangle et le produit est analogue à l'aire. La commutativité, la distributivité et l'associativité sont des propriétés évidentes dans ce contexte. On comprend également mieux les cas particuliers suivants :



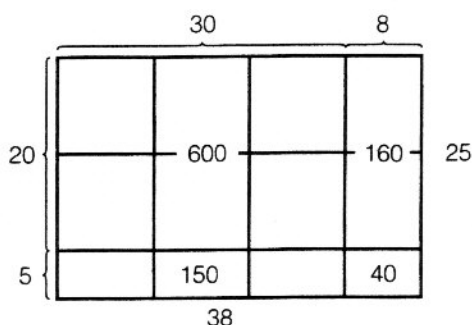
Compréhension

Renversement : de la représentation symbolique aux représentations concrète et imagée

Fractions B-23 ..



$(a + b) \times (a + b) = a \times a + 2 ab + b \times b$.
C'est le *carré du binôme*, et il est inutile de mémoriser gratuitement cette égalité qui n'est qu'un cas particulier de la situation suivante.



38	} dimensions du grand rectangle
x 25	
40	} aire des subdivisions en plus petits rectangles
150	
160	
+ 600	} aire totale
950	

C'est grâce au support de la multiplication-rectangle que les mathématiciens du passé ont pu développer leur perception de la multiplication. *S'il faut privilégier l'une des représentations analogiques de la multiplication, aussi bien que ce soit celle-là.* La multiplication-combinaison rappelle le produit cartésien. Avec trois couleurs de voiles et quatre couleurs de coques, on peut produire 12 voiliers différents. La multiplication-combinaison est une formalisation relativement récente de la multiplication. Elle est notamment précieuse en théorie des ensembles.

3. Un symptôme évident du malaise où nous entraîne la multiplication-addition répétée réside dans la façon de lire le symbole de multiplication lui-même :

- 3×4 : 3 fois 4;
- $\frac{3}{4} \times 8$: $\frac{3}{4}$ de 8.

Plusieurs élèves croient alors qu'il s'agit de deux opérations différentes. Pour réduire le malaise, le symbole «x» peut se lire *multiplié par* ou tout simplement *par*, peu importe les nombres en cause.

- b) Passez maintenant à la fiche Fractions B-23. Chacun des encadrés évoque une situation de multiplication. Invitez chaque élève à produire une phrase mathématique impliquant le signe de multiplication et faites une confrontation collective. Terminez l'activité en demandant aux écoliers de classer les diverses manifestations de multiplication, selon qu'elles mettent en jeu une addition répétée, un agencement rectangulaire ou des combinaisons.

Passage des représentations concrète et imagée à la représentation symbolique

☞ Multiplication-rectangle

- ① $6 \times 8 = 48$
- ⑥ $2 \times 3 \times 5 = 30$
- ⑧ $5 \text{ m} \times 8 \text{ m} = 40 \text{ m}^2$

Multiplication-addition répétée

- ③ $10 \$ \times 5 = 50 \$$
- ⑤ $4 \times 8 \text{ m} = 32 \text{ m}$
- ⑦ $12 \times 4 = 48$

Multiplication-combinaison

- ② $3 \times 4 = 12$
- ④ $3 \times 3 = 9$

Fractions B-24 à
Fractions B-27

Problème 16

- a) Questionnez les élèves comme vous l'avez fait précédemment pour la multiplication en leur demandant de développer l'idée suivante : diviser, c'est... Peuvent-ils donner des exemples ou énoncer des vérités au sujet de cette opération? Contentez-vous, pour l'instant, de noter leurs suggestions au tableau.

Note : À cette question, la majorité des nombreux adultes que nous avons interrogés se sont contentés de dire que diviser, c'est *partager*. De la même façon que nous l'avons fait pour la multiplication, nous voulons empêcher cette simplification inexacte. Nous voulons plutôt permettre aux élèves de prendre conscience que la division recouvre toute une variété de manifestations concrètes et qu'aucune de ces manifestations ne peut définir à elle seule la division. Par analogie, il serait aussi faux de dire qu'un *quadrilatère, c'est un carré*. L'erreur serait du même type : définir un ensemble au moyen d'un de ses sous-ensembles, d'une seule de ses nombreuses représentations, d'un exemple ou d'un cas particulier.

- b) Les élèves lisent et résolvent les problèmes de la fiche Fractions B-28. Pour atteindre les objectifs de la présente activité, faites ressortir les éléments suivants :

- Puisque la division est l'opération inverse de la multiplication, toute situation de division constitue automatiquement une manifestation de multiplication, et *vice versa*.
- À cause de la remarque précédente, plusieurs phrases mathématiques sont possibles (et correctes) pour chaque situation. Par exemple, l'encadré numéro 6 est fort bien rendu par les équations suivantes :

$$5 \times \square \text{ g} = 250 \text{ g}; \frac{250 \text{ g}}{5} = \square \text{ g}; \frac{250 \text{ g}}{\square \text{ g}} = 5.$$

- À cause du contexte particulier d'un problème, la question posée peut évoquer une certaine manifestation de la division :

Division-mesure

② $100 \$ \div 5 \$ = 20$ (encadré ② de FRACTIONS B-28)

④ $200 \text{ t} \div 10 \text{ t} = 20$

⑤ $2\,000 \text{ cm} \div 40 \text{ cm} = 50$

Ces manifestations correspondent à l'inverse d'une multiplication-addition répétée. Le résultat recherché dans le problème correspond à une question du type : «Combien le tout en contient-il?» C'est la soustraction répétée.

Division-rapport à l'unité

① $78 \$ \div 3 = 26 \$$

③ $600 \text{ km} \div 4 = 150 \text{ km}$

⑥ $250 \text{ g} \div 5 = 50 \text{ g}$

Ces manifestations correspondent également à l'inverse d'une multiplication-addition répétée, sauf que cette fois, le résultat recherché dans le problème répond à une question du type : «Combien cela fait-il à l'unité (ou pour un ou pour chacun)?»

Division : diverses manifestations possibles.

Compréhension

Renversement : de la représentation symbolique à la représentation concrète

Passage des représentations concrète et imagée à la représentation symbolique

Fractions B-28

Pour mieux rendre cette idée, on pourrait symboliser le rapport à l'unité ainsi : $\frac{78 \$}{3} = \frac{26 \$}{1}$ (78 \$ est à 3 ce que 26 \$ est à 1).

Note : Ces deux premières manifestations originent donc d'une situation d'addition répétée. La présence des unités de mesure aide à sentir la différence entre ces deux concrétisations :

$$\frac{15 \text{ cm}}{3} = \square \text{ contre } \frac{15 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = \square.$$

Dans le premier cas, le résultat sera une longueur en centimètres (division-rapport à l'unité); dans l'autre, ce sera un nombre (division-mesure) qui indique combien de fois il faut reporter un étalon de trois centimètres pour obtenir quinze centimètres. Il faut donc bien comprendre que c'est la situation concrète, en particulier la réponse recherchée, qui fait que l'on ressent une manifestation particulière de la division. C'est l'image mentale de ce qu'il faut chercher qui évoque une mesure ou un rapport à l'unité.

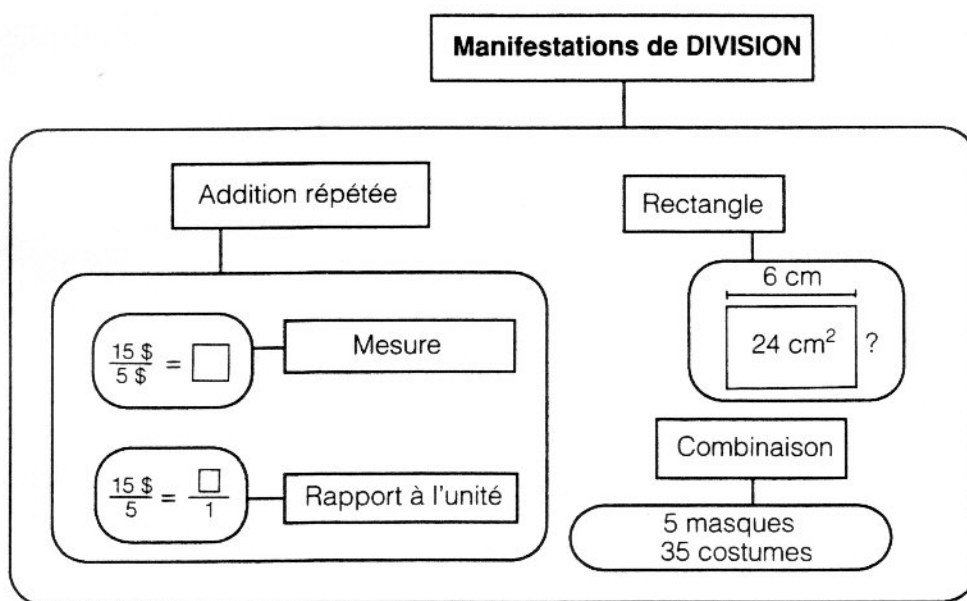
Division-rectangle

- ⑦ $40 \text{ cm}^2 \div 5 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$
qui évoque $5 \text{ cm} \times \underline{\hspace{1cm}} = 40 \text{ cm}^2$, soit strictement l'inverse de la multiplication-rectangle.

Division-combinaison

- ⑧ $35 \div 5 = 7$
qui évoque $5 \times \underline{\hspace{1cm}} = 35$, soit strictement l'inverse de la multiplication-combinaison.

- La division ne peut donc pas être définie uniquement comme un partage. S'il est vrai qu'un partage équitable peut donner lieu à une symbolisation de division, il serait faux de prétendre, à l'inverse, qu'une division est forcément l'expression d'un partage.



- c) Compte tenu de ce qui précède, invitez vos élèves à reprendre la fiche Fractions B-23 et à associer à chaque encadré au moins une phrase mathématique comportant le signe de division. Par exemple, pour l'encadré ⑤ : $p \div 4 = 8 \text{ m}$ (où p est le périmètre). Cette équation n'est pas moins appropriée que l'équation $4 \times 8 \text{ m} = p$ qui nous vient, certes, plus spontanément à l'esprit.

- d) — Dans une division, le résultat (quotient) est-il toujours plus petit que le premier nombre (dividende)? Ils diront probablement oui, oubliant ainsi des cas comme $0 \div 4 = 0$ et $5 \div 1 = 5$, où le quotient est égal au dividende. Jouez donc les trouble-fête en les mentionnant.
- Si le résultat d'une division peut être inférieur ou égal au dividende, peut-il aussi lui être supérieur ($a \div b = c$ et $c > a$)?

Note : «Jamais de la vie!» diront-ils en chœur. Laissez-les entretenir ce préjugé que vous allez détruire au cours du prochain problème. Cachez bien votre jeu pour l'instant.

Problème 17

- a) Les élèves ont sous les yeux la fiche Fractions B-29.

Le problème posé en premier lieu risque de créer une *crise* intéressante dans votre groupe. Surtout, ne cherchez pas à diriger la discussion. Laissez-les en débattre librement. Cette crise sera solutionnée une fois qu'ils auront résolu la deuxième partie de la fiche Fractions B-29.

Notes : 1. Très peu d'adultes osent admettre que $1 \$ \div \frac{1}{2} = 2 \$$. La plupart de ceux, fort nombreux, à qui nous avons posé cette question ont répondu «50 ¢», «deux 50 ¢», «deux demi-dollars» ou encore «2» (le nombre 2 et non pas 2 dollars). Tout cela dépend du fait que plusieurs personnes croient que «diviser, c'est partager», ce qui est faux, comme nous l'avons vu au problème 16.

2. L'opération à imaginer ici est une *division-rapport à l'unité* qu'il faut voir ainsi :

$$\frac{1 \$}{\frac{1}{2}} = \frac{2 \$}{1}$$

soit 1 \$ est la moitié; donc, 2 \$ est l'entier.

La réponse au problème de Trouble-Fête ($10 \$ \div \frac{1}{2} = 20 \$$) viendra tout naturellement de la compréhension du deuxième problème de la fiche FRACTIONS B-29, particulièrement du point d). Il est donc important de ne pas chercher à expliquer quoi que ce soit avant que les élèves n'aient solutionné ce problème.

- b) Au moment de résoudre les problèmes relatifs au salaire horaire, assurez-vous que les élèves produisent les phrases suivantes et qu'ils en comprennent le sens :

- a) $\frac{176 \$}{8} = 22 \$$ (soit $\frac{176 \$}{8} = \frac{22 \$}{1}$). Cette division s'intéresse à trouver la valeur de l'unité, ici une heure.

- b) $\frac{10 \$}{2} = 5 \$$ ou $10 \$ \div 2 = 5 \$$.

- c) $\frac{72 \$}{3} = 24 \$$.

- d) $\frac{10 \$}{\frac{1}{2}} = 20 \$$.

- e) $\frac{6 \$}{\frac{1}{4}} = 24 \$$.

- f) $\frac{12 \$}{\frac{3}{4}} = 16 \$$. (Voir la figure 1 qui illustre que si 12 \$ combient $\frac{3}{4}$, alors il faudra 16 \$ pour le tout.

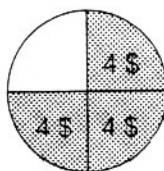


Figure 1

Note : Insistez sur le fait que dans $10 \$ \div \frac{1}{2} = 20 \$$, le quotient est supérieur au dividende, ce qu'ils n'avaient probablement jamais imaginé auparavant.

Division par une fraction :
rapport à l'unité.

Compréhension

*Passage de la
représentation concrète
à la représentation
symbolique*

Fractions B-29

Fractions B-30

Problème 18

La fiche Fractions B-31 présente des situations qui sont des manifestations de la division-mesure. Les nombres employés correspondent exactement à ceux de la fiche Fractions B-29.

Malgré leur proximité en nombres absolus, ces situations de problème diffèrent énormément par leur nature. Par exemple : $\frac{10 \$}{\frac{1}{2}} = 20 \$$ contre $\frac{10 h}{\frac{1}{2} h} = 20$.
Dans les deux cas, $\frac{10}{\frac{1}{2}} = 20$.

Laissez les élèves résoudre le premier problème de la fiche avant de mettre tout cela en évidence.

Note : En division de fractions, nous limitons nos ambitions cette année. Si nous destinons aux élèves la maîtrise de l'algorithme, nous attendons de tous une bonne compréhension de la situation dans un contexte de résolution de problème. Le plus important est de comprendre que la division se manifeste dans plusieurs contextes différents, comme dans le cas de la multiplication, son inverse.

Division par une fraction : mesure.

Compréhension

Passage de la représentation concrète à la représentation symbolique

Fractions B-31 à
Fractions B-34

Bloc C

Objectif-synthèse : Utiliser correctement les nombres à virgule et le pourcentage dans différentes situations concrètes.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les écoliers réussissent seuls à :

- établir la pertinence des nombres à virgule;
- lire et à écrire des nombres à virgule;
- justifier et à exécuter les quatre opérations sur des nombres à virgule;
- représenter un nombre à virgule de plusieurs façons équivalentes;
- établir l'équivalence entre fraction ordinaire, pourcentage et nombre à virgule;
- arrondir des nombres à virgule;
- estimer le tant pour cent d'un nombre;
- estimer et à mesurer conformément au Système international d'unités;
- interpréter et à construire des tableaux et des diagrammes statistiques.

Toutes les activités et toutes les fiches peuvent servir à l'évaluation.

Activités

On traverse le miroir

Note : Les problèmes de ce bloc reprennent la démarche suivie en cinquième année en l'appliquant au Système international de mesure. Il est certain que les activités sur la mesure prennent tout leur sens dans des problèmes concrets où les écoliers doivent manipuler le plus possible des instruments de mesure et des objets à mesurer. L'aspect matériel peut donc causer des ennuis ici, puisque les écoles ne possèdent pas toujours les instruments et l'emplacement nécessaires à une expérimentation valable. Si votre école est dépourvue du minimum essentiel, deux possibilités diamétralement opposées s'offrent à vous : sauter les expérimentations ou reconstituer avec imagination une trousse adéquate pour votre groupe. Il semble que cette dernière solution permette des apprentissages souvent plus valables que toute autre. En effet, elle suppose beaucoup d'initiative de la part de l'enseignant-e et de ses écoliers, sans compter l'enrichissement qui résulte des activités de fabrication des instruments de mesure.


Matériel

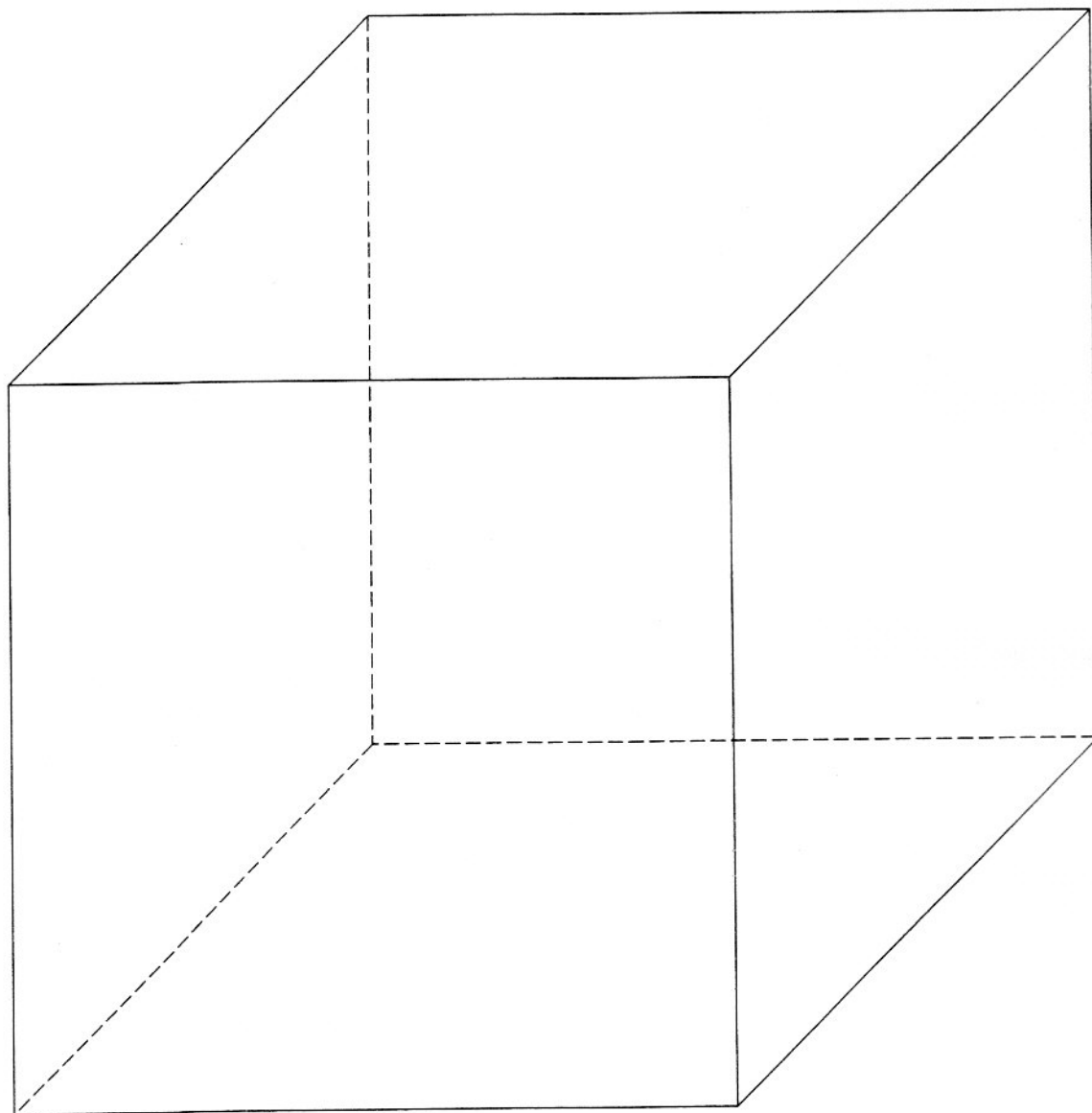
- Une planche à calculer et des jetons.
- Tout instrument de mesure disponible.
- Des pots de dimensions variables.
- Une bouilloire électrique.
- Des objets de l'environnement.

- De grands cartons ou des feuilles de papier.
- De la ficelle.
- Des cubes de 1 cm sur 1 cm sur 1 cm (emboîtables, de préférence).
- Des réglettes orange (1 cm sur 1 cm sur 10 cm).
- Des MÉTRICUBES (boîtes de carton de 1 dm sur 1 dm sur 1 dm qui ont été abondamment utilisées lors de l'implantation du SI), si vous en possédez. Sinon, demandez à chaque écolier de s'en construire un avec six carrés de carton de 1 dm sur 1 dm, ou à partir d'un carton de lait de deux litres (la base mesure environ 1 dm sur 1 dm).

Au fil des activités de mesure, les écoliers élaboreront la chaîne structurelle du système métrique. Assurez-vous qu'ils la consignent sur leur cube de 1 dm de côté à *la fin* des activités.

La chaîne métrique

Avec un décimètre ,
je peux obtenir un décimètre carré et construire un décimètre cube;



à l'intérieur, je peux verser exactement un litre d'eau (à 4 °C), et la masse d'eau est de un kilogramme.

Problème 19

Avec vos élèves, lisez et commentez la fiche Fractions C-46.

Les différentes situations de problème qui ont amené le calcul $101 \div 4$ ont engendré les réponses suivantes :

Type 1 : objets indivisibles

- 25 à chacun, sauf l'un d'eux qui en aura 26.
- 25 à chacun et garder le 26^e pour un autre usage.
- 26 à chacun en façonnant trois autres vases.

Note : Il faut bien réaliser ici la différence entre «ce qui se passe réellement en guise de solution concrète» et la phrase mathématique à compléter. L'expression suivante n'est pas une phrase mathématique : $\frac{101}{4} = 25$ reste 1.

Bien que l'expression reste 1 (ou r 1) décrive une solution concrète possible, elle crée la situation inadmissible suivante :

$$\frac{101}{4} = 25 \text{ reste } 1 = 25 \text{ reste } 2 = \frac{202}{8}.$$

Les trois situations proposées plus haut (pour 101 amphores à répartir entre 4 autels) seraient correctement symbolisées par les phrases suivantes (entre autres) :

- $25 + 25 + 25 + 26 = 101$;
- $\frac{(101-1)}{4} = 25$;
- $\frac{(101+3)}{4} = 26$;
- $4 \times 25 + 1 = 101$. (Cette dernière phrase est appelée *division euclidienne*.)

Pour mieux illustrer l'«écart» qui peut et qui doit parfois exister entre une solution concrète et la phrase mathématique qui lui est associée, donnons cet ultime exemple :

«Combien au minimum faut-il de contenants d'une douzaine pour ranger 35 oeufs?»

Réponse : 3 contenants.

La phrase mathématique suivante est non seulement fausse, mais inappropriée ici : $35 \div 12 = 3$.

Type 2 : objets divisibles

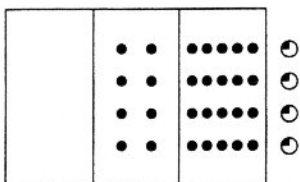
$$\frac{101}{4} = 25 \frac{1}{4} \quad (100 \div 4 + 1 \div 4).$$

Type 3 : objets divisibles

$$\frac{101}{4} = 25,25.$$

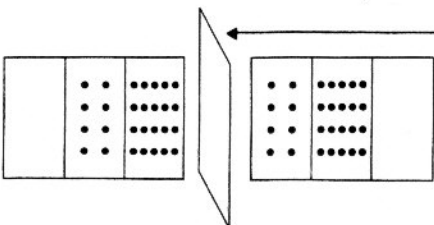
Pour amener l'ensemble de vos élèves à percevoir ce dernier type, invitez-les à représenter le nombre 101 sur leur planche à calculer, de manière qu'il soit aisément divisible par 4. (Un multiple de 4 à chaque position devrait donc faire l'affaire — voir Numération et opérations A-9.) Deux solutions sont possibles :

1.



$$\text{Soit } 8 \text{ dizaines} + 20 \text{ unités} + \frac{1}{4} = 101.$$

2.



Séparation entre entiers et fractions, d'où l'idée du miroir de l'autre côté duquel se reproduit le même procédé.

Origine et pertinence des nombres à virgule.

**Compréhension
Connaissance**

**Représentation
symbolique**

Fractions C-46

Ajout d'une planche fractionnaire où se poursuit la subdivision en unités toujours plus petites, de dix en dix :

101 = 8 dizaines + 20 unités + 8 dixièmes + 20 centièmes.

Note : La démarche que nous avons adoptée dans *Défi Mathématique* nous amène maintenant à appliquer le système décimal à la mesure. Ici encore, nous suivons l'évolution historique des concepts. En effet, deux siècles après l'invention des nombres à virgule (xvi^e siècle), on assista en Europe, et plus particulièrement en France, à une véritable révolution des systèmes de mesure jusque-là aussi disparates qu'ambigus. La Révolution française (1789) vit donc naître le système métrique qui, malgré ses avantages opératoires, fut loin d'être accepté d'emblée. Certes, ce système est moins « naturel » qu'un système de mesure utilisant les fractions ordinaires.

Les activités qui suivent permettront donc aux élèves d'étudier la *structure mathématique* du Système international d'unités. Pour que cette étude ne tourne pas à vide, il faut qu'elle s'appuie sur une solide *expérience concrète de la mesure métrique*. Cette facette de l'apprentissage est normalement attribuée au programme de sciences de la nature. Les fiches complémentaires Fractions VI à Fractions XII proposent des activités de mesure et d'estimation qui peuvent servir à cette fin, mais qui ne peuvent certes pas être considérées comme suffisantes.

Problème 20

a) Les élèves résolvent les deux problèmes posés à la fiche Fractions C-47.

Chaque équipe reçoit une ficelle mesurant exactement un mètre, quatre ou cinq réglettes de 10 cm chacune (de préférence non graduées) et une poignée de centicubes.

Pour résoudre le problème d'aire, chaque élève reçoit le carton Fractions 1 (page 174 de ce guide reproduite sur carton) qu'il découpe avec minutie et une feuille de papier journal. Aucun autre instrument de mesure n'est autorisé.

Présentez le matériel et ses mesures de la façon suivante :

- La ficelle mesure un mètre. Chaque réglette et chaque centicube mesure une fraction de mètre (longueur). Le carton Fractions 1 contient des grands carrés de un décimètre carré, de même que des bandes et des petits carrés qui sont des fractions de décimètre carré.

Notes : 1. Un AS de la précision devrait résoudre ces problèmes avec une marge d'erreur :

- question 1 : de plus ou moins 30 cm ou 0,3 m;
- question 2 : de plus ou moins 30 cm² ou 0,3 dm².

Assurez-vous d'avoir vous-même effectué de façon très précise ces deux mesures (à l'aide d'instruments et de calculs appropriés).

2. Les élèves communiquent leurs résultats par écrit, au meilleur de leurs connaissances, à l'aide d'expressions mathématiques.

b) Comparez leurs résultats aux vôtres. Quelle a été l'équipe la plus précise?

☞ Vos résultats devraient être exprimés sous l'une des formes suivantes :

- question 1 : $20 \text{ m} + \frac{4}{10} \text{ m} + \frac{2}{100} \text{ m}$ (par exemple)

ou

$$20 \times 1 \text{ m} + 4 \times \frac{1}{10} \text{ m} + 2 \times \frac{1}{100} \text{ m};$$

- question 2 : (pour une feuille de 59 cm sur 68 cm)

$$40 \times 1 \text{ dm}^2 + 1 \times \frac{1}{10} \text{ dm}^2 + 2 \times \frac{1}{100} \text{ dm}^2$$

ou

$$40 \text{ dm}^2 + \frac{1}{10} \text{ dm}^2 + \frac{2}{100} \text{ dm}^2.$$

c) — Que vaut chacune des réglettes en fraction de mètre? ☞ $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{100}$.

Aire et longueur : mesure métrique.

Habileté

**Représentation
concrète**

Fractions C-47

**Passage de la
représentation
concrète à la
représentation
symbolique**

- Que valent la bande et le petit carton carré en fraction de décimètre carré? $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{100}$.

Note : Assurez-vous que les élèves conservent les pièces du carton Fractions 1. Ils en auront besoin pour quelques problèmes à venir.

Problème 21

Utilisez les résultats exacts que vous avez obtenus au problème précédent. Pour plus de clarté, nous utiliserons ceux que nous avons donnés à titre d'exemple.

- a) — Dans notre système de numération, nous utilisons des groupements pour représenter des nombres. Si l'on dit qu'il y a 326 élèves dans une école, qu'est-ce que ce nombre veut dire? Comment l'a-t-on obtenu? On peut les grouper en trois groupes de cent, deux groupes de dix et il y aura six autres élèves.
- b) — Comment peut-on écrire avec un nombre de notre système ce que mesure la plinthe qui entoure la classe (question numéro 1)? 20,42 m.

Note : Faites ressortir que c'est deux *dizaines* de mètres, zéro mètre, quatre dixièmes d'un mètre et deux centièmes d'un mètre.

- Peux-tu lire ce nombre?
- c) — Comment exprimer la mesure de l'aire de la feuille de papier journal en décimètres carrés (question numéro 2)? 40,12 dm².
- Peux-tu lire ce nombre?
- d) — À quoi sert la virgule? Elle sert à indiquer où se trouvent les unités et, donc, tous les autres groupements. C'est le «miroir».

Note importante

La cohérence et la structure du SI sont étroitement reliées au cube de 1 dm de côté. Le décimètre cube mesure $\frac{1}{10}$ de mètre de côté (soit 1 dm). La surface de chacune de ses faces mesure $\frac{1}{100}$ m² (soit 1 dm²). Son volume est $\frac{1}{1000}$ m³ (soit 1 dm³).

Si on emplit un décimètre cube d'eau très froide (4 °C), il contiendra exactement un litre, et la masse de cette eau sera de un kilogramme. Ce cube métrique est donc un instrument que tout élève devrait avoir. Si vous ne possédez pas de métriques et que les élèves les fabriquent, faites dessiner sur les cartons une règle de 10 cm (sur une arête) et un thermomètre avec échelle de -40 °C à 100 °C, sur lequel ils pourront éventuellement noter quelques repères.

Problème 22

- a) — Peux-tu lire ces nombres?
- 5,13 (voir la note numéro 1)
- 4 256,47
- 7,05
- 0,4 (voir la note numéro 2)
- 0,40
- ★ 1 000,001
- ★ 17 017 177,017

Note : Les fiches Fractions C-61 à C-63 pourront être soumises dès que vos élèves auront terminé la fiche Fractions C-49. Ces problèmes d'application devraient être résolus en devoirs ou lors d'activités libres.

Écriture des nombres à virgule.

Compréhension

Représentation
symbolique

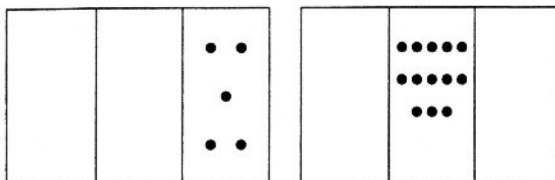
Lecture et écriture des
nombres à virgule.

Connaissance
Habileté

Représentation
symbolique

Fractions C-48
Fractions C-49

Notes : 1. Faites remarquer que ce nombre pourrait être représenté comme suit sur des planches à calculer :



Sachant que 13 centièmes = 1 dixième + 3 centièmes, il s'écrit **5,13** et se lit **cinq et treize centièmes** ou **cinq virgule treize**.

2. Soulignez l'obligation d'écrire le zéro devant la virgule s'il n'y a pas de partie entière. Rappelez également que les zéros sont facultatifs à l'extrême gauche (s'il y a déjà une partie entière, par exemple, dans 04,12) et à l'extrême droite (comme dans 7,030). Cette dernière information s'applique bien à 0,4 et 0,40 qui sont lus différemment, mais qui désignent un seul et même nombre.

Amorcer
Fractions C-61 à
Fractions C-63

b) — Qui peut écrire les nombres suivants?

Dictez : 1 012, 12
 9, 04
 0, 042
 7 007, 07
 154 002, 513
 0, 01

Problème 23 Un rallye métrique

Les élèves en groupes de deux ou trois doivent passer par les dix étapes du rallye et répondre aux questions au meilleur de leurs connaissances. Dans un premier temps, ils n'ont droit à AUCUN INSTRUMENT DE MESURE. Seules l'estimation et la déduction sont permises. Dans leur carnet, ils notent leurs réponses personnelles, sans consulter leurs camarades, et disposent de trois minutes par étape. Votre rôle consiste à contrôler le temps et à leur signaler le moment de changer de poste. Tout échange verbal peut être pénalisé par la perte d'un point. Il y a dix groupes, un à chacune des étapes.

Voici la description des postes et les questions à poser. Nous n'avons pas noté les questions dans le manuel de l'élève, car vous devrez les modifier si vous ne disposez pas du matériel décrit. Assurez-vous que la question et les consignes apparaissent clairement à chaque poste. Les points indiqués serviront au classement individuel.

Estimation d'une mesure.

Compréhension

*Représentation
concrète*

Note : Les objets à ne pas toucher pourraient être collés sur le mur ou placés hors de portée.

Poste 1

Matériel : Une poubelle circulaire, un mètre de bois (gradué ou non) ou un bâton de cette longueur.

Consigne : Tu ne peux pas toucher le bâton ni déplacer les objets.

Question : Place en ordre, de la plus petite à la plus grande, les longueurs suivantes : le tour de l'ouverture (circonférence) de la poubelle (C), le bâton (B) et la largeur de la porte du local (P).

Poste 2

Matériel : Un carré de carton de 1 dm sur 1 dm et un magazine.

Consigne : Tu ne peux pas toucher les objets.

Question : Combien de ces carrés faudrait-il pour recouvrir exactement la couverture de ce magazine? Précision requise : plus ou moins un carré, c'est-à-dire plus ou moins un décimètre carré (1 dm²).

Poste 3

Matériel : Trois boîtes de carton et une poignée de cubes de 1 cm sur 1 cm sur 1 cm. Les boîtes sont identifiées A, B et C.

Consigne : *Tu ne peux pas toucher les boîtes.*

Question : Quelle boîte pourrait contenir le plus de cubes si on les tassait et si on les taillait pour remplir parfaitement tout l'espace intérieur?

Note : Choisissez des boîtes ayant au moins 200 cm³ de différence, par exemple, une boîte à chaussures, une boîte de céréales et une boîte de biscuits soda.

Poste 4

Matériel : Un sac transparent dans lequel on vend le lait (celui qui est scellé hermétiquement), un carton de lait de deux litres coupé à 10 cm de hauteur et un pot de verre contenant un litre ou un peu moins.

Question : Lequel de ces trois contenants peut recevoir le plus de liquide?

Note à l'enseignant-e : Le contenant de carton ainsi découpé mesure environ 10 cm sur 10 cm sur 10 cm. Il peut servir à fabriquer vos métricubes. Il contient environ un litre.

☞ Le sac transparent peut recevoir environ 1,3 litre. ☞

Poste 5

Matériel : Une bobine de ficelle et un contenant de lait.

Question : Une vache est attachée à la grange à l'aide d'une corde mesurant exactement cinq mètres. Elle donne habituellement 12 litres de lait par jour. Si le fermier utilise une corde de dix mètres, combien donnera-t-elle de litres de lait par jour?

Note : HUM! Acceptez sans hésiter toute réponse dénonçant cette question...

Poste 6

Matériel : Une grosse boîte de conserve de un litre contenant un liquide quelconque (jus, sirop, etc.), une masse marquée de un kilogramme et un gros dictionnaire.

Consigne : *Tu peux manipuler tous ces objets.*

Question : Lequel est le plus léger?

Poste 7

Matériel : Aucun.

Question : Dans une bouilloire, l'eau bout depuis environ quinze minutes. Dans une autre, l'eau bout depuis trois minutes. Tu prends la température de l'eau dans chaque bouilloire. Tu as une très forte fièvre et le médecin prend ta température. Quelle température est la plus élevée parmi ces trois situations?

Note : Que l'eau bouille trois ou quinze minutes, sa température demeure la même, soit de 100 °C. L'occasion sera belle de s'en rendre compte.

Poste 8

Matériel : Aucun.

Question : Voici comment on note une date dans le Système international d'unités : 1986-07-24, par exemple, pour désigner le 24 juillet 1986.

Voici la date d'un anniversaire :

1988-02-29. Note la date du lendemain de cette journée. ☞ 1988-03-01 ☞

Poste 9

Matériel : Trois feuilles de papier IDENTIQUES. L'une est roulée en boule, l'autre est déchirée en morceaux et la dernière est découpée en bandes de quatre centimètres de largeur environ.

Consigne : *Ne pas toucher le papier.*

Question : Trois feuilles de papier identiques ont été utilisées. L'une a été roulée en boule et les autres ont été déchirées. Dans les plateaux d'une balance, laquelle serait la plus lourde?

Poste 10

Matériel : Aucun.

Consigne : *Ne pas utiliser de règle.*

Question : Trace une ligne qui aura 15 cm de longueur. Une marge d'erreur de plus ou moins 2 cm t'est accordée.

Ramassez toutes les feuilles-réponses sans les corriger.

Problème 24

Les élèves vont maintenant vérifier et corriger les réponses. Cette fois, ils auront droit d'utiliser le matériel qu'ils désirent.
Les questions posées aux postes 1, 2, 3, 4, 6 et 7 méritent tout le temps requis. Les autres seront discutées en groupe.
Les réponses doivent faire l'objet d'un consensus avant la remise des feuilles-réponses qui seront corrigées entre camarades.

Mesures métriques.

**Habileté
Connaissance**

*Représentations
concrète et symbolique*

Problème 25

Demandez aux élèves d'apporter de la maison toutes sortes d'étiquettes comportant des mesures métriques. Rappelez-leur de ne prendre que des étiquettes de produits qui ont été consommés et dont le contenant est sur le point d'être jeté.

Cette cueillette vous servira à illustrer les règles d'écriture ainsi que le choix de l'unité appropriée à tel ou tel produit (grammes pour des céréales, litres ou millilitres pour des liquides, etc.). Vous trouverez peut-être des erreurs sur certaines étiquettes.

Posez des questions semblables à la suivante :

— Dans 3,25 kg, que signifie chaque chiffre? \approx 3 kg, $\frac{2}{10}$ kg et $\frac{5}{100}$ kg. \approx

Ajoutez à votre liste des exemples où il faudra aussi décrire la valeur de chaque chiffre :

- Pascale mesure 1,39 m.
- Une bicyclette coûte 159,95 \$. \approx 9 dixièmes de dollar, c'est 9 pièces de 10 cents, 5 centièmes de dollar, c'est 5 cents. \approx
- Une température moyenne de 13,6 °C.
- Une pièce d'or de 0,075 kg.

Symbolisation de
mesures métriques.

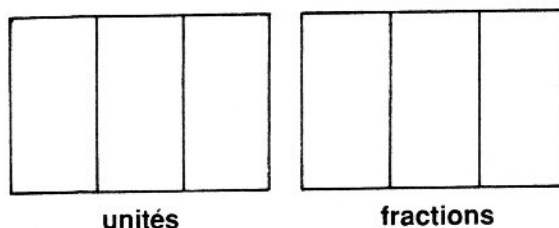
**Connaissance
Habileté**

*Représentation
symbolique*

Problème 26

Chaque élève utilise une planche à calculer et des jetons. Placez-les deux à deux : l'un s'occupe de la planche des unités et l'autre de la planche des fractions. Changez les rôles à chaque problème.

Décomposition de
nombres à virgule.



Compréhension

*Représentation
symbolique*

— Je pense à un nombre à virgule. Tentez de le reconstituer à partir des indices.

- a) — Le nombre est composé de 8 dizaines, de 16 dixièmes et de 13 unités.
 \approx 94,6. \approx

Notes : 1. Pour la correction collective, proposez-leur d'écrire le *procès-verbal* qui résume les indices, c'est-à-dire : $80 + 1,6 + 13 = 94,6$.

2. L'addition des nombres à virgule n'est qu'un simple prolongement de l'addition de nombres entiers. Les lois dégagées précédemment (fiche FRACTIONS B-21) demeurent. Seules des quantités placées à la même position sur l'abaque peuvent s'additionner directement. Ainsi, le 1 de 13 unités peut s'additionner avec 8 dizaines, car 10 unités = 1 dizaine. De la même façon, le 1 de 16 dixièmes s'ajoute aux unités, car 10 dixièmes = 1 unité.

Ici encore, il est important que les élèves comprennent qu'il n'y a rien de bien nouveau dans cette addition.

- b) — Le nombre est composé de 7 centièmes, de 12 millièmes, de 9 centaines et de 3 unités, mais il faut enlever 2 dizaines de même que 2 dixièmes.
 ➡ 882,882. Le procès-verbal symbolique est :

$$\begin{array}{r}
 0,07 \\
 0,012 \\
 + 903 \\
 \hline
 903,082
 \end{array}
 \quad \text{puis...} \quad
 \begin{array}{r}
 8(10)2, (10)82 \\
 903,082 \\
 - 20,2 \\
 \hline
 882,882
 \end{array}$$

Pour soustraire, il a fallu modifier la décomposition de 903,082 pour avoir des jetons sur l'abaque aux dixièmes et aux dizaines. Le travail à droite de la virgule (du miroir) est donc identique à celui qui a toujours été fait du côté gauche, en soustraction.

- c) — Le nombre est composé de trois ensembles identiques contenant chacun 6 centaines, 4 dixièmes, 8 unités et 7 centièmes. ➡ 1825,41 et :

$$\begin{array}{r}
 608,47 \\
 \times 3 \\
 \hline
 (18)0 (24) (12) (21) \\
 \text{(à gauche)} \quad 1824, (12) (21) \\
 \text{(à droite)} \quad 1825,41
 \end{array}$$

- d) — Le nombre est un cinquième de 15 unités et 32 centièmes.

➡ 3,064 et :

$$\begin{array}{r}
 15,32 \\
 \div 5 \\
 \hline
 3,064
 \end{array}$$

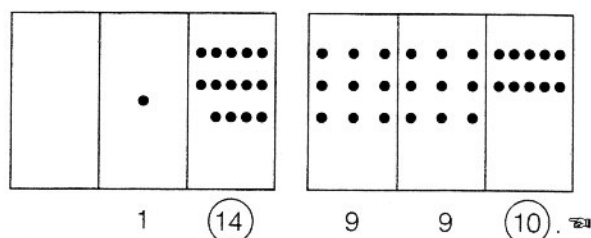
Réponse : 0 3 ,0 6 4

Problème 27

Procédez comme au problème précédent en plaçant les élèves deux à deux.

- Avec votre abaque, représentez les nombres demandés en respectant les contraintes.

- a) — 25, mais il y a des jetons dans au moins deux colonnes de la planche des fractions. ➡ Par exemple :



Note : Insistez pour que la solution de chaque équipe soit différente de celle des équipes voisines.

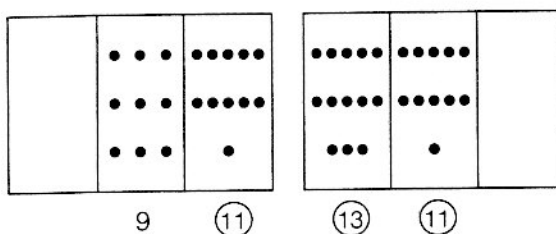
- b) — 102,41 pour qu'il soit facile d'y soustraire 19,53 (sans faire d'échange).

Décomposition des nombres à virgule.

Compréhension

Représentation symbolique

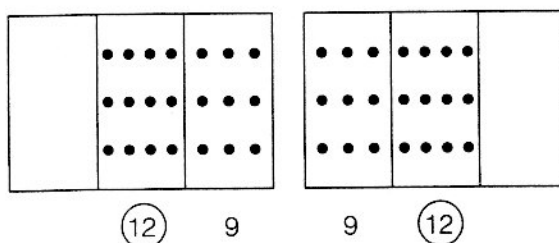
☞ Par exemple :



et

$$\begin{array}{r}
 \text{9 } \textcircled{11}, \textcircled{13} \textcircled{11} \\
 1 \quad 0 \quad 2, \quad 4 \quad 1 \\
 - \quad 1 \quad 9, \quad 5 \quad 3 \\
 \hline
 8 \quad 2, \quad 8 \quad 8
 \end{array}$$

- ★ c) — 130,02 pour qu'il soit facile de le diviser en 3 lignes identiques (sans faire d'échange). ☞ Par exemple :



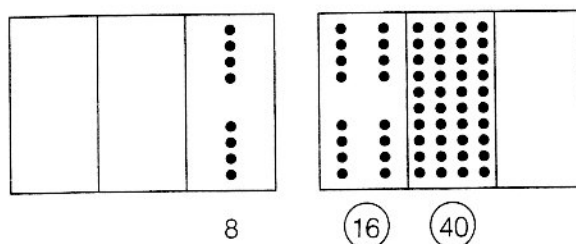
et

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 3 \quad 0 \quad 0 \quad 2 \\
 \hline
 0 & 13 \\
 & 12 \quad 10 \\
 & \quad 9 \quad 10 \\
 & \quad \quad 9 \quad 12
 \end{array}
 \div 3$$

Réponse: 4 3, 3 4.

Note : Comme c'était le cas avec des nombres entiers, *diviser un nombre à virgule consiste à décomposer ce nombre de manière à laisser à chaque position un multiple du diviseur.* Ici, le diviseur est 3 et les nombres laissés à chaque position sont 0, 12, 9, 9 et 12, tous multiples de 3.

- ★ d) — 10 pour qu'il soit facile de le diviser par 8 sans faire d'échange. ☞ Par exemple :



et

$$\begin{array}{r} 1 \quad 0, \quad \quad \quad \div 8 \\ \hline 0 \quad 10 \quad \quad \quad \\ \quad 8 \quad 20 \quad \quad \quad \\ \quad \quad 16 \quad 40 \end{array}$$

Réponse: 1, 2 5

Vu que $\frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$, on voit encore ici que $\frac{1}{4} = 0,25$.

Problème 28

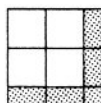
Les élèves utilisent les pièces découpées du carton Fractions 1 et quelques décimètres carrés supplémentaires.

- a) — Un couturier découpe une pièce de tissu mesurant exactement $6 \frac{1}{4} \text{ dm}^2$. Place-toi avec un ou une camarade et prenez les pièces qu'il faut pour recouvrir exactement ce morceau de tissu.



Note : Ici encore, ils auront l'occasion de constater que $\frac{1}{4} = 0,25$, c'est-à-dire que $\frac{1}{4} = \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$.

- b) — Cette pièce de tissu est un carré. Peux-tu reconstituer ce carré exactement?

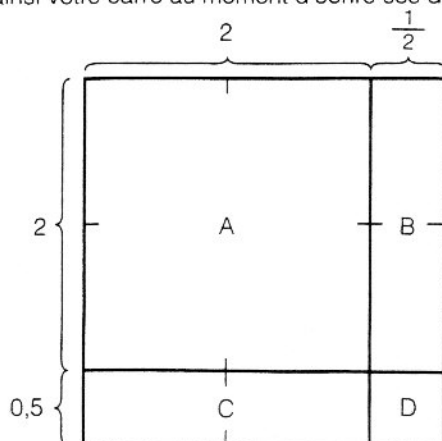


Soit un carré mesurant 2,5 dm sur 2,5 dm.

Note : Ce problème est une concrétisation de la recherche de la racine carrée d'un nombre. Symboliquement, ce qui a été fait est : $\sqrt{6,25} = 2,5$.

- c) Au tableau, dessinez un grand carré.
— Voici donc notre carré de tissu. Il mesure 2,5 dm de côté. Comment écrire cela avec un nombre fractionnaire? $2 \frac{1}{2} \text{ dm}$.

Note : Subdivisez ainsi votre carré au moment d'écrire ses dimensions :



Fractions C-50 à
Fractions C-53

Transformation d'une
fraction ordinaire en
nombre à virgule et
algorithme de
multiplication.

Compréhension

*Renversement : de la
représentation
symbolique à la
représentation concrète*

- Ce carré, comme tout *rectangle*, nous rappelle une multiplication.
Laquelle? $2,5 \times 2,5$ ou $2 \frac{1}{2} \times 2 \frac{1}{2}$.
- Retrouvons l'aire totale en établissant l'aire de chaque portion.

*Passage de la
représentation imagée
à la représentation
symbolique*

Note : Il s'agit ici de relier la technique de multiplication à ce qui est directement perçu (en décimètres carrés) :

$$A = 2 \times 2 = 4;$$

$$B = \frac{1}{2} \times 2 = 0,5 \times 2 = 1;$$

$$C = \frac{1}{2} \times 2 = 0,5 \times 2 = 1;$$

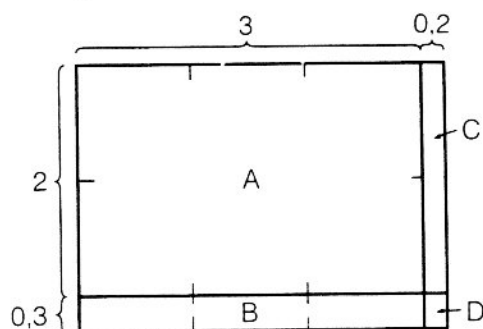
$$D = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0,5 \times 0,5 = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Voilà donc exactement les quatre étapes que nous devons franchir pour multiplier $2,5 \times 2,5$:

$$\begin{array}{r} 2,5 \\ \times 2,5 \\ \hline 0,25 \quad (0,5 \times 0,5 = 0,25) \\ 1,0 \quad (0,5 \times 2 = 1,0) \\ 1,0 \quad (2 \times 0,5 = 1,0) \\ 4 \quad (2 \times 2 = 4) \\ \hline 6,25 \end{array}$$

L'algorithme usuel n'est donc que le «procès-verbal» du procédé très ancien qui consiste à daller un rectangle pour en trouver l'aire. Tant que vos élèves n'auront pas complété la fiche Fractions C-56, obligez-les à placer la virgule à chaque produit partiel (comme plus haut). Cela leur demandera de réfléchir à ce qu'ils font avant d'automatiser l'algorithme. Ici encore, rien de neuf en multiplication, sinon son application à de nouveaux nombres.

- d) — Utilise ton matériel pour réaliser concrètement l'opération $2,3 \times 3,2$.
Corrigez au moyen du schéma suivant :



$$A : 2 \times 3 = 6$$

$$B : 3 \times 0,3 = 0,9$$

$$C : 0,2 \times 2 = 0,4$$

$$D : 0,2 \times 0,3 = 0,06$$

et $2,3$

$$\begin{array}{r} \times 3,2 \\ 0,06 \\ 0,4 \\ 0,9 \\ 6 \\ \hline 7,36 \end{array}$$

Fractions C-54 à
Fractions C-56

Problème 29

- a) — Il est fréquent de lire des affiches publicitaires qui annoncent des réductions de 10 %, 50 %, etc. Qu'est-ce que cela signifie? Les prix sont réduits de $\frac{1}{10}$, de moitié.

Note : Faites ressortir que la notation en pourcentage est simplement une représentation équivalente d'une fraction ordinaire ayant 100 au dénominateur. Le signe « % » est d'ailleurs un symbole fabriqué à partir des signes I, O et O, comme le nombre 100.

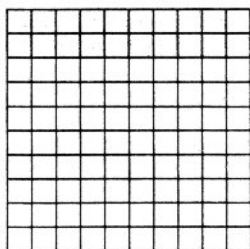
Équivalence entre fraction ordinaire, nombre à virgule et pourcentage.

**Compréhension
Connaissance**

- b) — Dans une classe, 40 % des élèves sont des garçons. Cela veut-il dire qu'il y a 100 élèves dans cette classe? Non. Il peut y avoir 30 élèves avec $\frac{40}{100} \times 30$ garçons, c'est-à-dire douze garçons. Cet exemple permet aussi de comprendre l'usage du pourcentage de préférence à la fraction $\frac{12}{30}$. Il serait plus difficile de se faire une idée rapide de la situation si l'on modifiait l'énoncé du problème comme suit : « Dans une classe, $\frac{12}{30}$ des élèves... » Pour des fractions autres que les demis, les tiers et les quarts, le pourcentage est souvent utilisé. Le pourcentage, en ramenant le tout à cent, permet une rapide *visualisation* de la fraction, tout en apportant plus de nuances que les dixièmes.
- c) — Un marchand de meubles désire afficher une réduction de prix de un cinquième. Il préfère cependant utiliser un pourcentage. Lequel choisira-t-il?

**Représentation
symbolique**

Note : Si les élèves ne le suggèrent pas eux-mêmes, évoquez la possibilité de visualiser un pourcentage au moyen du décimètre carré quadrillé du carton Fractions 1.



Insistez sur l'équivalence qui existe entre : $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{10}$, 20 %, 0,2 et 0,20.

**Représentations
imagée et symbolique**

— Pourquoi ce marchand ne choisit-il pas un nombre à virgule pour afficher ses réductions? À cause de la confusion possible. Imaginons la réaction des clients en apprenant qu'un télécouleur de 999 \$ est en réduction de... 0,20! « Une réduction de 20 ¢??? » Même si elles sont tout à fait équivalentes, les expressions 20 % et 0,20 semblent destinées à des usages différents.

- ★ d) — Comme en c) avec une réduction de $\frac{1}{3}$. Pour être précis, il s'agit de $33\frac{1}{3}\%$, car $\frac{1}{3} = 0,33333\ldots$

Note : $33\frac{1}{3}\%$ est en réalité une *fraction empilée*.

$$33\frac{1}{3}\% = \frac{33\frac{1}{3}}{100}$$

Problème 30

- a) — Quand tu achètes certaines marchandises, tu dois souvent payer la taxe. Qu'est-ce que cette *taxe*? Une fraction du prix payé qui est versée aux gouvernements. Pour une taxe de 9 %, c'est $\frac{9}{100}$ du prix à payer en plus.
- b) — Si la taxe est de 9 %, combien faut-il payer sur un montant de :
- 1 \$? 0,09 \$.
 - 10 \$? 0,90 \$; c'est $10 \times 0,09$ \$.
 - 100 \$? 9,00 \$; c'est $100 \times 0,09$ \$.
- c) Laissez les résultats obtenus en b) bien en vue.
- Comment calculer rapidement dans sa tête la taxe de vente (9 %) sur :
- 20 \$? $0,90 \$ \times 2$.
 - 105 \$? $9 \$ + 5 \times 0,09 \$$.
 - 320 \$? $3 \times 9 \$ + 2 \times 0,90 \$$.

Note : La calculatrice permet d'effectuer rapidement le calcul du tant pour cent d'un nombre. Sur un achat de 120 \$, on trouve la taxe de 9 % de la façon suivante :

1 2 0 × 9 % .

Pour obtenir tout de suite le prix total, on procède ainsi :

1 2 0 + 9 % .

Calcul de la taxe.

**Compréhension
Habileté
Connaissance**

*Représentation
symbolique*

Fractions C-57 à
Fractions C-60

CARTON FRACTIONS 1

[illegible]

FRACTIONS I

1. Il faut jeter les dés simultanément 36 fois. Chaque fois, il faudra faire le *total* des deux nombres de points et compléter le tableau ci-contre en coloriant une tuile dans la colonne appropriée.

1? _____ 2? _____ 3? _____

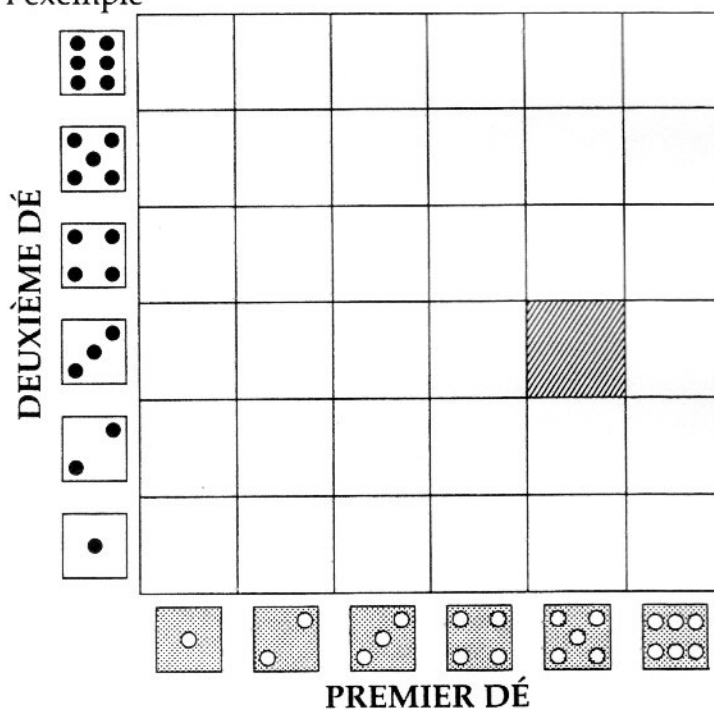
4? _____ 5? _____ 6? _____

7? _____ 8? _____ 9? _____

10? _____ 11? _____ 12? _____

- Le tableau ci-contre te permettra de calculer les probabilités demandées plus bas avec des fractions. Colorie la grille, comme dans l'exemple ($5 + 3 = 8$: rayé noir).

Total de 2 : rouge
Total de 3 : bleu
Total de 4 : jaune
Total de 5 : vert
Total de 6 : noir
Total de 7 : blanc
Total de 8 : rayé noir
Total de 9 : rayé vert
Total de 10 : rayé jaune
Total de 11 : rayé bleu
Total de 12 : rayé rouge



- a) Quel est le total le plus *probable*? **PREMIER DÉ**
- b) Quelle fraction représente la probabilité d'avoir un total de 5? _____ De 7? _____
De 12? _____ De 6? _____
- c) Les résultats que tu as obtenus au numéro 1 sont-ils assez près des probabilités?

FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS II

CASINO MATHÉMATIQUE

1. Ton enseignant-e va présenter une dizaine de jeux de hasard. Complète d'abord ce tableau en faisant tes propres prédictions.

Nombre total d'essais : _____

Jeu	Probabilité de gain	Nombre de coups gagnants prévus pour tous les essais	Gains (en jetons) prévus pour les écoliers
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

2. Pour jouer au casino, ton enseignant-e te remettra 40 jetons, soit le nombre qu'il faut pour jouer quatre fois à chaque table de jeu. Selon toi, combien de jetons chacun de tes camarades aura-t-il en poche, **en moyenne**, après avoir joué 40 fois? _____
3. Et toi, combien de jetons réussiras-tu à amasser après ces 40 essais? _____

FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS III

CASINO MATHÉMATIQUE

1. Inscris ici les résultats réels que tu as obtenus. Au besoin, corrige la probabilité que tu avais notée. Sous le numéro du jeu, indique si le jeu est honnête ou malhonnête.

Nombre total d'essais : _____

Jeu	Probabilité de gain	Coups gagnants prévisibles	Coups gagnants réels pour l'ensemble des essais	Profit global ou perte globale de la table de jeu (en jetons)
<u>1</u>				
<u>2</u>				
<u>3</u>				
<u>4</u>				
<u>5</u>				
<u>6</u>				
<u>7</u>				
<u>8</u>				
<u>9</u>				
<u>10</u>				

2. **TOTAL DES GAINS** en jetons pour l'ensemble des tables de jeu : _____

PERTE MOYENNE en jetons par élève de ta classe : _____

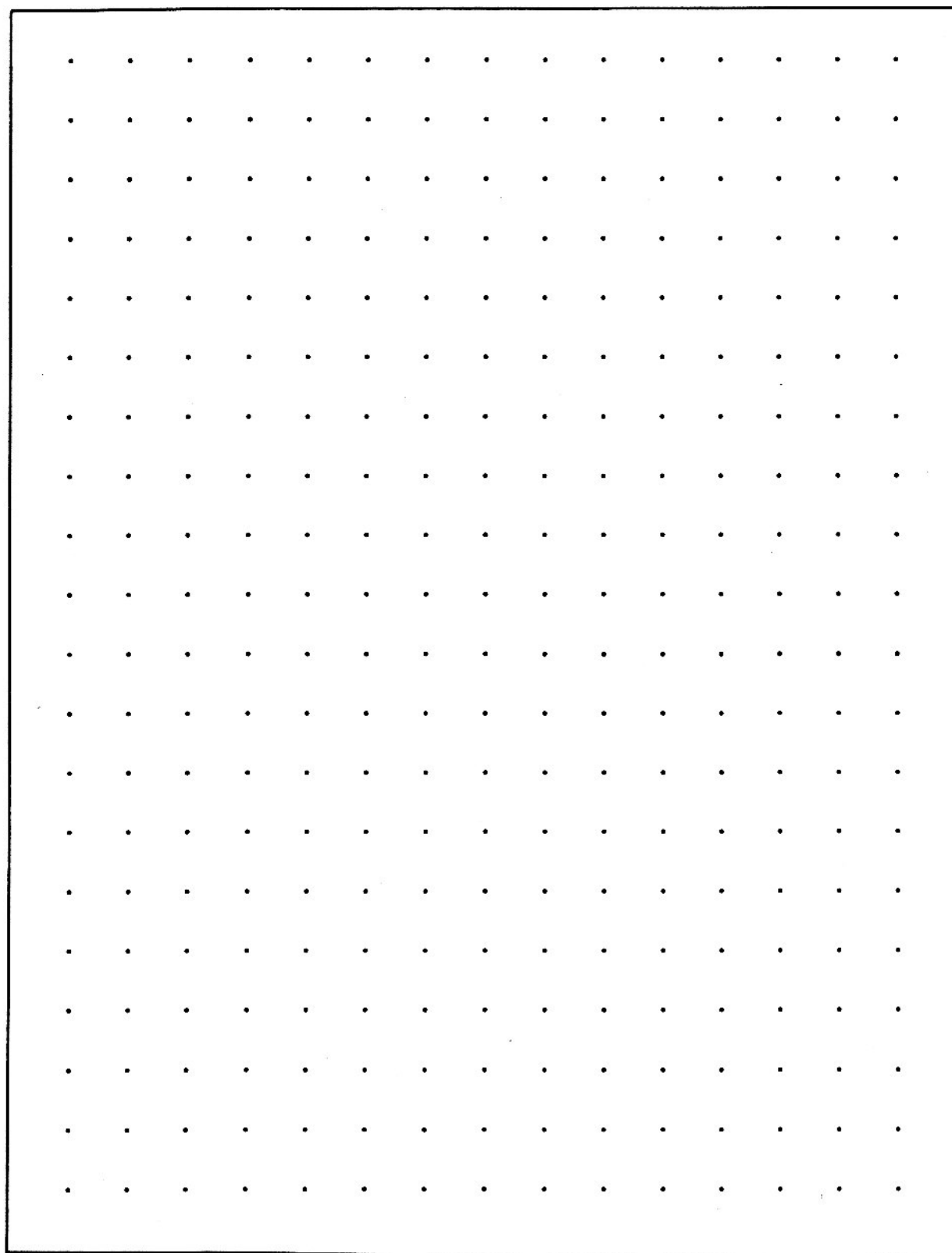
TA PERTE en jetons ou tes gains : _____

3. Considères-tu que tu as eu de la chance, de la malchance ou ni l'une ni l'autre?

FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS IV

LA FLÛTE RÉGIONALE, LE _____



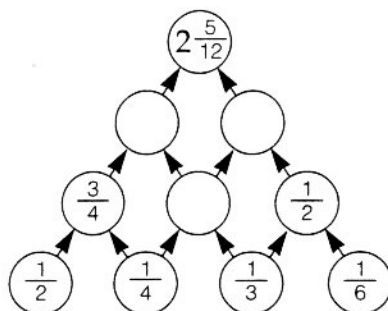
page _____

FICHE COMPLÉMENTAIRE

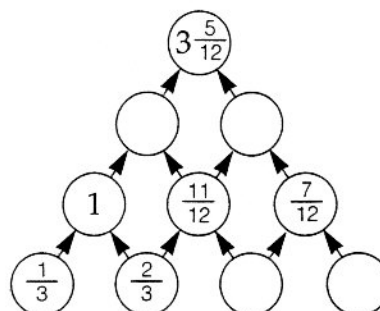
FRACTIONS V

Complète ces pyramides après avoir découvert leur règle de construction. N'utilise aucune fraction impropre ou non simplifiée.

1. a)

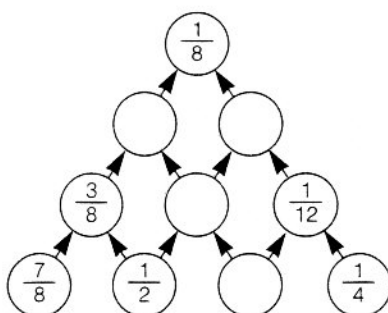


b)

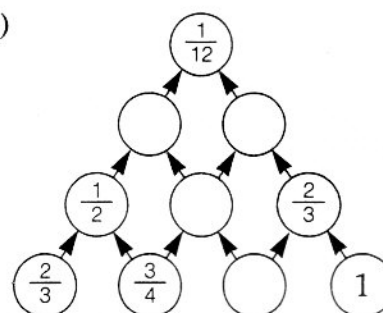


POUR LES
AS

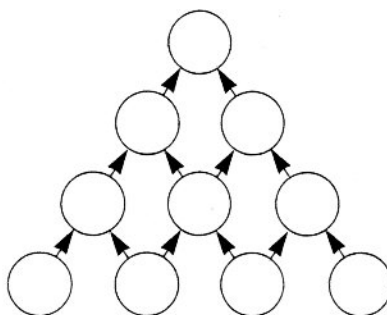
2. a)



b)



3. Invente une pyramide et soumets-la à tes camarades. Conserve précieusement ta solution pour faire la correction.



FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS VI

LABO MÉTRIQUE

Matériel requis : un thermomètre gradué en degrés Celsius, un pot de verre, une bouilloire électrique (ou un réchaud et une casserole), de la neige ou de la glace, de l'eau.

1. Voici quelques mesures de température à prendre avec précision.

- a) Un mélange d'eau et de glace : _____ °C
- b) La température du local : _____ °C
- c) La température près d'une sortie de chaleur : _____ °C
- d) La température de l'eau bouillante : _____ °C

2. Sers-toi de tes résultats au numéro 1 pour estimer les températures suivantes. Vérifie tes estimations.

- | | Estimation | Mesure |
|---|------------|----------|
| a) La température extérieure : | _____ °C | _____ °C |
| b) La température du corps humain
(presse légèrement le thermomètre sous ton bras, sous ton vêtement; le résultat sera de deux ou trois degrés au-dessous de la valeur réelle) : | _____ °C | _____ °C |
| c) L'eau froide du robinet : | _____ °C | _____ °C |
| d) L'eau chaude du robinet : | _____ °C | _____ °C |

3. Complète.

- a) Lors d'une tempête glaciale en janvier, il fait environ _____ °C.
- b) Pendant ce temps-là, dans le Sahara, il fait environ _____ °C.
- c) La température d'une bonne soupe chaude est d'environ _____ °C.

FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS VII

LABO MÉTRIQUE

Matériel requis : des mètres de bois, des rubans gradués et des règles.

1. Voici quelques objets que tu vas mesurer avec l'unité indiquée. Fais d'abord une ESTIMATION. Arrondis tes résultats à l'unité la plus proche. Si aucune unité n'est indiquée, choisis la plus appropriée.

Objet	Estimation	Mesure
a) La longueur du tableau :	_____ m	_____ m
b) La hauteur de la table de travail :	_____ cm	_____ cm
c) L'épaisseur d'une pièce de 1 ¢ :	_____ mm	_____ mm
d) Le contour de la table de travail :	_____ cm	_____ cm
e) La longueur de ton pied :	_____	_____
f) La largeur de ton pouce :	_____	_____
g) Ta taille :	_____	_____

2. Toi et tes camarades, désignez cinq objets différents à mesurer dans le local. Faites une estimation puis vérifiez-la. Choisissez l'unité qui convient le mieux à l'objet à mesurer.

Objet	Estimation	Mesure
a) _____	_____	_____
b) _____	_____	_____
c) _____	_____	_____
d) _____	_____	_____
e) _____	_____	_____

3. Pour chaque mesure donnée, pense à un objet de ton local qui aurait environ cette dimension. Ne prends aucun de ceux qui ont déjà été mesurés aux deux numéros du haut. Vérifie ensuite la mesure exacte. Qui d'entre vous aura choisi avec le plus de précision?

	Objet choisi	Différence de
a) 50 mm	_____	_____
b) 7 dm	_____	_____
c) 1 m	_____	_____
d) 40 cm	_____	_____

FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS VIII

LABO MÉTRIQUE

1. Le tableau des unités simplifie la transformation d'une unité en une autre. Il s'agit de multiplier ou de diviser par 10, par 100, par 1 000, etc. Dans le tableau, on a noté des mesures. Transforme-les toutes en mètres ou en fractions de mètre, comme dans l'exemple a).

a) 2 km = _____ m

e) 15 mm = _____ m

b) 23 dam = _____ m

f) 6 km = _____ m

c) 18 hm = _____ m

d) 2 dm = _____ m

g) 5 dam = _____ dm

h) 47 mm = _____ cm

POUR LES

AS

1 km = 1 000 m	1 hm = 100 m	1 dam = 10 m	Unité de base	1 dm = 0,1 m	1 cm = 0,01 m	1 mm = 0,001 m
kilomètre	hectomètre	décamètre	mètre	décimètre	centimètre	millimètre
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
a) 2	0	0	0,			
b)	2	3				
c)						
d)						
e)						
f)						
g)						
h)						

2. Complète.

a) 1 daL = _____ mL

d) 1 m = _____ km

b) 1 km = _____ cm

e) 1 cm = _____ dm

c) 1 kg = _____ dg

f) 3 hL = _____ dL

FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS IX

LABO MÉTRIQUE

Matériel requis : des contenants variés, des cylindres gradués, de l'eau, quelques serviettes de papier, un entonnoir et un compte-gouttes.

1. Voici quelques objets dont tu vas mesurer la CAPACITÉ, c'est-à-dire que tu vas déterminer la quantité de liquide qu'ils peuvent recevoir. N'oublie pas d'inscrire ton estimation et d'arrondir ta mesure à l'unité la plus proche.

Contenants	Estimation	Mesure
a) Le seau :	_____ L	_____ L
b) Le pot à café :	_____ mL	_____ mL
c) Le verre :	_____ mL	_____ mL
d) La cuiller à soupe :	_____ mL	_____ mL
e) La bouteille de boisson gazeuse :	_____ mL	_____ mL
f) Le compte-gouttes :	_____ mL	_____ mL

2. Ton enseignant-e met à ta disposition huit contenants différents étiquetés de A à H. Fais ton estimation puis vérifie. Note tous tes résultats en litres ou en fractions de litre et arrondis au millilitre le plus proche.

Estimation	Mesure	Estimation	Mesure
A : _____ L _____ L		B : _____ L _____ L	
C : _____ L _____ L		D : _____ L _____ L	
E : _____ L _____ L		F : _____ L _____ L	
G : _____ L _____ L		H : _____ L _____ L	

3. Dans chaque cas, verse dans le contenant indiqué une quantité d'eau que tu estimes égale à la mesure donnée. Mesure ensuite la quantité que tu as versée et calcule la différence. Qui d'entre vous aura le plus de précision?

Différence

- a) 20 mL (verre de plastique) : _____
- b) 200 mL (pot de verre) : _____
- c) 50 mL (verre de plastique) : _____
- d) 500 mL (pot de verre) : _____
- e) 1 L (seau) : _____

4. Combien faut-il de gouttes d'eau pour obtenir 1 mL?

Estimation : _____ Mesure : _____



FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS X

LABO MÉTRIQUE

Matériel requis : des masses marquées, une balance, des centicubes, un pèse-personne, un cylindre gradué, de la pâte à modeler et quelques manuels.

1. Estime d'abord la masse de chacun de ces objets. Quand cela est possible, soupèse simultanément l'objet dans une main et les masses marquées dans l'autre.

Objets	Estimation	Mesure
a) Une poignée de 20 centicubes :	_____ g	_____ g
b) Une brosse à tableau :	_____ g	_____ g
c) Un gros dictionnaire :	_____ g	_____ g
d) Une balle :	_____ g	_____ g
e) Ton poids :	_____ kg	_____ kg
f) Le poids d'un seau plein d'eau :	_____ kg	_____ kg

2. Prends la quantité de pâte à modeler ou de manuels que tu estimes nécessaire pour obtenir la masse indiquée. Vérifie ton estimation.

Différence en grammes

- a) 100 g _____
b) 25 g _____
c) 200 g _____
d) 2 kg _____
e) 0,5 kg _____
f) 1,5 kg _____

3. Choisis quatre objets avec tes camarades. Soupesez-les ou estimez-en autrement la masse. Mesurez ensuite pour découvrir qui a eu le plus de précision.

Objets	Estimation	Mesure
a) _____	_____	_____
b) _____	_____	_____
c) _____	_____	_____
d) _____	_____	_____

POUR LES
AS

4. Trouve un moyen de mesurer la masse exacte d'un litre d'eau, sans le contenant, et tu découvriras une relation très intéressante. Laquelle? _____

FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS XI

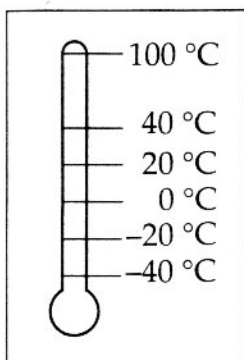
LABO MÉTRIQUE

Pour m'aider à PENSER métrique

1. Trouve un objet ou quelque chose de familier qui te permettra de te rappeler chaque mesure.

Mesure	Référence à un objet familier
1 mm	
1 cm	
1 dm	
1 m	
1 km	
_____	Ta taille
1 kg	
_____	Ta masse (le terme est plus exact que «poids»)
100 g	
1 L	
_____	Un grand verre à boire

2. Aux endroits indiqués, inscris une situation qui te rappellera cette température.



3. Associe un mois à la température donnée et note quel genre de vêtements tu porterais alors.

Température	Mois	Vêtements
-30 °C	_____	_____
0 °C	_____	_____
-10 °C	_____	_____
30 °C	_____	_____

FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS XII

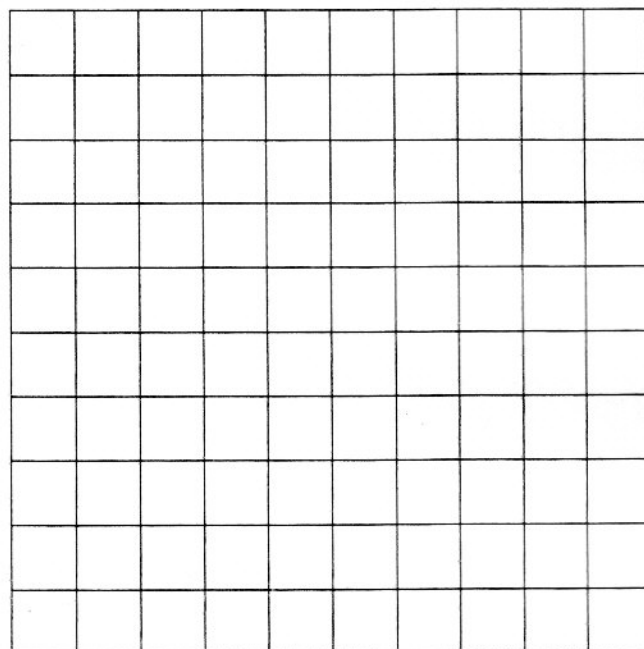
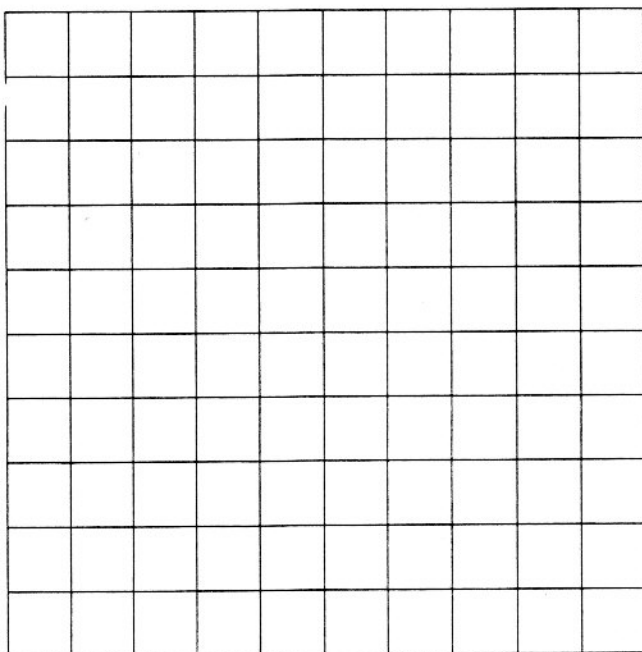
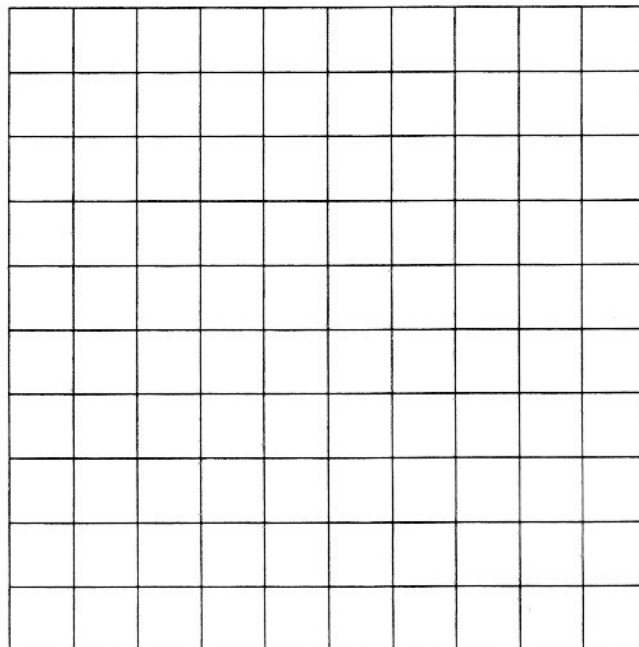
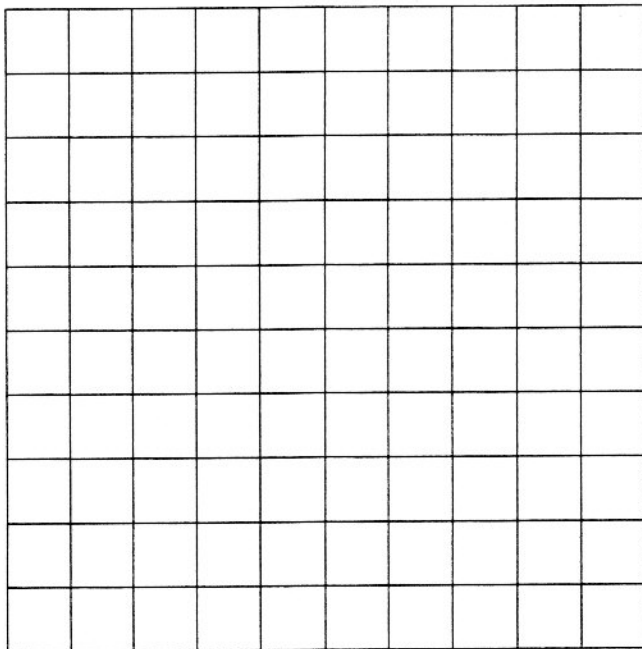
LABO MÉTRIQUE

	1 kg = 1 000 g	1 hg = 100 g	1 dag = 10 g	Unité	1 dg = 0,1 g	1 cg = 0,01 g	1 mg = 0,001 g
	kilogramme	hectogramme	décagramme	gramme	décigramme	centigramme	milligramme
	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							

1. Un appareil téléphonique a une masse de 2 kg.
 - a) Inscris cette masse dans le tableau (pas plus d'un chiffre par colonne).
 - b) Exprime cette masse en grammes : _____ g
2. Un vase de fleurs a une masse de 3 046 g.
 - a) Inscris cette masse dans le tableau.
 - b) Exprime cette masse en kilogrammes : _____ kg
3. Un bébé naissant a une masse de 2,5 kg.
 - a) Inscris cette masse dans le tableau.
 - b) Exprime cette masse en grammes : _____ g
4. Un comprimé d'aspirine a une masse de 0,3 g.
 - a) Inscris cette masse dans le tableau.
 - b) Exprime cette masse en milligrammes : _____ mg
5. Une boîte de céréales a une masse de 285 g.
 - a) Inscris cette masse dans le tableau.
 - b) Exprime cette masse en kilogrammes : _____ kg

FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS XIII



FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS XIV

Chaque rangée du tableau représente le même nombre écrit sous quatre formes équivalentes. Complète le tableau en t'aidant, au besoin, du carton Fractions 1.

Fraction la plus simple	Fractions décimales $a \times \frac{1}{10} + b \times \frac{1}{100} \dots$	Nombre à virgule	Pourcentage
$\frac{1}{2}$			
	$7 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100}$		
			80 %
		0,6	
$\frac{2}{5}$			
		0,72	
			125 %

FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS XV

Chaque rangée du tableau représente le même nombre écrit sous quatre formes équivalentes. Complète le tableau en t'aidant, au besoin, du carton Fractions 1.

Fraction la plus simple	Fractions décimales $a \times \frac{1}{10} + b \times \frac{1}{100} \dots$	Nombre à virgule	Pourcentage

FICHE COMPLÉMENTAIRE

FRACTIONS XVI

Complète les informations de ce dépliant publicitaire. Calcule aussi la taxe à payer.

VENEZ VOIR NOS PRIX D'AMIS!						
Articles	Prix régulier	Réduction	Réduction %	Prix d'ami	Taxe	Prix total
Robe	56 \$	$\frac{1}{2}$	50 %	28 \$		
Ballon	25 \$		25 %			

Jeu vidéo	52 \$	$\frac{1}{3}$				
-----------	-------	---------------	--	--	--	--

POUR LES
AS

Dictionnaire	20 \$			14 \$		
Calculatrice	14,50 \$	$\frac{1}{5}$				
Bottes	28,90 \$		10 %			
Bague	150 \$			50 \$		
Patins	70 \$	$\frac{4}{10}$				

Globe terrestre			20 %	32 \$		
Montre	11,50 \$		60 %			

POUR LES
AS

Objectifs de l'unité

L'unité Géométrie place les élèves devant des situations concrètes d'exploration de l'espace plan et de l'espace tridimensionnel.

Le bloc A touche diverses facettes du programme de géométrie, particulièrement les facettes relatives aux solides. L'élève aura l'occasion de développer ses habiletés de perception, notamment en étudiant les projections orthogonales des solides. Les notions de volume, d'aire et de périmètre sont abordées.

Le bloc B propose quelques projets qui captiveront vos élèves. Les transformations géométriques y sont présentées dans leur contexte le plus pertinent, soit l'animation d'images. Dans ce contexte, il devient nécessaire d'introduire des éléments accessoires tels que la mesure d'angles et le repérage cartésien. L'étude des SPIROS offre une magnifique occasion non seulement d'appliquer des nouvelles connaissances, mais aussi de mettre en pratique la démarche de résolution de problème. Jugement et raisonnement sont mis à contribution.

Le bloc C charmera vos élèves, surtout si vous savez mettre à contribution la fascination qu'exerce l'Histoire sur les jeunes. Ils y apprendront quelques-unes des techniques élémentaires qui leur permettront de réaliser des constructions géométriques planes. De plus, l'étude de l'inclinaison des escaliers leur offrira l'occasion d'explorer la notion de rapport et de proportion dans un triangle rectangle.

Rappels mathématiques

Aire

Mesure d'une surface fermée. L'unité habituellement et traditionnellement choisie pour y arriver est un carré. Tout autre polygone pourrait cependant très bien faire l'affaire.

Aire latérale

Aire (voir ce terme) des surfaces composant un solide à l'exclusion de ses bases. Dans une construction faite de cubes-unités, l'aire latérale est l'aire des faces verticales.

Cercle

Surface plane limitée par une courbe (voir *Circonférence*) dont tous les points sont situés à une même distance d'un point appelé *centre du cercle*. Il existe au sujet du terme cercle le même type de confusion que pour le terme polygone (voir ce terme pour en savoir plus). Certains lexiques définissent le cercle comme nous définissons la circonférence, c'est-à-dire comme une courbe. Ils appellent souvent «disque» la surface ainsi délimitée. Nous n'avons pas opté pour ces définitions à cause d'une certaine tradition qui conduit à parler de l'*aire* du cercle (égale à πr^2), ce qui constituerait un non-sens dans le cas où le cercle ne serait qu'une ligne courbe.

Circonférence

Frontière ceinturant un cercle (terme aussi utilisé pour d'autres surfaces comme l'ellipse).

Concave

Un polygone est dit concave lorsqu'au moins un de ses angles intérieurs est supérieur à 180° .

Congru ou congruent

Deux nombres sont congrus (ou congruents) si on obtient le même reste en les divisant par le même nombre. Par exemple :

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 5} \\ \underline{15} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 27 \overline{) 5} \\ \underline{25} \\ 2 \end{array}$$

2 ← reste → 2

17 et 27 sont congrus par rapport au diviseur 5. On l'écrit ainsi : $17 \equiv 27 \pmod{5}$.

L'usage du qualificatif «congru» dans des expressions comme «triangles congrus» ou «angles congrus» est un barbarisme qui s'est répandu dans les années soixante-dix au moment où l'affectation du langage l'emportait

parfois sur le bon sens. La *Petite Encyclopédie des mathématiques* (Athènes, éd. K. Pagoulatos, 1980), probablement la plus vendue au monde, parle toujours d'angles *égaux*, de triangles *égaux*, etc. Nous nous en tiendrons donc volontairement au terme «égal» partout où il s'agit d'identité de deux figures.

Convexe

Un polygone est dit convexe si tous ses angles intérieurs sont inférieurs à 180° .

Dallage

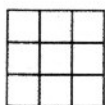
Le dallage est l'action de recouvrir une surface sans laisser d'espace libre entre les formes utilisées.

Frontière

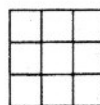
Courbe ou ensemble de courbes délimitant une région (voir *Périmètre*).

Périmètre

Le périmètre d'une figure est la longueur de sa frontière (voir ce terme).



Périmètre : 12 unités

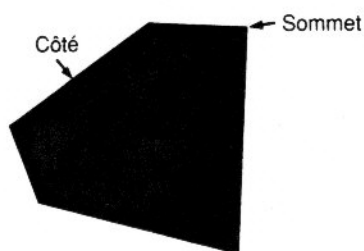


Périmètre : 16 unités

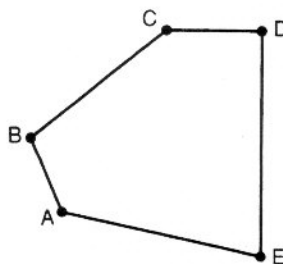
S'il y a un ou plusieurs «trous» dans une figure, la mesure du périmètre doit inclure toute la frontière, y compris sa partie intérieure.

Polygone

Un polygone est une surface plane, fermée, qui est partout limitée par des bords rectilignes appelés côtés. Un polygone est donc une *figure à deux dimensions*. Le triangle, le carré et le rectangle sont des polygones. Un cercle n'est pas un polygone.



Polygone à 5 côtés ou pentagone



Courbe polygonale fermée

Depuis la fin des années soixante, on voit de plus en plus dans les manuels scolaires la définition suivante du terme polygone : «Courbe simple et fermée constituée d'une suite de segments.» Ainsi défini, le polygone deviendrait figure à une seule dimension. Nous n'avons pas adopté cette définition dans *Défi Mathématique* pour les mêmes raisons qui nous ont conduits à repousser la théorie des ensembles comme moyen d'enseigner les nombres et les opérations aux enfants.

Ce choix didactique s'impose à quiconque opte pour un enseignement où la découverte supplante l'explication et la mémorisation des modèles. Comme nous l'avons fait en arithmétique, nous nous sommes laissé guider en géométrie par l'évolution «naturelle» des concepts, celle-là même qui est tracée par l'Histoire et l'évolution des mathématiques. Rappelons simplement les trois époques distinctes et séquentielles du développement de la géométrie.

1. Science empirique de l'espace *entièrement utilitaire* chez les Babyloniens et les Égyptiens préoccupés surtout par les *mesures* (à partir du IV^e millénaire av. J.-C.).
2. Théorie axiomatique de l'espace *physique* chez les Grecs préoccupés surtout par les *démonstrations des formules utilisées* (à partir du III^e siècle av. J.-C.).
3. La géométrie moderne (comme on dit mathématiques modernes) change d'objet : de *science de l'espace*, elle devient *théorie des invariants des groupes* au moment de la naissance des géométries non euclidiennes et du développement des méthodes analytiques (à partir du XIX^e siècle).

Puisque c'est bien de la «théorie de l'espace» dont il est question en enseignement primaire (et en grande partie au secondaire), nous avons opté pour les définitions qui y sont appropriées, c'est-à-dire celles qui décrivent les polygones comme des portions du plan.

Prisme

Solide dont les faces latérales sont toutes des parallélogrammes, et dont les bases sont deux polygones identiques et parallèles entre eux.

Note concernant les jeux géométriques : Les pages suivantes présentent quatre jeux géométriques que vous pouvez ajouter à la panoplie que vous possédez déjà. Ces jeux donnent à l'élève l'occasion d'améliorer ses perceptions spatiales, tout en réclamant de sa part une réflexion stratégique non négligeable. Assurez-vous de les présenter progressivement, au fil de l'année, et invitez vos élèves à y jouer dans leurs moments libres. Si certains vous semblent plus populaires, organisez un tournoi ou, mieux encore, demandez à quelques élèves de s'en charger.

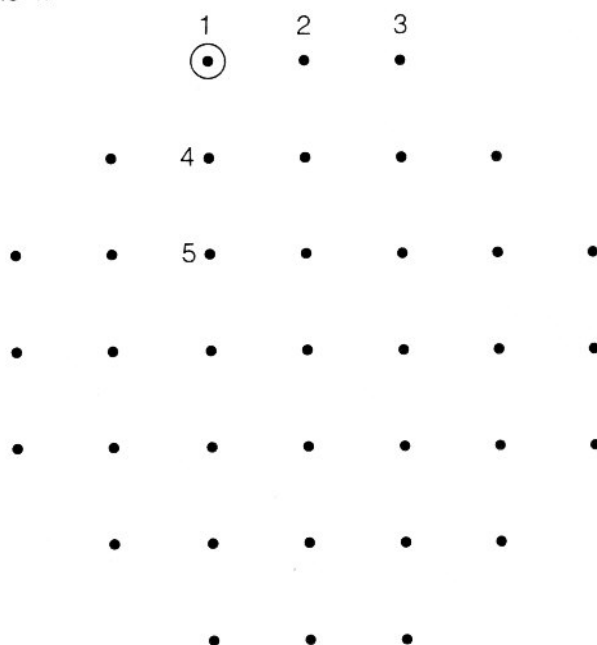
Jeu géométrique 1

Le solitaire

Voici un jeu très ancien que tu peux fabriquer avec une planchette ou du carton ondulé. Chacun des points représente un trou où tu déposeras une bille. Tu pourrais aussi dessiner des points sur un carton ou sur une toile et y placer des jetons.

Le point entouré est le seul où tu ne places rien au début. Il te faut enlever toutes les billes, sauf une. Pour réussir à enlever une bille, tu dois l'enjamber à l'aide d'une bille voisine que tu places ensuite dans un trou libre. Tu peux déplacer une bille verticalement ou horizontalement et tu ne peux enjamber qu'une bille à la fois.

Donc, pour commencer le jeu, la bille 3 enjambe la bille 2, la retire et se place à la position 1. L'autre possibilité est que la bille 5 enjambe la bille 4.



Jeu géométrique 2

Frontières

Avec un ou une camarade, tu pourras pratiquer le jeu suivant. Choisissez un crayon de couleur différente.

Le jeu consiste à entourer complètement le plus de points possible en réunissant des points voisins. Le joueur ou la joueuse qui commence trace une ligne entre deux points qui se suivent verticalement, horizontalement ou diagonalement. C'est son premier départ sur une possibilité de cinq. Son adversaire fait de même.

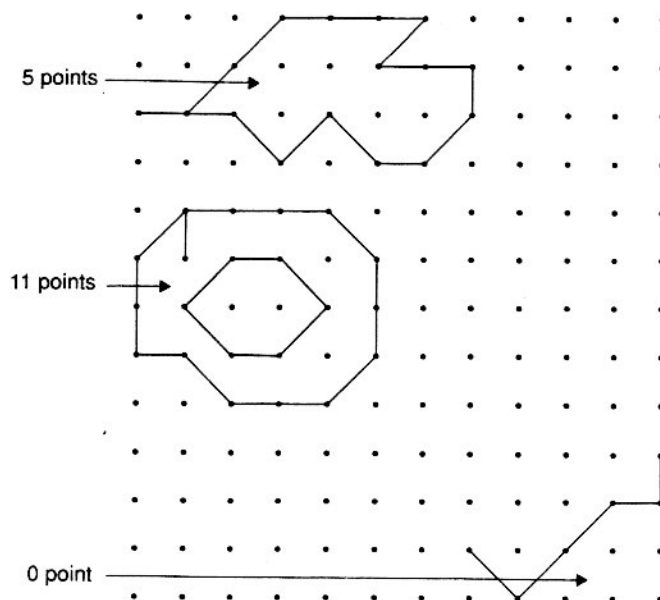
Au coup suivant, le joueur ou la joueuse prolonge son trait ou utilise un nouveau départ. Le jeu se termine lorsque les deux adversaires ne peuvent plus entourer de points.

Donc :

1. Chaque joueur ou joueuse a sa couleur particulière.
2. Chaque adversaire, à tour de rôle, prolonge une de ses lignes, n'importe laquelle, mais à partir d'une des extrémités
ou
utilise un nouveau départ (seulement cinq départs sont possibles) en réunissant par un trait deux points voisins.
3. Lorsqu'un trait unit une extrémité à une autre ou à un côté d'une ligne de même couleur, il ne peut plus être prolongé à cette extrémité.
4. Il n'est pas permis d'utiliser un point déjà occupé par un trait de l'adversaire.
5. Le prolongement d'une ligne ne peut pas croiser une ligne déjà tracée.

La victoire appartient à celui ou à celle qui a complètement entouré le plus grand nombre de points. Si un joueur ou une joueuse encercle complètement une zone occupée par son adversaire, les points de son adversaire lui reviennent.

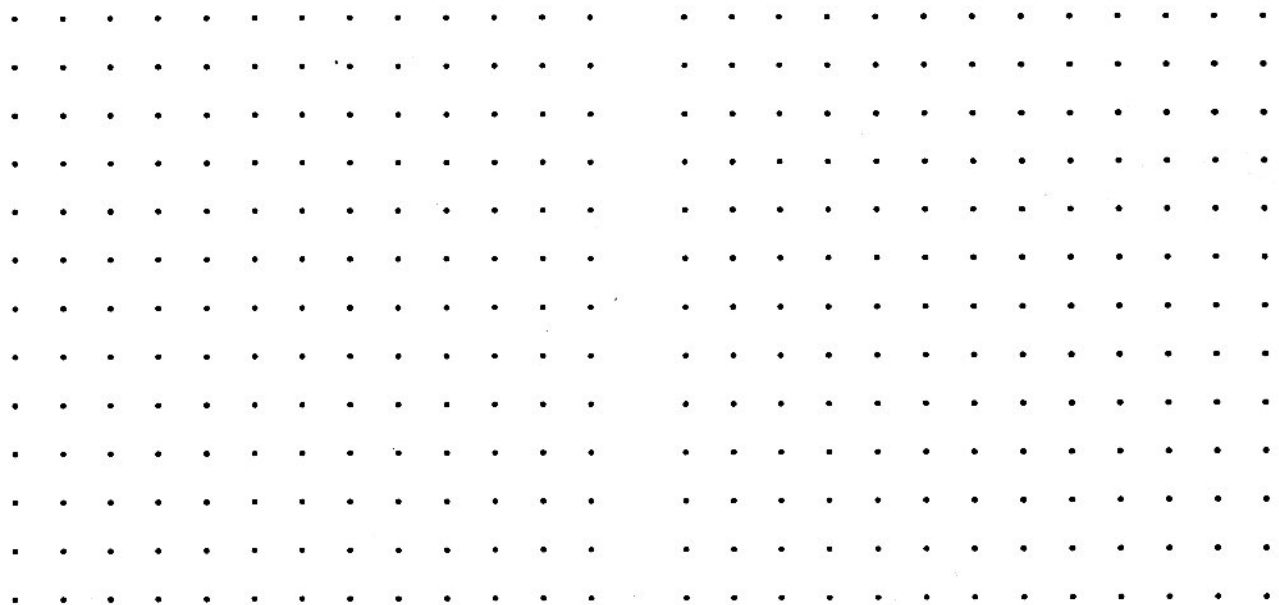
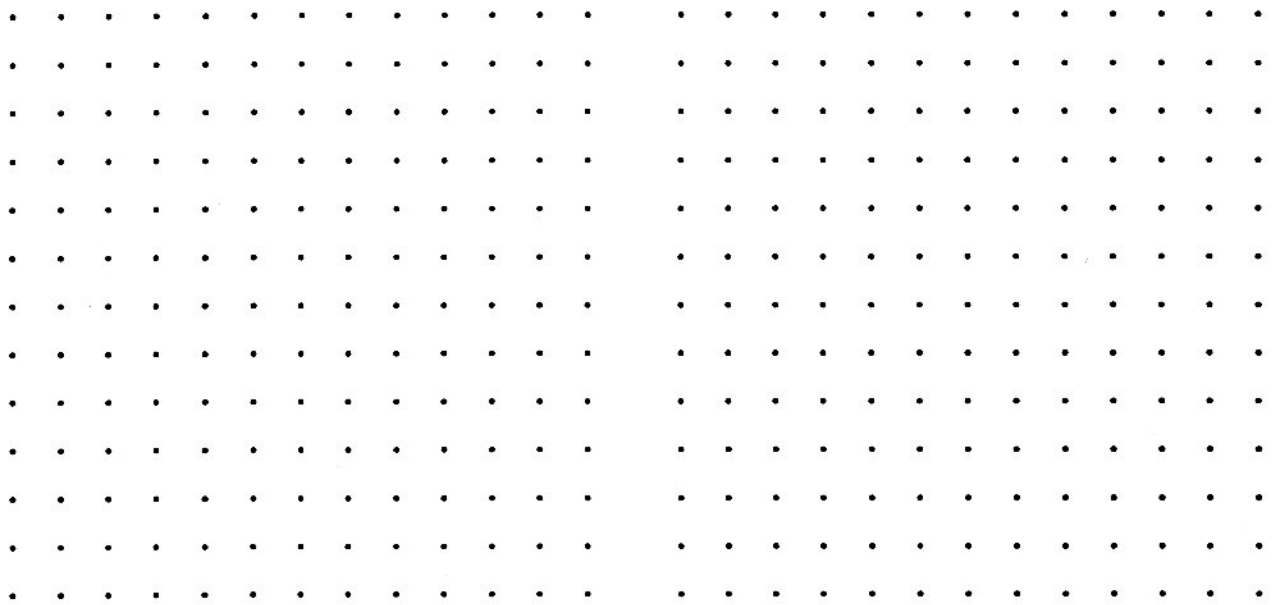
Exemples :



Jeu géométrique 2

Frontières

Grilles



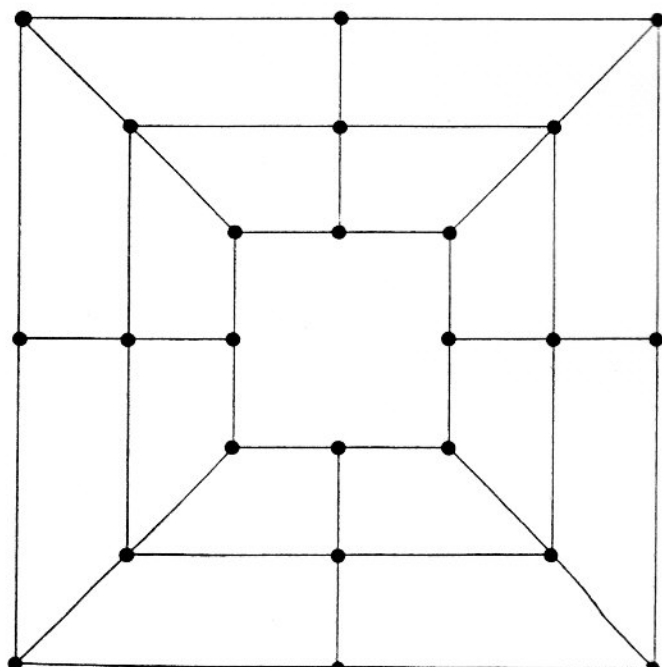
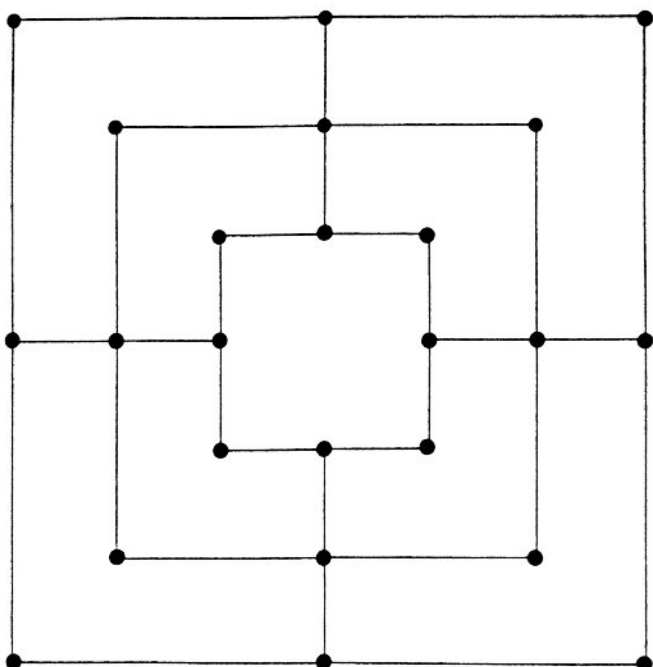
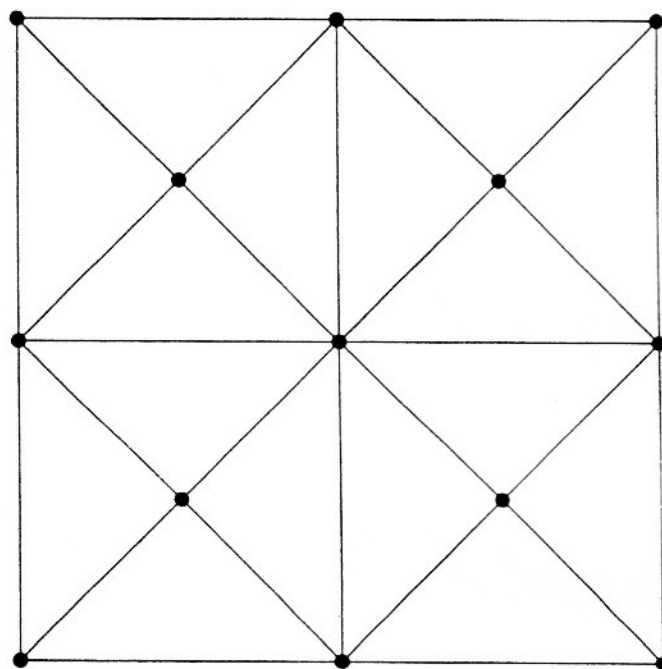
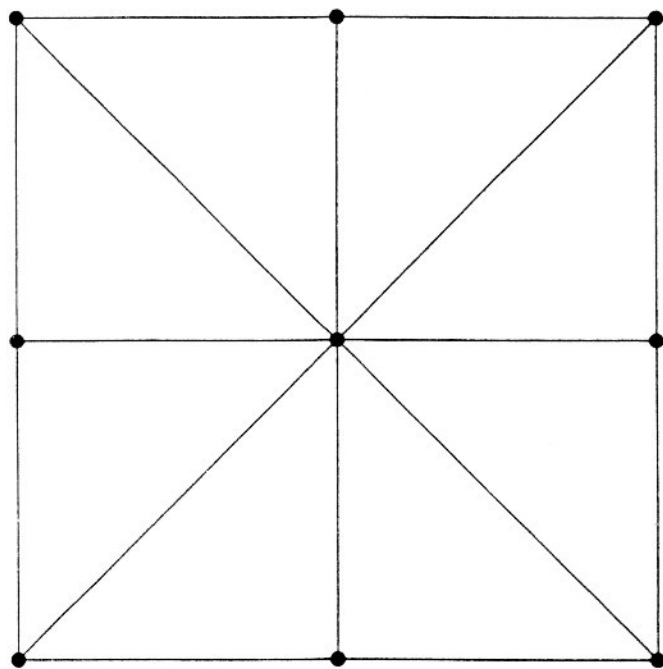
Jeu géométrique 3

Les marelles

Ce jeu se joue à deux sur n'importe lequel des diagrammes de cette page. Il s'agit de tenter de placer trois jetons sur trois intersections consécutives situées en ligne droite.

Le joueur ou la joueuse qui commence dépose un de ses jetons sur une des intersections. Son adversaire fait de même sur une intersection libre, et ainsi de suite jusqu'à l'utilisation des trois jetons.

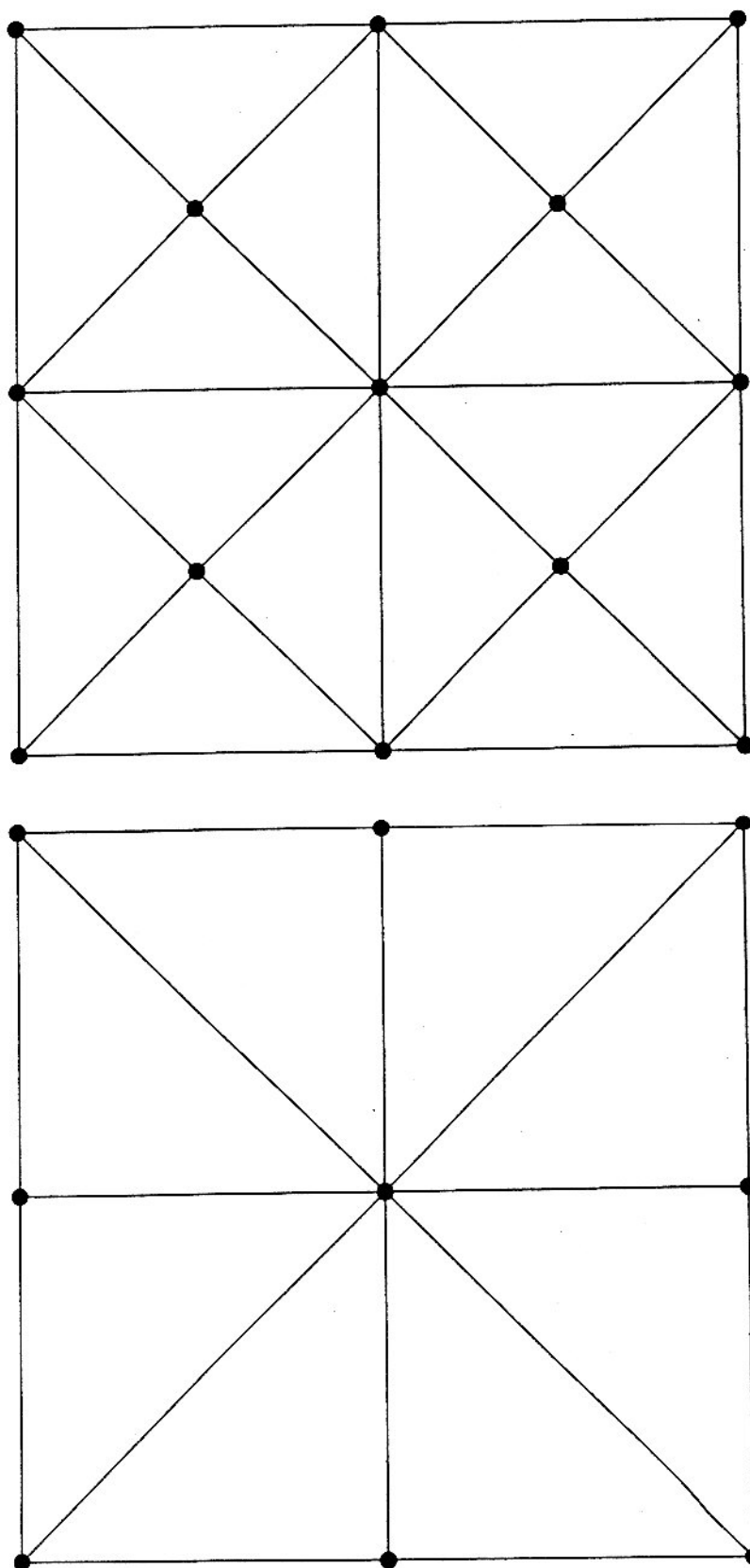
Les adversaires déplacent ensuite, à tour de rôle, un de leurs jetons le long d'un segment vers une intersection voisine libre, n'importe laquelle. Il n'est pas permis de passer un tour ni de jouer deux jetons à la fois.



Jeu géométrique 3

Les marelles

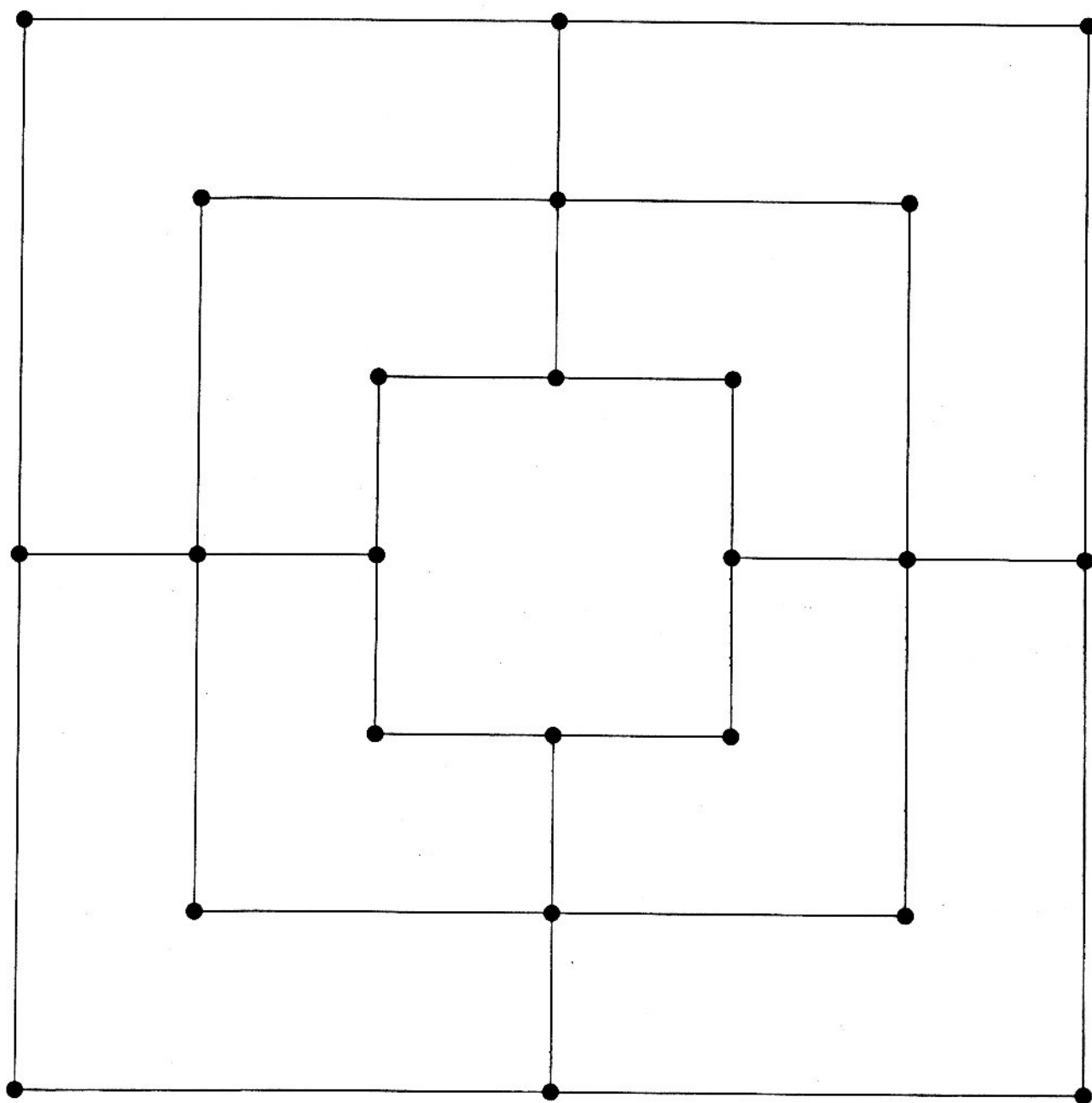
Grilles



Jeu géométrique 3

Les marelles

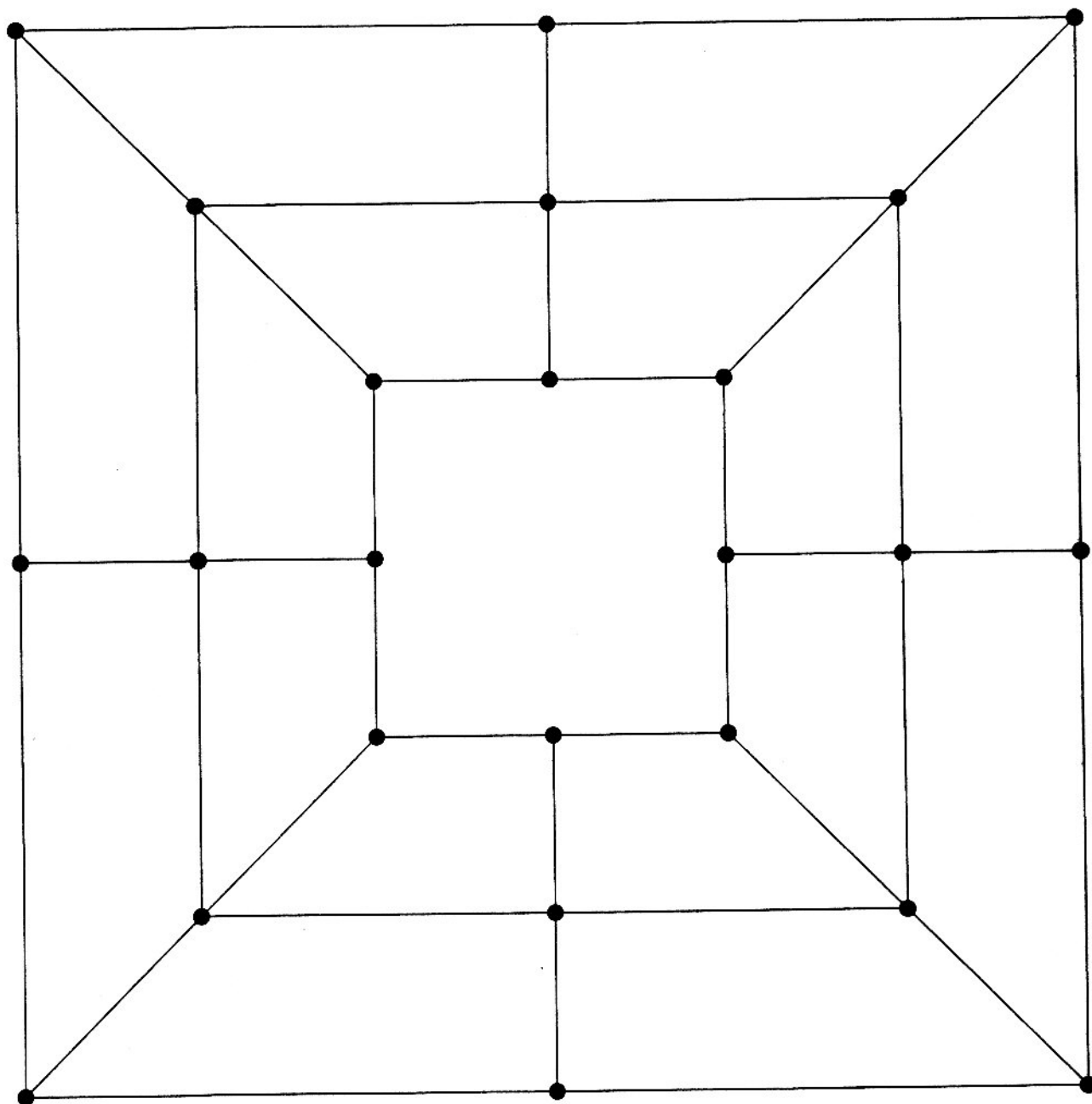
Grille



Jeu géométrique 3

Les marelles

Grille



Jeu géométrique 4

Le renard et les poules

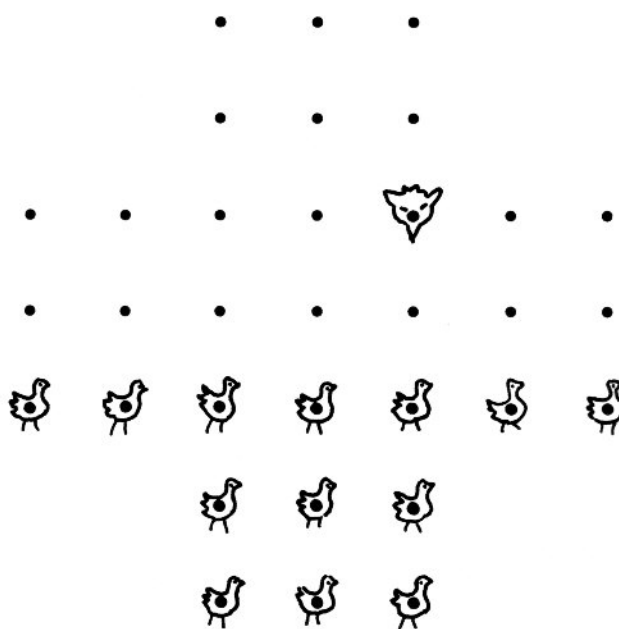
Sur le diagramme de cette page, treize points sont occupés par des poules. Le renard doit essayer de capturer toutes les poules sans se laisser encercler. Pour capturer une poule, il doit sauter par-dessus, comme aux dames ou au solitaire. Il ne peut pas sauter par-dessus deux poules d'un seul bond, mais il peut en manger plus d'une par bonds successifs, horizontalement ou verticalement.

Les poules ne peuvent pas sauter par-dessus une autre poule, le renard ou un point libre. Elles avancent, reculent, vont à gauche ou à droite, d'un point par tour, si ce point est libre.

Le renard bouge comme les poules, en plus de pouvoir sauter par-dessus une poule pour la manger et la retirer du jeu. Aucun déplacement diagonal n'est permis.

Si le joueur ou la joueuse qui a les poules joue bien, il ou elle peut gagner.

Utilise treize jetons d'une couleur qui représenteront les poules et un jeton d'une autre couleur pour le renard.



Bloc A

Objectif-synthèse : Résoudre divers problèmes relatifs aux propriétés des solides.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les élèves réussissent seuls à :

- associer certaines projections aux faces d'un solide;
- prévoir la forme que prendra une projection;
- construire des solides en tenant compte de certaines restrictions quant aux mesures d'aire, de volume ou de longueur;
- identifier diverses propriétés d'un solide;
- associer un solide à son développement;
- réaliser le dallage d'une surface en tenant compte de certaines restrictions;
- décrire les propriétés des figures planes les plus usuelles;
- nommer les figures planes et les solides usuels.

Matériel

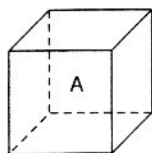
Pour l'enseignant-e :

- 30 cubes les plus grands possible;
- un rétroprojecteur;
- un ensemble de géo-blocs.

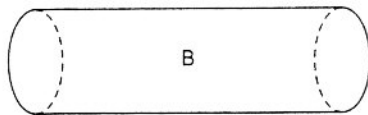
Pour chaque élève :

- des centicubes ou, de préférence, des cubes légèrement plus gros;
- un ensemble de géo-blocs.

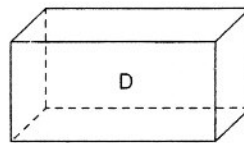
Les géo-blocs



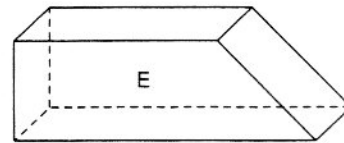
Le cube (4)



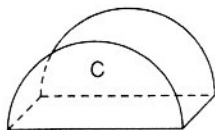
Le cylindre (2)



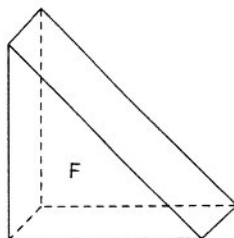
Le prisme à base carrée (4)



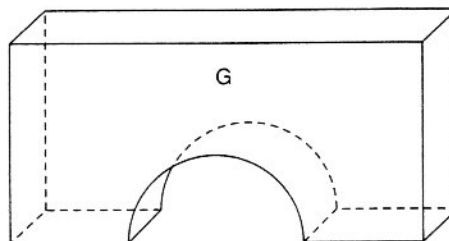
Le prisme tronqué (4)



Le demi-cylindre (1)



Le prisme à base triangulaire (2)



Le pont (1)

Les chiffres entre parenthèses indiquent le nombre de blocs requis. Il y a donc 18 blocs en tout. Les lettres permettront une identification rapide des blocs.

L'éditeur ne produit pas les géo-blocs. Il peut cependant vous guider si vous ne savez pas où vous les procurer.

Des problèmes en perspective

Solides et projections

Problème 1

a) Les élèves consultent les fiches Géométrie A-1 et Géométrie A-2.

- La princesse du royaume d'Élam a été enlevée par les sbires du vilain roi de Brixton. Nous savons maintenant qu'elle a été enfermée dans une sinistre forteresse où elle est sous bonne garde.
- Nous allons d'abord étudier les trois croquis du capitaine des dragons ainsi que le message qui les accompagne. Malheureusement, leur auteur est porté disparu et ne peut nous en dire plus à ce sujet.

Note : Les croquis et le message sont donnés à la fiche Géométrie A-2. Les croquis montrent la forteresse de trois angles différents. La forteresse comprend :

- un donjon (cylindre);
- un cachot (parallélépipède);
- la tente des gardes (cône);
- des gardes (deux centicubes empilés);
- des bosquets (boulettes de papier).

Perspectives et projections de solides.

Compréhension

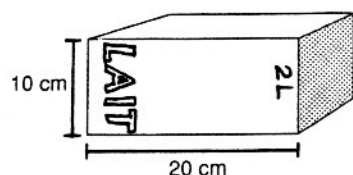
Représentations concrète et imagée

Géométrie A-1
Géométrie A-2

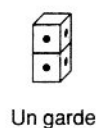
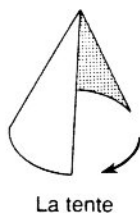
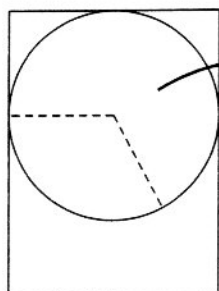
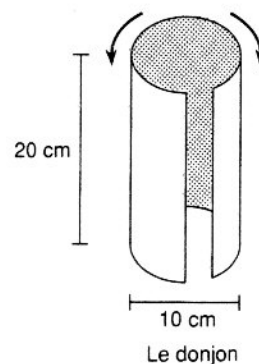
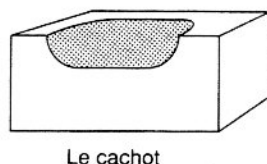
Placez les élèves en petits groupes. Ils doivent reconstituer le plan de la forteresse à partir des indices fournis. À cette fin, chaque équipe aura besoin du matériel suivant :

- une boîte de carton d'environ 10 cm sur 10 cm sur 20 cm (une boîte de lait coupée ou une boîte de mouchoirs de papier) pour le cachot;
- une feuille de papier roulée ($21\frac{1}{2}$ cm sur 36 cm) pour former un cylindre de 10 cm de diamètre;
- un cône fabriqué à l'aide d'un cercle taillé dans une feuille de papier ($21\frac{1}{2}$ cm sur 28 cm);

- des boulettes de papier (bosquets);
- des centicubes (gardes).



ou



Sans autre préambule, il leur faut :

1. reconstituer la maquette de la forteresse de Brixton à l'aide des objets;
2. déterminer le nombre exact de gardes qui surveillent la forteresse;
3. tracer un plan à l'échelle (sur la fiche complémentaire Géométrie I) d'une vue aérienne de la forteresse avec la plus grande précision possible (positions et dimensions).

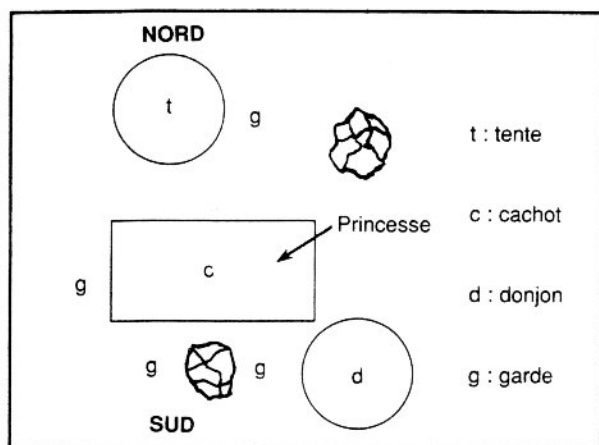
Il y a quatre gardes et deux bosquets.

Tente : hauteur de 4 m et diamètre de 4 m.

Cachot : 4 m sur 4 m sur 8 m.

Donjon : hauteur de 8 m et diamètre de 4 m.

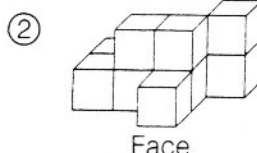
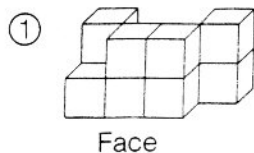
Voici un plan réduit :



- b) Chaque équipe va maintenant composer un problème semblable au précédent. Distribuez la fiche complémentaire Géométrie II.

Problème 2

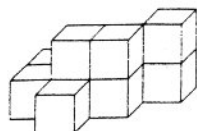
Aux quatre coins de la classe, ériges les châteaux de blocs suivants (avec les blocs les plus gros possible). Chaque château compte neuf cubes.



Reconnaissance d'un solide à partir de ses faces.

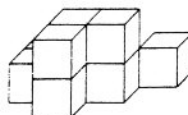
Compréhension

③



Face

④



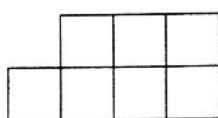
Face

Représentations
concrète et imagée

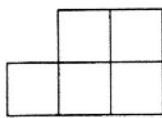
Note : Sur un bout de papier, indiquez où se trouve la façade de chaque construction (face). La vue du dessus est donnée pour quelqu'un qui se place en face et qui se penche au-dessus des blocs. Cette remarque s'applique à toutes les fiches du manuel de l'élève qui fournissent de telles projections.

- Un agent de publicité fort distrait doit faire la promotion pour la vente de copropriétés. Après avoir fait photographier l'édifice de trois angles différents, il a oublié de quel édifice il s'agissait (parmi les quatre). Observe les illustrations et essaie de lui venir en aide.

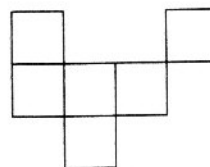
Au tableau, dessinez :



Face



Côté droit



Dessus

Géométrie A-3

Notes :

1. Que vos élèves fassent d'abord une prédiction sans trop s'approcher des édifices.
2. C'est le numéro ③ qui a été photographié.
3. Au numéro 4 b) de la fiche Géométrie A-3, chaque élève doit composer un problème qui touche aux notions d'aire, de périmètre et de volume. Nous vous suggérons de conserver précieusement ces problèmes et de vous en servir tout au long de l'année pour *maintenir les compétences de vos élèves dans ce domaine*.

Problème 3

Nous vous proposons maintenant un rallye géométrique...

Divisez votre groupe en quatre camps. Chaque élève utilise huit cubes et réalise un édifice différent de celui de ses coéquipiers.

- a) Chaque élève dessine son édifice vu de face, du dessus et du côté droit sur du papier pointé ou quadrillé.
- b) Distribuez vous-même les plans de l'équipe A aux élèves de l'équipe B et *vice versa*. Faites de même pour les équipes C et D.

— Quelle équipe réussira la première à associer les constructions aux illustrations?

Vous pouvez reprendre le jeu au moins deux fois sans avoir à refaire d'autres constructions, en modifiant le jumelage des équipes (A avec C, A avec D,...).

- c) — Trace maintenant le plan de ta construction comme si tu la regardais de derrière, du côté gauche et du dessous (sans toucher aux cubes). En comparant toutes les illustrations, tu découvriras quelque chose d'intéressant. ☞ Il y a symétrie entre l'avant et l'arrière, entre les côtés gauche et droit et entre le dessous et le dessus (faces parallèles deux à deux). Constaté ce fait permet un calcul plus rapide de l'aire latérale d'une construction faite avec des cubes (aire des murs verticaux) ou de l'aire totale (aire de toutes les faces). Il n'est pas nécessaire de calculer toutes les faces, car elles sont égales deux à deux (l'aire est la même). ☞

Reconnaissance d'un
solide à partir de ses
faces.

Compréhension
Habileté

Représentations
concrète et imagée

Note : Au numéro 2 d) de la fiche Géométrie A-4, chaque élève doit composer un problème qui touche aux notions d'aire, de périmètre et de volume. Nous vous suggérons de conserver précieusement ces problèmes et de vous en servir tout au long de l'année pour *maintenir les compétences de vos élèves dans ce domaine.*

Géométrie A-4
Géométrie A-5
Géométrie A-6

Problème 4

Vous aurez besoin d'un ensemble de géo-blocs et du rétroprojecteur (pour réaliser les projections). Chaque élève reçoit également son ensemble de géo-blocs.

Projection d'un solide.

Bien au centre de la fenêtre du rétroprojecteur, placez un prisme tronqué (E) debout de manière à projeter un carré. Assurez-vous qu'un écran empêche vos élèves de voir le prisme.

Compréhension

- a) — Sur le rétroprojecteur, j'ai déposé l'un des blocs de l'ensemble. Il y en a plusieurs qui donneraient un carré semblable. Trouve tous les blocs qui pourraient convenir.

*Renversement :
de la représentation
imaginée à la
représentation concrète*

Note : Ils trouveront certainement le cube (A) et le prisme à base carrée (D). Penseront-ils au prisme tronqué (E)? Il existe une quatrième possibilité : le demi-cylindre (C). Ce dernier est cependant à exclure dans le cas du problème posé, car il faudrait le tenir constamment perpendiculairement à la fenêtre du rétroprojecteur de manière à obtenir la projection d'un carré. S'ils ne le mentionnent pas, gardez ce sujet pour le cas b).

- b) — Il y a un autre bloc qui peut projeter un carré de la même grandeur environ que celui projeté par un cube. Lequel? Le demi-cylindre. Comment faut-il le placer pour cela? Voir la note précédente.



Note : Vous devrez peut-être les aider. Pour «voir comme le rétroprojecteur», il faut absolument fermer un oeil; sinon, on a une vision tridimensionnelle. Pour de meilleurs résultats, on place le bloc à bout de bras en pleine lumière (tube fluorescent ou fenêtre).

Problème 5

Comme au problème précédent, placez un bloc au centre de la fenêtre du rétroprojecteur et demandez à vos élèves de découvrir tous les blocs qui pourraient produire la projection obtenue.

Reconnaissance d'un solide à partir d'une projection.

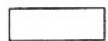
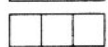
- a) Le demi-cylindre (C) debout sur sa face rectangulaire plane; à côté, deux cubes (A) pour servir d'étalon de mesure.

Projection :  (bloc C)
 (deux blocs A)

Le demi-cylindre (C), prisme à base carrée (D), prisme à base triangulaire (F) et pont (G). Dans ce dernier cas, la projection est plus difficile à obtenir, vu la hauteur du bloc.

Compréhension Habileté

- b) Le cylindre couché; à côté, trois cubes (A).

Projection :  (bloc B)
 (trois blocs A)

*Renversement :
de la représentation
imaginée à la
représentation concrète*

Note : Pour éviter que le cylindre ne vous trahisse en roulant, placez deux petites boulettes de pâte à modeler en dessous, aux points de contact avec la fenêtre. N'allumez le rétroprojecteur qu'une fois que le bloc sera bien en place.

Le prisme tronqué (E) ou cylindre (B).

Problème 6

Note : De plus en plus, exigez que les écoliers désignent les blocs par leur nom. Puisque plusieurs termes sont utilisés ici, des rappels seront nécessaires.

Pour tous les problèmes suivants, les blocs devront être couchés afin qu'*aucun d'eux ne dépasse les autres en épaisseur*. On présumera que le demi-cylindre (C) couvre par sa face rectangulaire plane autant d'espace que deux cubes et qu'il obstrue parfaitement l'ouverture du pont lorsqu'on le couche sur un demi-cercle.

— Réalise le plus de constructions possible qui projetteront :

a) un carré avec :

- exactement deux blocs.  et  

Notes : 1. Tous ces problèmes devraient faire l'objet d'une chasse individuelle et collective. Deux solutions seront considérées différentes si :

- elles sont obtenues avec un ensemble différent de blocs (pas seulement un agencement différent) pour donner la même projection;
- elles sont obtenues avec le même ensemble de blocs pour donner une projection différente;
- elles sont obtenues avec un nombre différent de blocs.

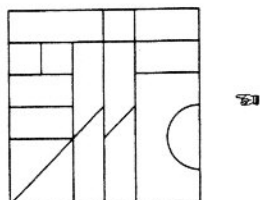
Dans tous les cas, *un seul jeu de 18 blocs* doit servir.

2. Si les élèves ne trouvent pas certaines solutions, laissez le problème en suspens et lancez-leur le défi de les découvrir. Plusieurs problèmes des fiches du manuel de l'élève peuvent être traités de la même façon ou proposés comme travail individuel dans les moments libres. Les solutions nouvelles pourraient être dessinées et conservées.

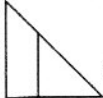
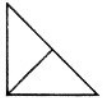

- deux blocs E et deux blocs F.  



- quatre blocs D et un bloc A.  


- le plus de blocs possible.  Nous avons réussi avec 16 blocs :

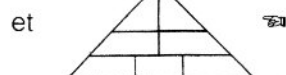


b) un triangle avec :

- exactement deux blocs.  ou  

Comment s'appelle ce triangle?  Isocèle et rectangle. 

- deux blocs F, quatre blocs E et un bloc D. 

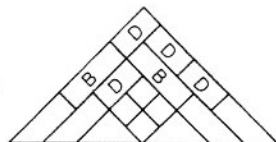


Projection d'une construction et dallage.

Compréhension
Habileté
Connaissance

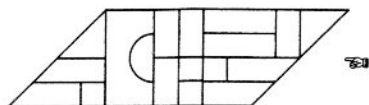
- le plus de blocs possible. 16 blocs :

Qui dit mieux?



c) un parallélogramme avec :

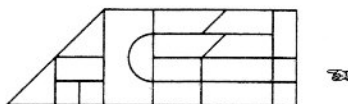
- deux blocs. , , de même que *tous les carrés et tous les rectangles qui sont forcément des parallélogrammes.*
- le plus de blocs possible, sans que le parallélogramme soit un rectangle. Possible avec les 18 blocs de plusieurs manières dont :



d) un trapèze avec :

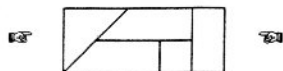
- deux blocs. , , ... (trapèzes rectangles) (trapèze isocèle), de même que *tous les carrés, tous les rectangles et tous les parallélogrammes qui sont forcément des trapèzes.*
- le plus de blocs possible, sans que le trapèze soit un parallélogramme. Plusieurs formes de trapèze sont possibles avec tous les

blocs de l'ensemble dont :



e) un rectangle avec :

- un bloc F, deux blocs E, un bloc A et un bloc D.



f) Les élèves composent un problème semblable pour le soumettre à leurs camarades.

Géométrie A-7 à
Géométrie A-11

Bloc B

Objectif-synthèse : Résoudre des problèmes de déplacement où il faut réaliser des rotations, des translations ou des symétries.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les élèves réussissent seuls à :

- reconnaître et à effectuer une translation;
- reconnaître et à effectuer une rotation;
- reconnaître et à effectuer une symétrie;
- utiliser le repérage cartésien pour situer des objets ou pour reproduire un dessin;
- décrire et à tracer des parcours impliquant des rotations et des translations.

L'objectif suivant est intéressant et mérite d'être évalué, même si sa maîtrise n'est pas essentielle :

- réaliser et interpréter de courts programmes LOGO impliquant des variables.

Activités

Et que ça bouge!

Matériel

Pour les élèves :

- un rapporteur d'angles;
- un tangram.

Problème 7

Les élèves lisent la fiche Géométrie B-15 et cherchent à expliquer le phénomène. L'illusion de mouvement s'explique par le défilement très rapide de dessins comportant de très légères différences quant à la position des objets. L'évolution se fait dans le sens et dans la direction du mouvement attendu. Il s'agit de translations courtes ou de rotations progressives, ou les deux.

Notes : 1. Le mouvement du yo-yo est particulièrement intéressant. Cette situation devrait faire ressortir les aspects suivants.

- Pour créer l'illusion du mouvement, il faut au moins un objet fixe. Ici, la main et l'extrémité de la ficelle sont fixes. Le mouvement sera relatif à ces repères.
- Les images successives montrent des translations courtes et uniformes du yo-yo :



- Les images successives montrent aussi, simultanément, des rotations du yo-yo :



2. Au tableau, invitez les élèves à concrétiser leurs explications dans une série de huit cadres successifs qui doivent créer l'illusion que le yo-yo descend et remonte. Le motif orienté du yo-yo permet d'illustrer sa rotation (disons $\frac{1}{4}$ de tour par image).

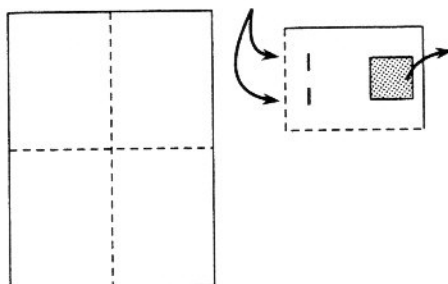
3. La rotation ascendante ou descendante du yo-yo se fait toujours dans le même sens, c'est-à-dire soit dans le sens des aiguilles d'une montre, soit dans le sens contraire, selon le lancer initial. Dans la position illustrée à la fiche Géométrie B-15, la rotation est dans le sens des aiguilles d'une montre.

4. Les mouvements du yo-yo rappellent le double mouvement de la Terre : rotation sur son axe et translation autour du Soleil. Évoquez cette analogie et étudiez-la brièvement avec votre groupe.

Problème 8

- Les élèves consultent la fiche Géométrie B-16. Ici encore, vous pourrez concrétiser les concepts de translation et de rotation. Il nous semble important que ce problème soit posé tel quel, sans autre forme d'indice ou d'explication. Le casse-tête n'offre qu'une seule possibilité de solution.
- Quand les élèves croiront avoir reconstitué la bonne séquence, confrontez collectivement les différentes solutions proposées, s'il y a lieu. Laissez-les présenter leurs arguments et en débattre.
- Avec la bonne séquence en main, laissez-les produire le *calepin d'animation* qui donnera vie à cette scène.

Pour y arriver, ils devront découper trois feuilles ($21\frac{1}{2}$ cm sur 28 cm) en quatre parties égales.



Ils colleront ensuite une «photo» sur chacune des douze feuilles du calepin, dans l'ordre approprié. La photo devra être placée dans la moitié de droite pour les droitiers et dans celle de gauche pour les gauchers.

Pertinence du recours aux rotations et aux translations : animation.

Compréhension

Représentations concrète et imagée

Géométrie B-15

Translation et rotation dans l'animation.

Compréhension

Représentation imagée

Géométrie B-16 à
Géométrie B-21

Quelques essais leur suffiront pour découvrir le mouvement du pouce qui permet de feuilleter rapidement les douze pages de manière à voir la scène s'animer.

Il ne leur restera plus qu'àagrafer les feuilles et le tour sera joué.

Problème 9

a) Les élèves lisent la fiche Géométrie B-22.

Discutez avec eux des difficultés que devaient rencontrer nos lointains ancêtres, qui ne possédaient ni boussoles ni compas marins, pour se diriger en mer et dans leurs déplacements en général.

Note : Aujourd'hui encore, notre cercle est divisé en 360 degrés. Chaque degré est subdivisé en 60 minutes, et chaque minute, en 60 secondes. Ce fait nous rappelle les liens historiques qui existent entre les mesures d'angles et de temps.

b) Poursuivez la discussion en vous demandant à voix haute pourquoi les savants de Sumer ont d'abord opté pour une subdivision en 12 puis en 360 parties.

Note : Il est permis de se demander pourquoi les Sumériens ont eu recours à un nombre comme 360 pour subdiviser le cercle. Pourquoi pas 100 ou 400 (comme c'est le cas de la mesure angulaire en grades)? Notre hypothèse à ce sujet est fort simple. Rappelons d'abord que les Sumériens possédaient un système de numération à base soixante (et non à base dix, comme le nôtre). La même question se pose : «Pourquoi soixante?» Examinons le cas particulier du cercle à subdiviser. Il serait commode et fort naturel (pour un esprit éveillé) de pouvoir situer rapidement la moitié, le tiers ou le quart d'un cercle. Diviser en deux, en trois et en quatre est en effet très naturel. La plus simple subdivision qui le permet est **douze**. On ne s'étonne donc pas de trouver le groupement par douze dans de nombreux systèmes de mesure anciens et actuels : deux périodes de douze heures dans une journée, douze subdivisions dans le zodiaque, douze pouces dans un pied (système impérial), douzaine, etc. Cependant, dans un système de repérage angulaire, douze secteurs constituent des repères trop grossiers. Comme 12 est le plus petit nombre divisible par 2, 3 et 4, **60 est le premier nombre divisible par 2, 3, 4 et 5**. Bien que moins grossier, un tel système demeure trop imprécis. Faut-il alors s'étonner que les anciens aient opté pour 360? Il s'agit là, en effet, d'un choix fort judicieux : ce nombre est égal à 6×60 , ce qui le rend divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 et 12, toutes quantités fort usuelles. Ces considérations justifient probablement aussi le choix de la base soixante dans le système positionnel le plus ancien, celui des Babyloniens, 2000 ans avant Jésus-Christ. Il n'est donc pas surprenant de trouver des mesures angulaires échelonnées sur 360° , des degrés subdivisés en 60 minutes et des minutes constituées de 60 secondes. Ajoutons à cela que les Sumériens croyaient que l'année comptait 360 jours. Un jour par degré, c'était trop beau... pour être vrai.

c) Assurez-vous que chaque élève ait clairement perçu l'égalité très importante évoquée à la fiche Géométrie B-22 (quand le cercle représente le cadran de l'horloge) :

1 heure vaut 30 degrés.

Les élèves regardent l'horloge.

— Combien de degrés a parcourus la petite aiguille depuis minuit s'il est :

- 3 h? $3 \times 30^\circ = 90^\circ$
- 7 h? $7 \times 30^\circ = 210^\circ$
- 6 h? $6 \times 30^\circ = 180^\circ$
- 11 h? $11 \times 30^\circ = 330^\circ$
- 9 h? $9 \times 30^\circ = 270^\circ$

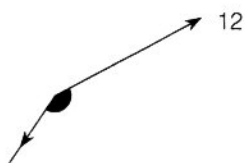
Origine de la mesure d'angles.

**Compréhension
Connaissance**

*Représentations
concrète, imagée et
symbolique*

Géométrie B-22

Angle à estimer



Quelle heure est-il?

Il est 5 h environ. Donc, l'angle mesure près de $5 \times 30^\circ = 150^\circ$. Le problème suivant devrait permettre aux élèves de s'approprier cette technique.

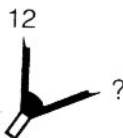
a) Utilisez votre compas géant (ou deux bâtons). Écartez-le d'environ 60° et montrez-le aux élèves dans cette position :



— Quelle est la valeur approximative de cet angle?

Note : Recueillez les estimations sans donner la réponse.

Appuyez votre compas sur le tableau et écrivez 12 au-dessus d'une branche pour désigner la grande aiguille.



— Quelle heure est-il? 2 h.

— C'est facile, de cette façon, d'estimer la mesure de l'angle : $2 \times 30^\circ$.

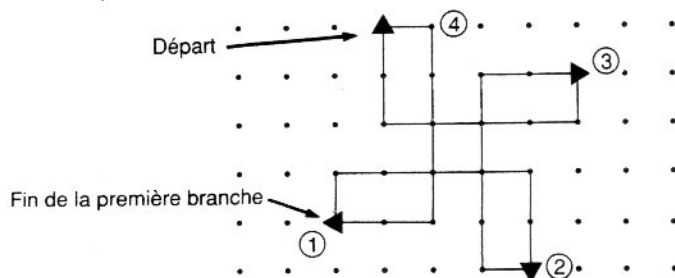
b) Reprenez avec d'autres angles.

- 135° .
- 180° . (Facile, c'est l'angle plat.)
- 30° .
- 240° . (Grand angle.)
- 330° . (Grand angle.)

Les élèves lisent la fiche Géométrie B-28 de leur manuel. Cette fiche traite d'un sujet qu'ils ont déjà abordé dans *Défi Mathématique 5*.

Note : Si vos élèves n'ont jamais abordé ce sujet, soumettez dès maintenant la fiche COUP DE POUCE Géométrie B-35.

a) Reproduisez d'abord sur un acétate la fiche complémentaire Géométrie I et projetez-la au tableau. À la craie, tracez vous-même le SPIRO 1 4 2 en interrompant votre parcours après chaque branche.



Estimation de la mesure d'angles.

Compréhension
Habileté

Représentation concrète

Géométrie B-23 à
Géométrie B-27

Description d'un déplacement dans un plan.

Compréhension
Connaissance

Représentations
concrète, imagée et
symbolique

Géométrie B-28

Note :

Ce qu'il faut savoir d'un SPIRO

1. Le ver (éventuellement le curseur à l'écran de l'ordinateur en langage LOGO) se déplace en laissant derrière lui une trace.
2. Pour réaliser la première branche, il tourne à droite de 90° , avance d'une unité, tourne encore à droite de 90° , avance de quatre unités, tourne à droite de 90° et avance de deux unités. D'où son code SPIRO 1 4 2. Ce petit manège est repris trois autres fois.
3. Après la quatrième branche, le ver revient toucher son point de départ.
4. La rosace ainsi obtenue s'appelle un SPIRO.

b) — Sais-tu traduire ce parcours en utilisant le langage LOGO? C'est :

POUR SPIRO 1 4 2

RÉPÈTE 4 [DROITE 90

AVANCE 1

DROITE 90

AVANCE 4

DROITE 90

AVANCE 2]

FIN

Notes : 1. Aucun retour de chariot ne doit être effectué à l'intérieur des crochets.

2. Ne pas oublier les espaces SPIRO _1_4_2.

3. Les commandes DROITE et AVANCE peuvent être abrégées : DR et AV.

4. Pour en savoir plus sur les SPIROS :

- GARDNER, Martin. «Mathematical Games», *Scientific American*, 229 (Novembre 1973), 116-123.
- KENNEY, Margaret et Stanley BEZUSZKA. «Square Spirolaterals», *Mathematics Teaching*, 95 (Juin 1981), 26-27.
- ODDS, Frank C. «Spirolaterals», *Mathematics Teacher*, 66 (Février 1973), 121-124.
- SCHWANDT, Alice Kaseberg. «Spirolaterals : Advanced Investigations from an Elementary Standpoint», *Mathematics Teacher*, 72 (Mars 1979), 166-169.

Géométrie B-29

Problème 12

De nouveaux SPIROS

Au tableau, projetez une copie sur acétate de la fiche complémentaire Géométrie XVIII. Distribuez à vos élèves une copie de la fiche complémentaire Géométrie XIX. (Puisqu'il en faudra probablement plus d'une, utilisez des copies recto verso.)

— Nous allons maintenant créer de nouveaux SPIROS. La grille de base ne permet plus ici les virages à 90° . Le ver doit toujours se déplacer d'un point à l'autre. Je ne t'en dis pas plus. À toi de découvrir ces nouveaux SPIROS et leurs lois.

Certaines pistes de recherche :

Note : Évitez de fournir trop tôt ces pistes. Une exploration personnelle s'impose.

1. Ce type de grille pointée autorise des virages à 60° ou à 120° . Les commandes ressembleront donc à :

DR 60
AV 1
DR 60
AV 4
etc.

ou

DR 120
AV 1
DR 120
AV 4
etc.

Description de déplacement.

Habileté

Représentations imagée et symbolique

2. Selon le nombre d'entrées accordées aux SPIROS, les tracés varient en forme et en complexité (voir les pages suivantes).
3. Si vos élèves ont accès à l'ordinateur, vous avez tout ce qu'il faut pour lancer une formidable recherche scientifique. En effet, les enfants seront libérés (à partir du moment où ils auront réalisé quelques essais) du fardeau de tracer chacun des SPIROS, ce qui leur permettra de se concentrer davantage sur la recherche. C'est un fort bel exemple de la contribution de l'ordinateur qui libère l'esprit, mais jamais ne le remplace... La formule suivante devrait leur être livrée. Elle permet de programmer un SPIRO à cinq entrées avec des virages à 60°.

POUR SPIRO	:A :B :C :D :E
RÉPÈTE 6 [DR 60 AV :A
	DR 60 AV :B
	DR 60 AV :C
	DR 60 AV :D
	DR 60 AV :E]
FIN	

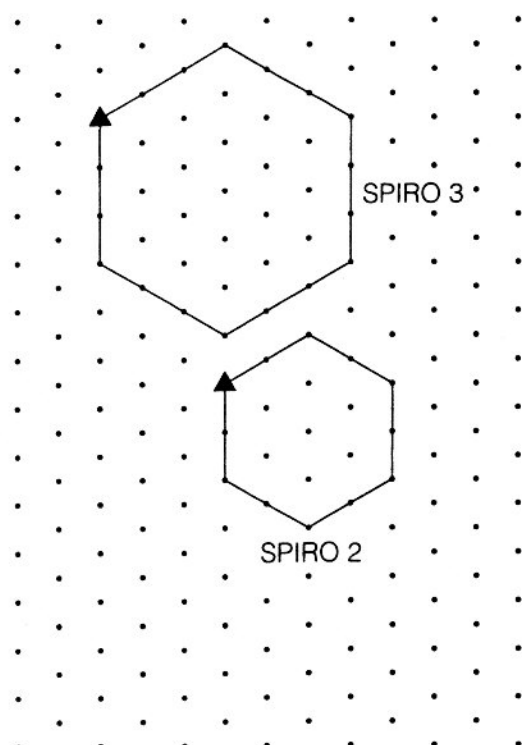
Lorsqu'ils auront tapé exactement cette formule en LOGO, il ne leur restera plus qu'à entrer, par exemple, SPIRO 10 20 10 20 30 pour que l'ordinateur trace.

4. La fiche SUPER AS Géométrie B-36 ajoute quelques sujets de recherche.

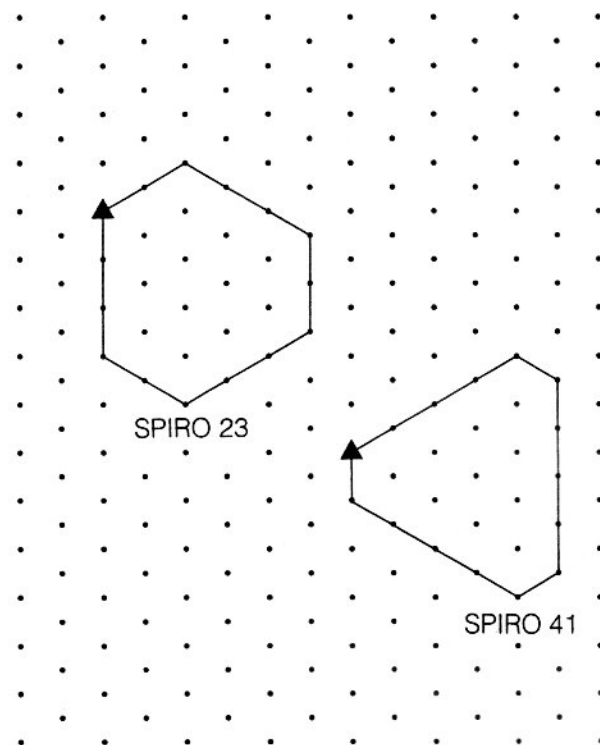
Géométrie B-30

SPIROS sur papier triangulé (1)

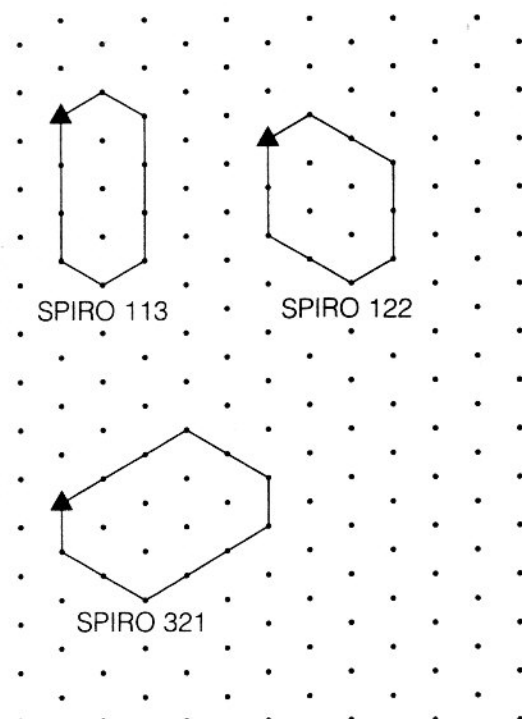
Virages à 60° : domination de l'hexagone.



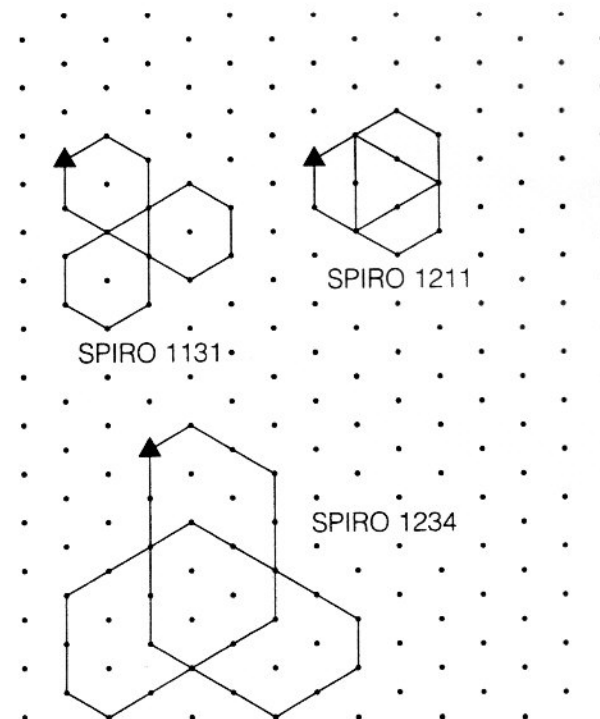
Bouclent après six branches et donnent un hexagone régulier.



Bouclent après trois branches et donnent un hexagone symétrique, en écu.



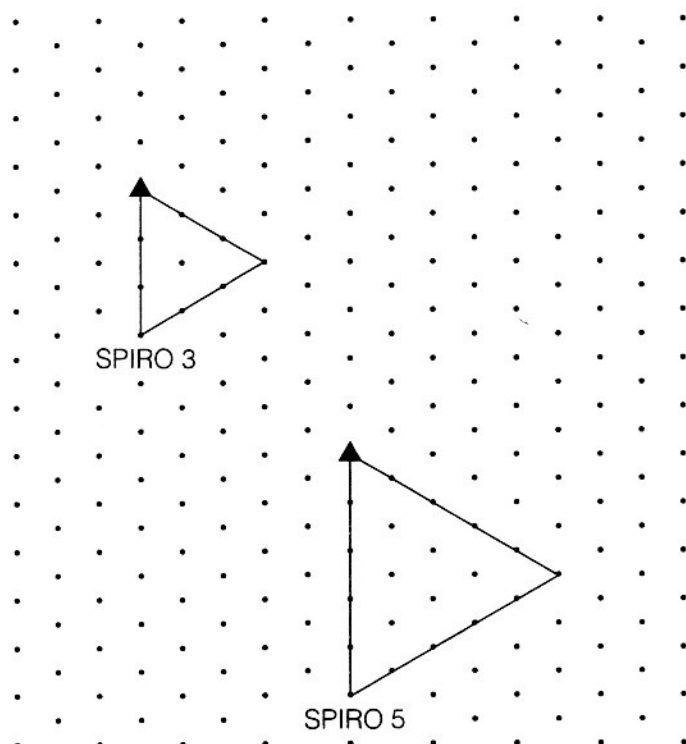
Bouclent après deux branches et donnent un hexagone *parfois* symétrique.



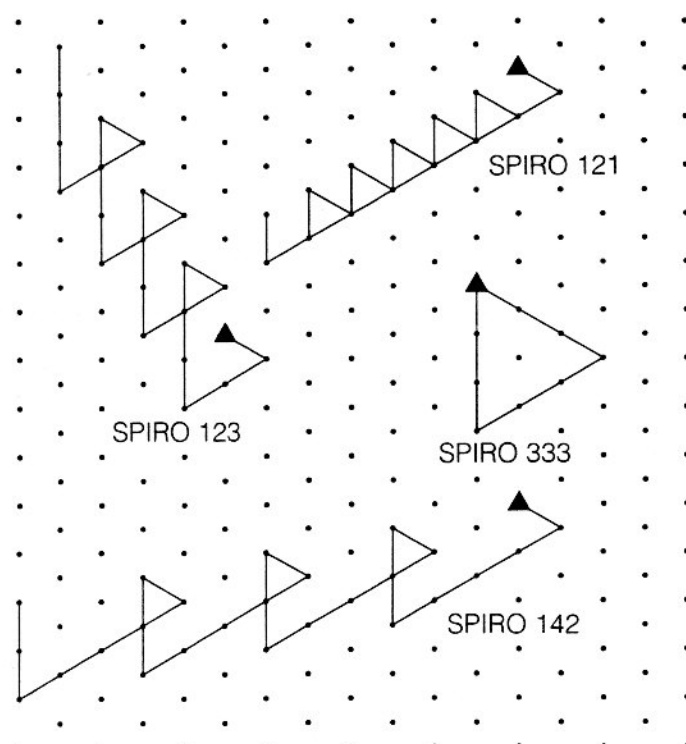
Bouclent après trois branches et donnent des formes variées.

SPIROS sur papier triangulé (2)

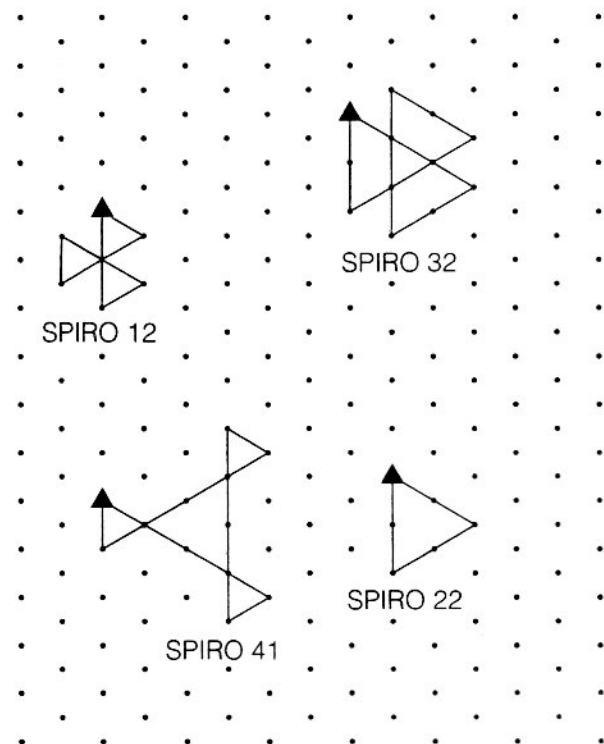
Virages à 120° : domination du triangle.



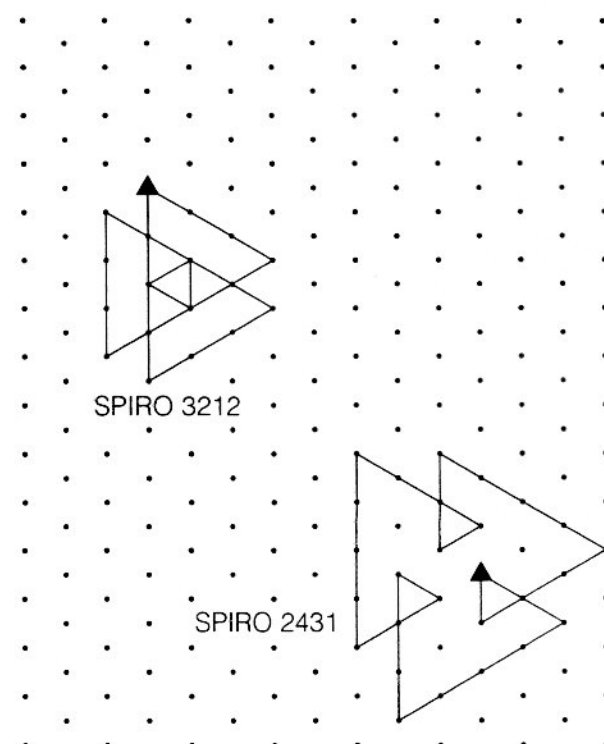
Bouclent après trois branches et donnent un triangle équilatéral.



Ne bouclent pas toujours.
Donnent une frise dans ce cas.



Bouclent après trois branches et donnent des *trèfles*.



Bouclent après trois branches et donnent des *trèfles*.

Bloc C

Objectif-synthèse : Réaliser des constructions géométriques planes.

Évaluation

En réalisant les activités de ce bloc, assurez-vous que les élèves réussissent seuls à :

- a) mesurer un segment de droite à l'aide d'un compas;
- b) tracer et à mesurer un angle avec précision;
- c) tracer un polygone, connaissant certaines de ses caractéristiques;
- d) tracer une circonférence;
- e) utiliser le compas pour séparer un angle ou un segment en deux parties égales;
- f) associer la pente d'un escalier à une fraction et à un angle.

Toutes les activités et toutes les fiches de ce bloc peuvent servir à l'évaluation.

Activités

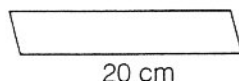
Matériel

Pour l'enseignant-e :

Instruments de géométrie de grand format (compas, rapporteur, équerre, règle).

Pour chaque élève :

- une règle graduée en millimètres, un rapporteur d'angles et un compas;
- une règle à araser, c'est-à-dire une pièce de carton mesurant environ 20 cm de longueur et ayant un côté bien droit :



Aucun des quatre angles de cette règle n'est droit.

Ces règles peuvent facilement être coupées à l'aide d'un massicot dans du carton ondulé (épais).

- un tangram.

À l'école des géomètres

Problème 13

Les élèves lisent les fiches Géométrie C-37 et Géométrie C-38.

Après avoir exposé le contexte historique, invitez les élèves à sortir un crayon à mine et leur compas. Distribuez à chacun une règle à araser (voir le matériel au début de ce bloc) et du papier blanc (ni ligné, ni quadrillé).

Le problème de la fiche Géométrie C-38 ne vise qu'à plonger vos élèves dans le contexte de la géométrie antique qui a donné naissance aux techniques élémentaires de construction de figures planes.

Techniques élémentaires de construction géométrique plane.

Compréhension

Représentation imagée

Géométrie C-37
Géométrie C-38

Notes : 1. Il est entendu qu'il ne faut pas s'attendre, dans ce premier problème, à autre chose qu'à des tâtonnements peu fructueux. Les problèmes subséquents permettront aux élèves d'acquérir progressivement les habiletés visées. Ce n'est qu'après qu'ils pourront accéder au titre de **géomètre**. Constatez avec eux (et avec humour) qu'ils ont grand besoin d'aller à l'école des géomètres...

2. Dessin attendu :  , impeccablement tracé, évidemment.

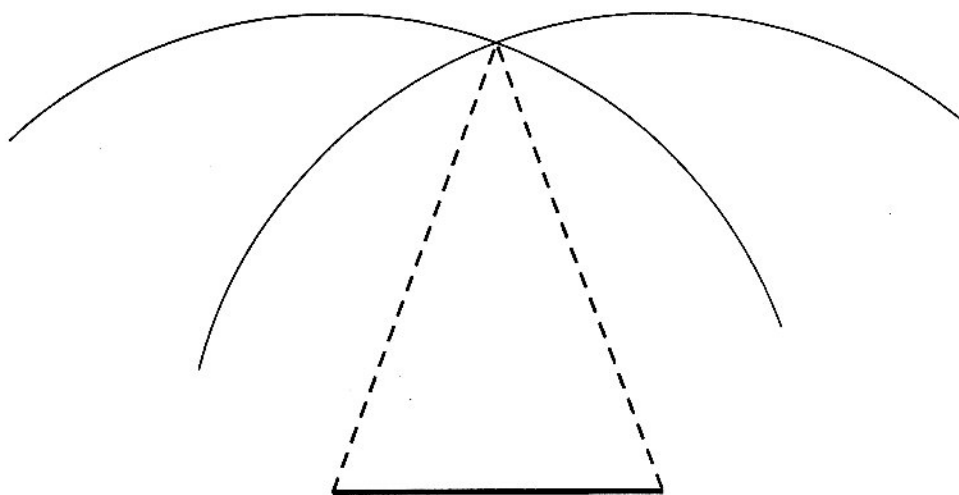
Cela est possible, mais *il serait étonnant que la plupart des élèves y parviennent* avec les outils autorisés. Promenez-vous avec une règle graduée et une équerre pour démontrer les imprécisions des dessins.

Si, par un incroyable coup du destin, un élève inventait un procédé correct et structuré, décernez-lui son diplôme et nommez-le tout de suite géomètre en chef! Il ne lui restera plus qu'à enseigner sa science à ses camarades. Sinon, ne donnez aucune solution pour expliquer le procédé *secret* des géomètres. Profitez de

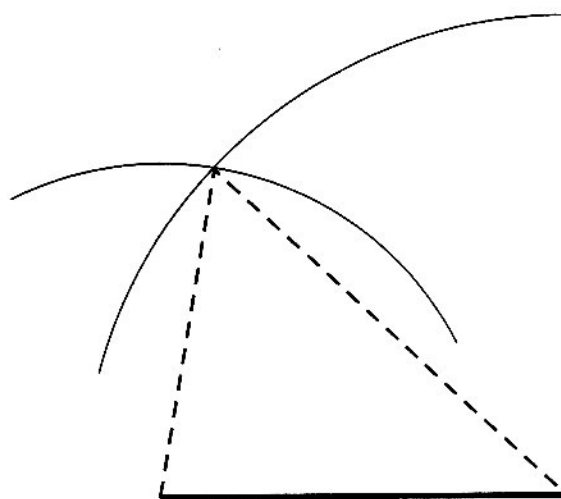
Les cahiers d'Ahmes (1)

Voici ce que l'on peut trouver dans les cahiers d'Ahmes au sujet des épreuves de l'école des géomètres.

Épreuve 2



Épreuve 3



ce défi pour introduire la série d'épreuves (fiches et problèmes suivants) qui transportera vos élèves à l'école des géomètres. Le numéro 6 de la fiche Géométrie C-42 fera un retour sur la tâche que vous laissez temporairement de côté.

3. Le terme **géomètre** vient du grec (*gé* : terre et *metron* : mesure). Parler des *géomètres de l'Égypte des pharaons* constitue donc un anachronisme qu'on nous pardonnera volontiers, nous l'espérons. En effet, bien que les Grecs du premier millénaire avant Jésus-Christ aient été les premiers à ériger la géométrie au rang de science, les Égyptiens en avaient découvert de nombreux aspects fondamentaux mille ans avant eux. (Voir les rappels mathématiques au mot *Polygone*.)

Problème 14

Les épreuves

Les fiches du manuel de l'élève présentent la suite des activités. Seuls les instruments permis au problème précédent sont autorisés : règle à araser et compas.

Invitez chaque élève à fabriquer son propre carnet de géomètre où il pourra tracer les figures demandées. Utilisez le verso de demi-feuilles qui ont déjà servi. Soyez très exigeant-e en ce qui concerne les traces de compas que l'élève doit laisser pour démontrer sa démarche de construction.

Épreuve 1

Le compas peut être employé, comme n'importe quel bout de bois, en le plaçant le long du segment à mesurer. Vos élèves vous proposeront certainement cette méthode qui risque de manquer de précision. Demandez-leur d'en inventer d'autres. Ont-ils pensé à mesurer les segments au moyen de l'ouverture du compas?

Au moment où les élèves présenteront leur solution au numéro 3 de cette épreuve, insistez (à moins qu'ils ne l'aient déjà découvert) sur le fait qu'il existe un nombre infini de points *c* répondant aux exigences posées. Le lieu géométrique ainsi créé est une *circonférence*. Cette découverte est fondamentale et essentielle dans la poursuite des activités.

Épreuve 2

Cette épreuve peut être résolue grâce aux découvertes de l'épreuve 1. Aux élèves qui ne peuvent la solutionner, montrez les *Cahiers d'Ahmes* (voir les pages 216 à 218 de ce guide) en guise d'indice. Laissez-les analyser les traces que le géomètre a laissées (épreuve 2). N'expliquez pas les techniques sans leur allouer une période de réflexion et d'essais personnels suite à l'observation des schémas.

Le point (sommet) recherché se trouve à l'intersection des deux circonférences égales tracées à partir des extrémités du segment.

Autre découverte essentielle : *il y a deux solutions, deux triangles symétriques formant un losange*.

Épreuves 3 et 4

Ces épreuves généralisent la situation de l'épreuve 2. Ne montrez les *Cahiers d'Ahmes* qu'en dernier recours.

Épreuve 5

Transfert de la découverte de l'épreuve 2. Ne le dites pas (on y revient à l'épreuve 7), mais ce procédé formidable permet ultimement de trouver le milieu d'un segment... là où tombe la perpendiculaire.

Épreuves 6, 7 et 8

Ces épreuves sont des généralisations essentielles. Au besoin, laissez passer quelques jours avant de montrer les *Cahiers d'Ahmes*.

Note : Les activités des fiches Géométrie C-42 et Géométrie C-43 pourraient être proposées comme une recherche personnelle étalée sur quelques semaines.

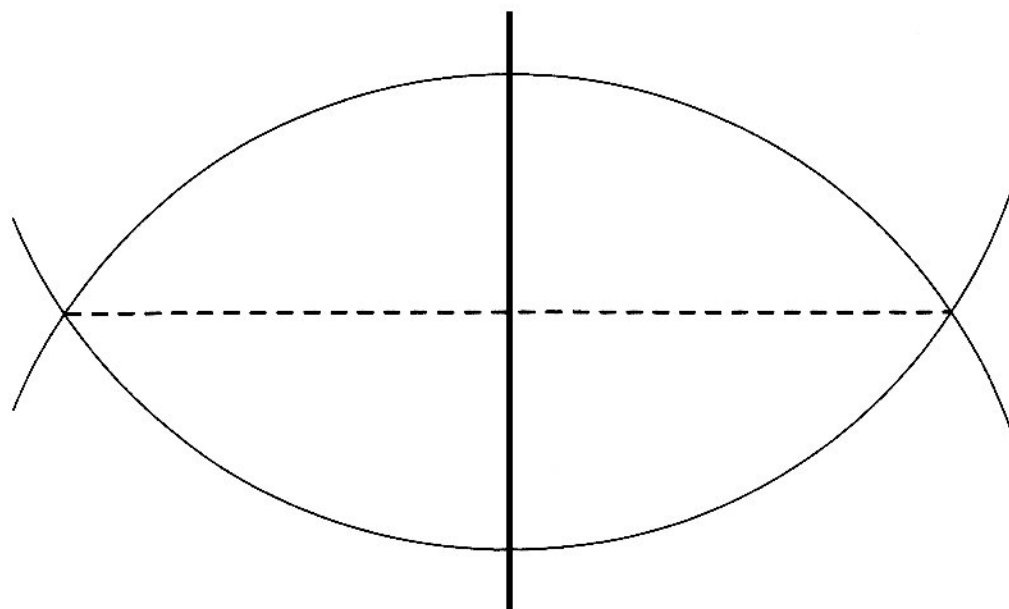
Techniques élémentaires de construction géométrique plane.

**Habileté
Connaissance**

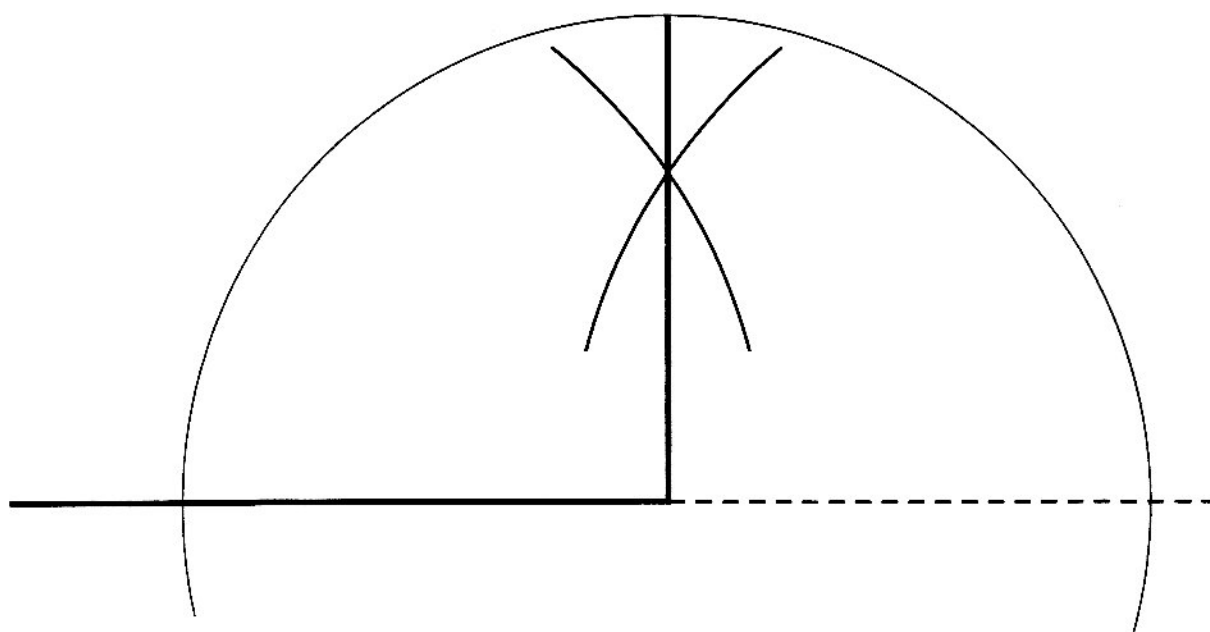
*Représentations
concrète et imagée*

Géométrie C-39 à
Géométrie C-45

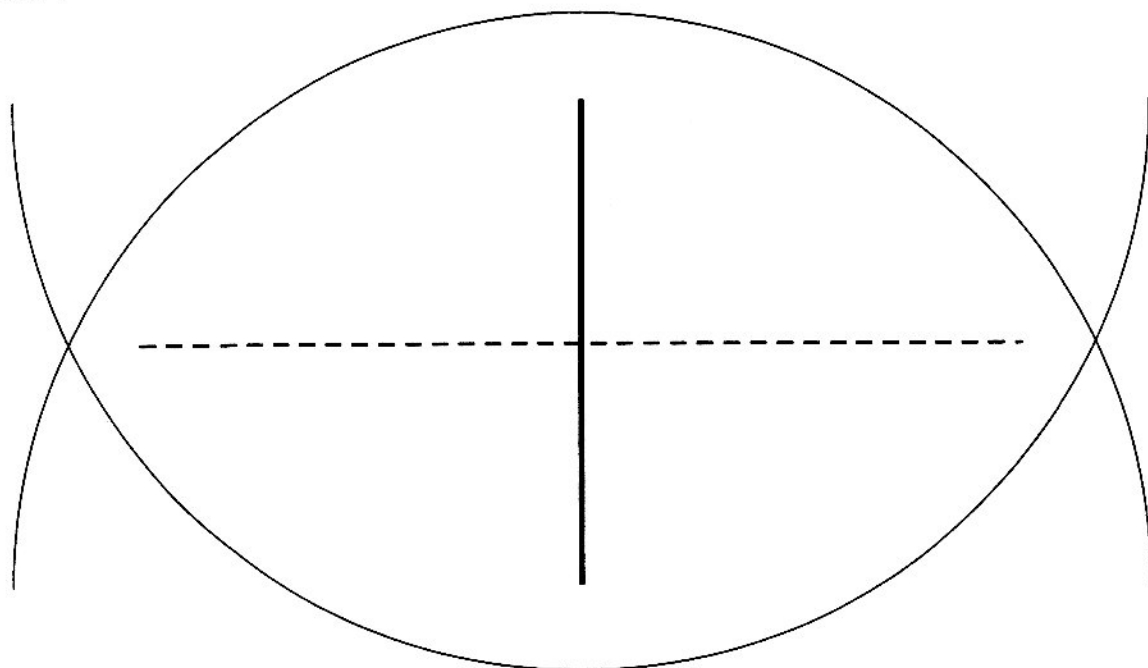
Épreuve 5



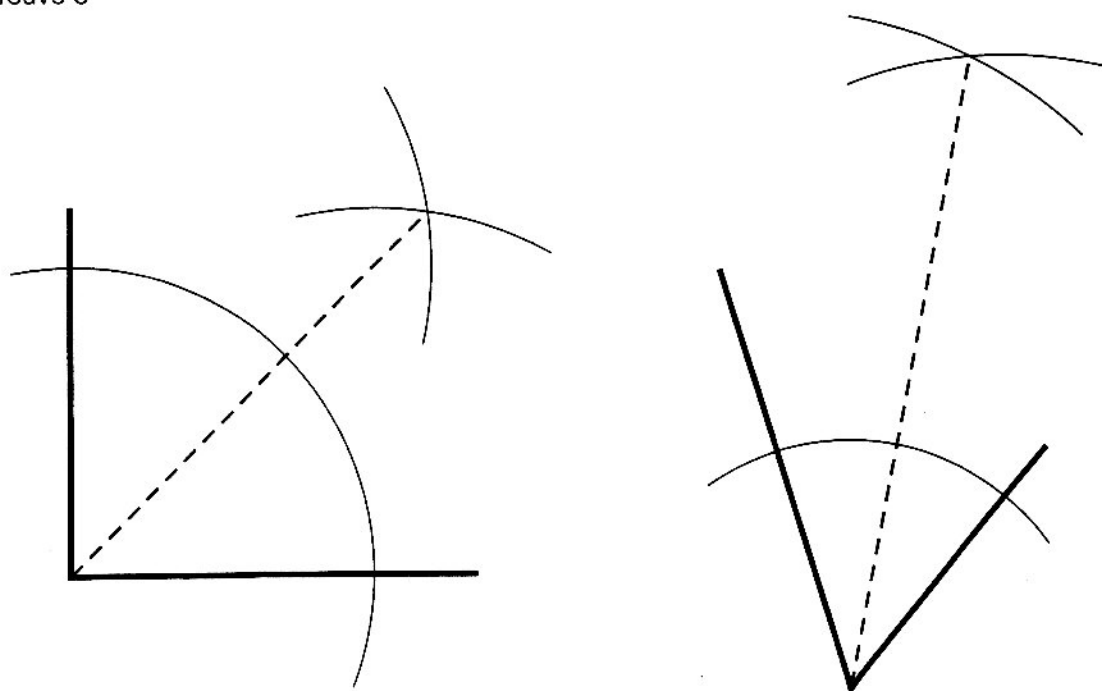
Épreuve 6



Épreuve 7



Épreuve 8



- Mesurer le rapport MARCHE — CONTREMARCHE. Ici encore, il y a deux possibilités. Par exemple, pour l'escalier ① : marche (2) — contremarche (1) ou contremarche (1) — marche (2). On pourrait noter ces deux solutions à l'aide des fractions $\frac{2}{1}$ ou $\frac{1}{2}$ respectivement. Ici encore, on choisira la notation $\frac{1}{2}$ pour l'escalier ① (et donc $\frac{2}{1}$ pour l'escalier ③), ce qui permettra de voir croître la mesure de la pente dans la même proportion que la raideur de la pente : $\frac{2}{1} > \frac{1}{2}$. Donc, l'escalier ③ est plus à pic que l'escalier ①.
- c) — Classons maintenant nos escaliers avec précision, selon qu'ils sont faciles ou non à escalader. Utilisons la mesure de pente avec des fractions. Du moins raide au plus raide : ④, ⑥ et ①, ②, ⑤ et ③, soit $\frac{1}{4} < \frac{2}{4} = \frac{1}{2} < \frac{1}{1} < \frac{3}{2} < \frac{2}{1}$. Les escaliers ⑥ et ① sont équivalents; leurs pentes sont égales et parallèles.

Note : Faites remarquer qu'avec cette notation, l'escalier *normal* a une pente de $\frac{1}{1}$ ou 1, ce qui permet un excellent repère concret : la pente d'un escalier plus à pic qu'un escalier normal sera supérieure à 1, alors que l'escalier moins à pic aura une pente inférieure à 1.

Problème 17

— Un architecte reçoit la commande suivante : dessiner un escalier dont la pente sera de $\frac{3}{5}$.

Les architectes en herbe doivent tracer cet escalier sur du papier quadrillé ou sur un géoplan. Il faut aussi mesurer l'angle d'inclinaison de cet escalier. L'as architecte devrait également découvrir la hauteur de la contremarche d'un tel escalier, sachant qu'une marche mesure 30 cm de largeur. Pente de $\frac{3}{5}$, angle de 31° environ, marche de 30 cm, contremarche de 18 cm.

Connaissance

Pente d'un escalier :
symbolisation
fractionnaire.

Compréhension

*Renversement :
de la représentation
symbolique aux
représentations imagée
et concrète*

Géométrie C-47 à
Géométrie C-50

Problème 15

Les élèves consultent la fiche Géométrie C-46. Distribuez la fiche complémentaire Géométrie XX.

- Voici un plan à l'échelle qui montre l'aménagement d'une cour où l'on a prévu installer un escalier. Cet escalier doit relier la galerie au sol de manière que :
- toutes les marches soient droites et de mêmes dimensions;
 - la dernière marche soit constituée par l'épaisseur du rebord de la galerie;
 - l'inclinaison soit raisonnable.

Note : Pour cette dernière caractéristique, invitez-les à apporter leur plan à la maison pour une exploration préalable.

- Peux-tu tracer et décrire cet escalier sachant qu'un carré représente une grandeur réelle de 5 cm sur 5 cm. ☞ L'escalier sera constitué exactement de cinq marches mesurant 20 cm de hauteur (contremarche). La profondeur de la marche peut varier. ☞

Notes : 1. Profitez des différences possibles (profondeur de la marche) pour souligner que certains escaliers sont plus à pic que d'autres et demandent plus d'effort. Recherchez l'escalier *idéal*.

2. L'escalier idéal aurait probablement des marches d'environ 25 cm de profondeur. Il serait donc légèrement moins à pic que l'escalier *normal* (marche et contremarche égales) que plusieurs auront choisi.

Problème 16

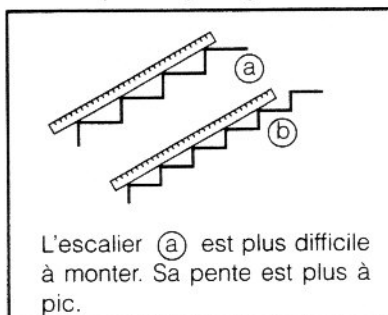
Projetez maintenant une reproduction sur acétate de la fiche complémentaire Géométrie XXI.

- a) — Voici des escaliers différents. Il y en a qui seraient plus difficiles à monter que d'autres. Essayons de les classer.

Notes : 1. Pour une première classification, laissez-les y aller intuitivement. Utilisez deux règles de bois que vous appuierez sur les marches pour départager les cas les plus difficiles. Cette classification risque de créer des divergences d'opinions. *Ces divergences sont nécessaires. Elles créent le besoin de mettre au point des moyens de mesure plus précis.*

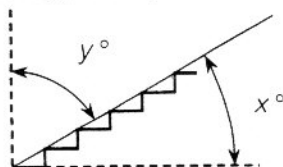
2. Ne le dites pas, mais deux escaliers ont la même inclinaison (① et ⑥). Attendez au problème suivant qui réglera ce cas.

3. Les écoliers qualifieront probablement l'escalier ② de «normal».



- b) — Nous aurions certainement besoin d'un moyen efficace pour mesurer la PENTE d'un escalier. *Un peu plus penché* ou *un peu moins penché* sont des expressions très imprécises. Comment mesurer *précisément* la pente d'un escalier? ☞ Les élèves proposeront probablement ces deux moyens :

- Mesurer l'angle. Il y a alors deux possibilités (x° ou y°). Ils préféreront probablement l'angle au sol qui croît dans la même proportion que la pente : plus l'angle est grand, plus la pente est raide.



Pertinence de mesurer une pente.

Compréhension

Représentations imagée et concrète

Géométrie C-46

Mesure de la pente : angle ou rapport.

Compréhension

Passage de la représentation imagée à la représentation symbolique

FICHE COMPLÉMENTAIRE

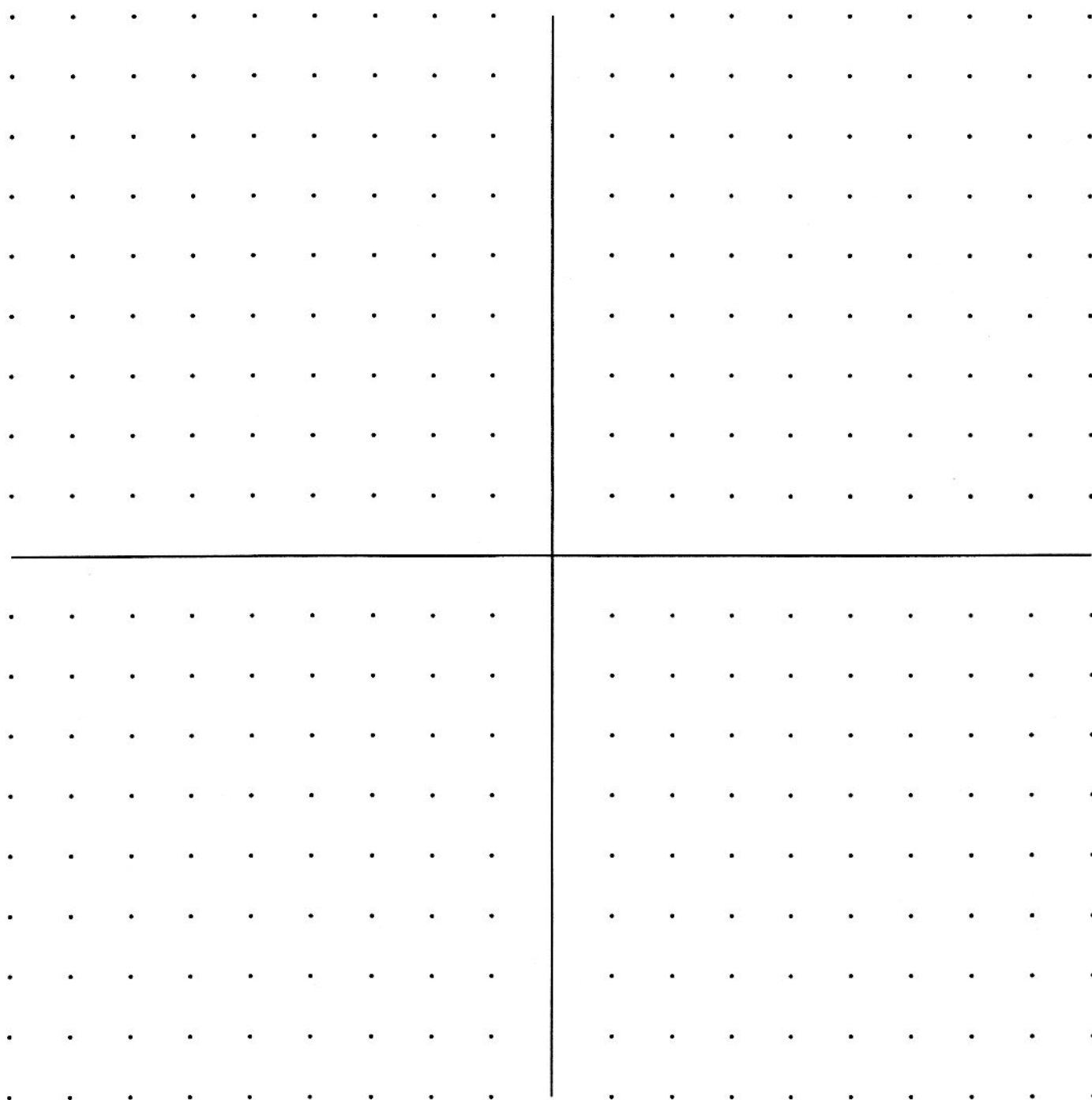
Géométrie I



FICHE COMPLÉMENTAIRE

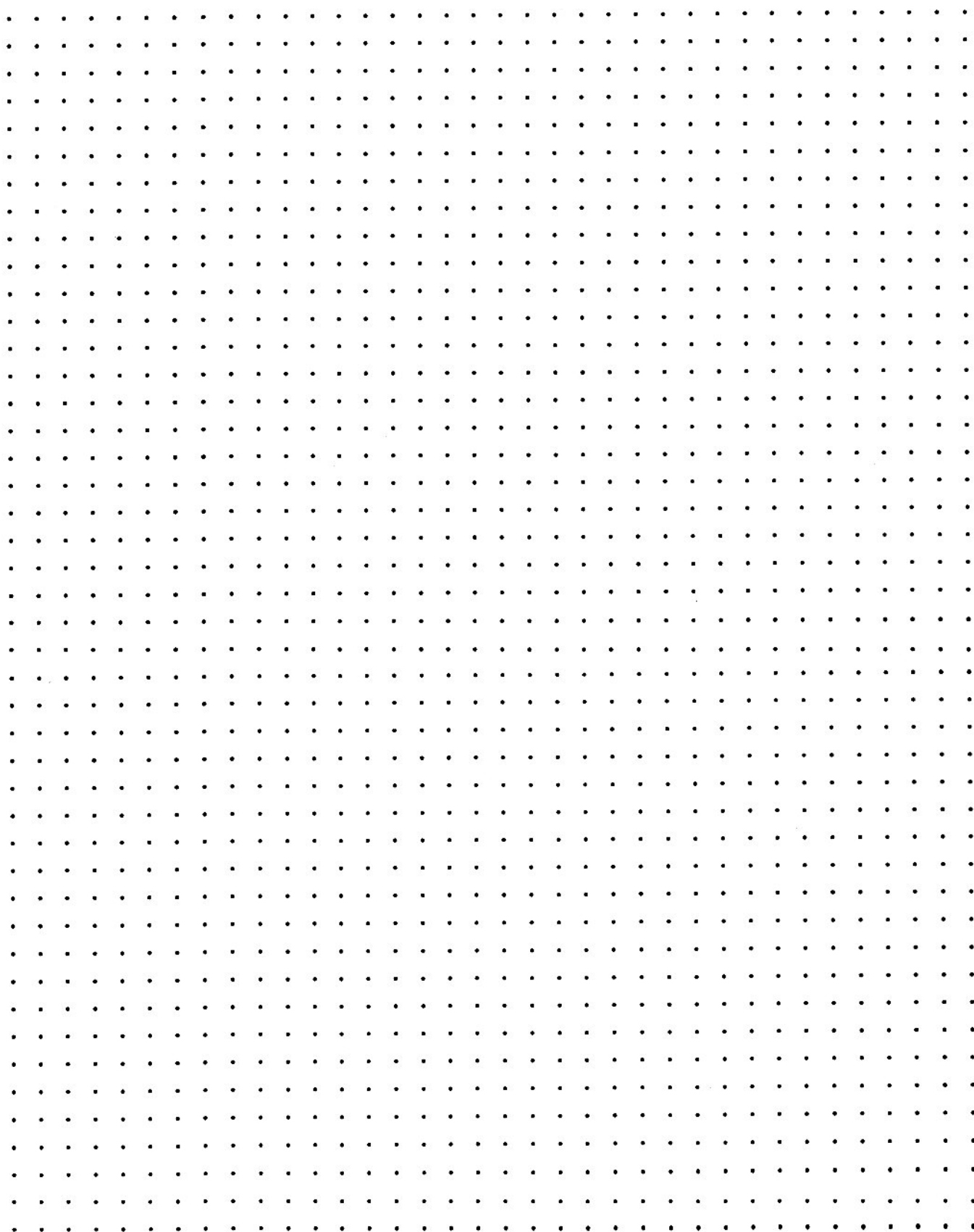
Géométrie II

À votre tour maintenant de préparer un problème semblable à celui des fiches Géométrie A-1 et Géométrie A-2. Disposez différemment votre forteresse en utilisant les mêmes objets, mais en choisissant un nombre différent de gardes. Tracez un croquis des quatre côtés et conservez un plan de la vue aérienne exacte (solution). Soumettez votre énigme à vos camarades. A-t-elle une solution unique?



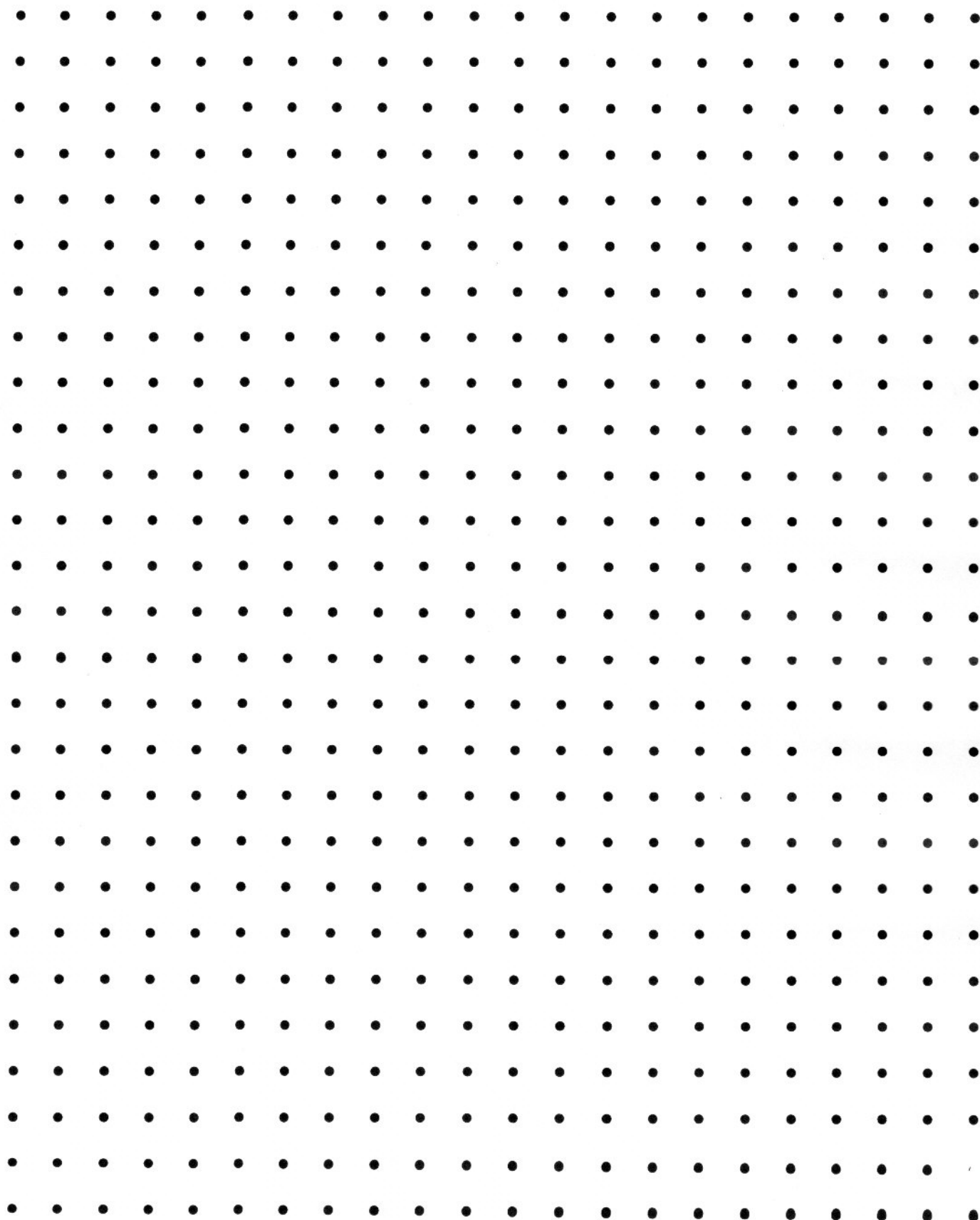
FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie III



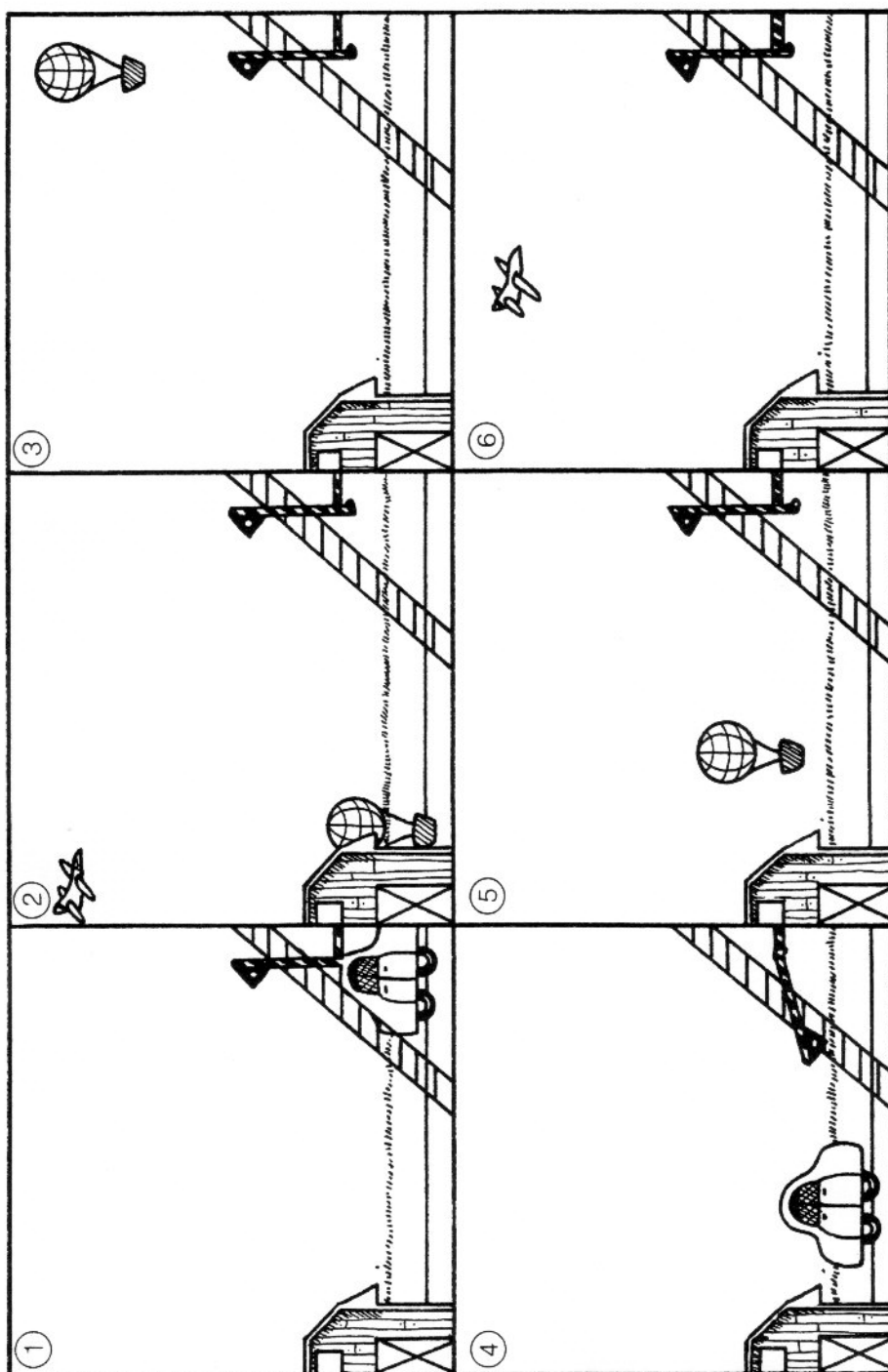
FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie IV



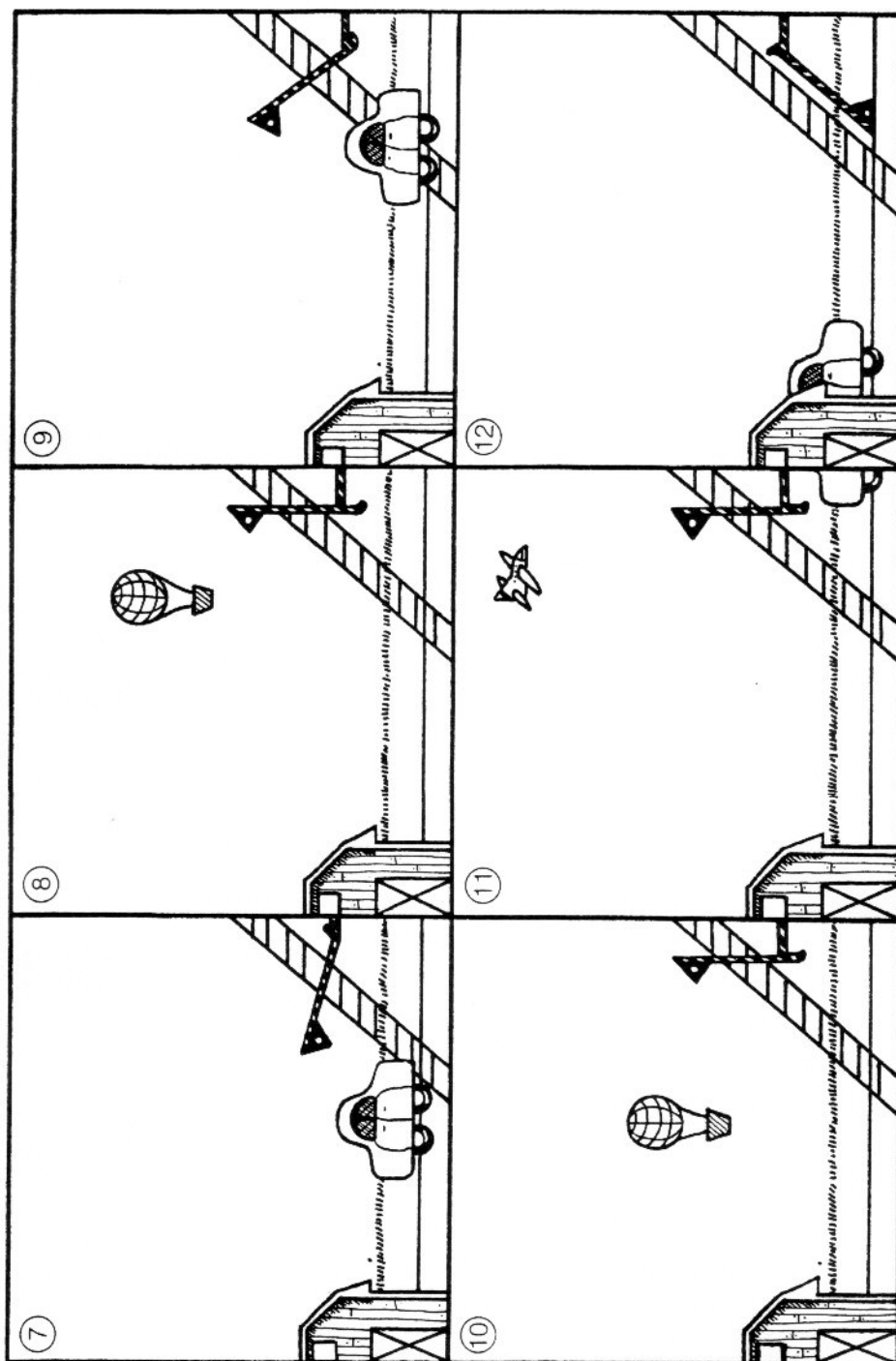
FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie V



FICHE COMPLÉMENTAIRE

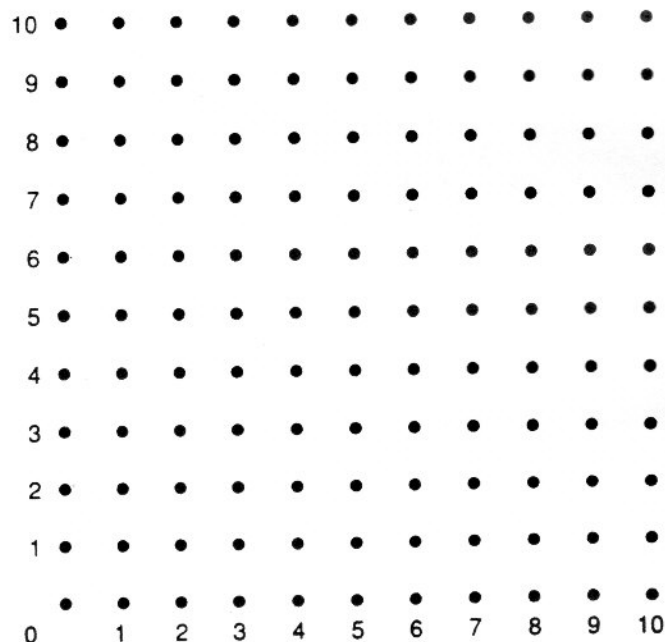
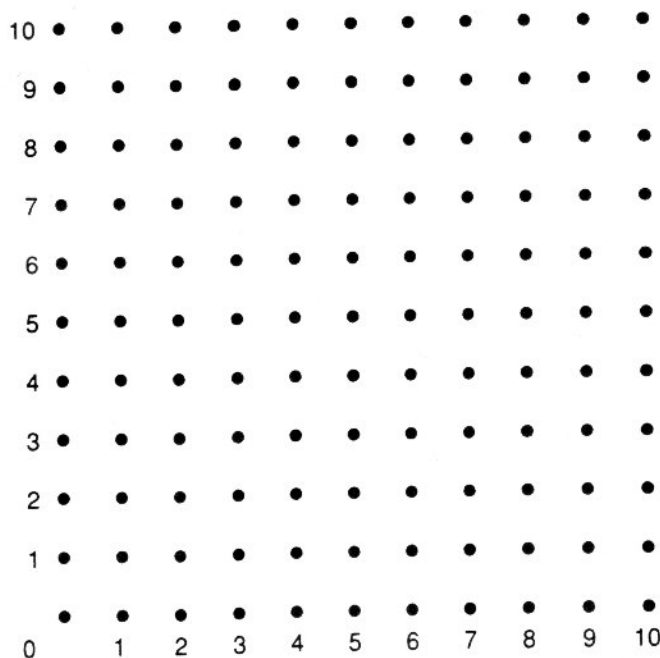
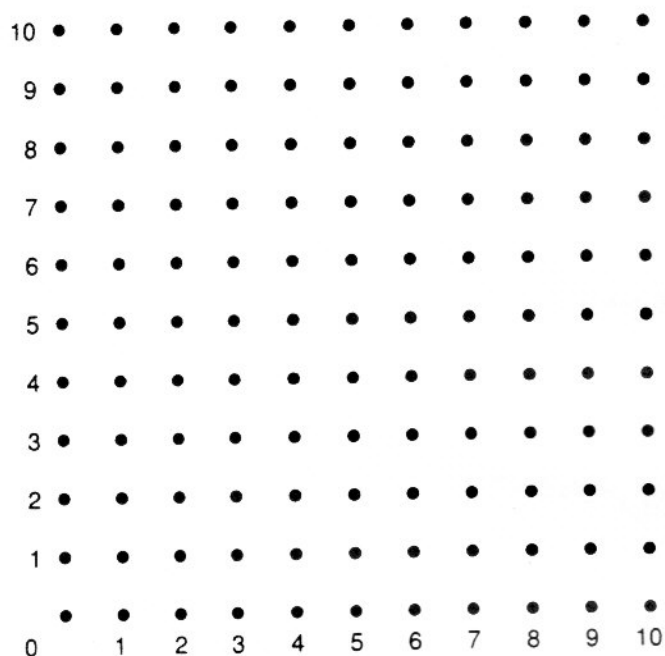
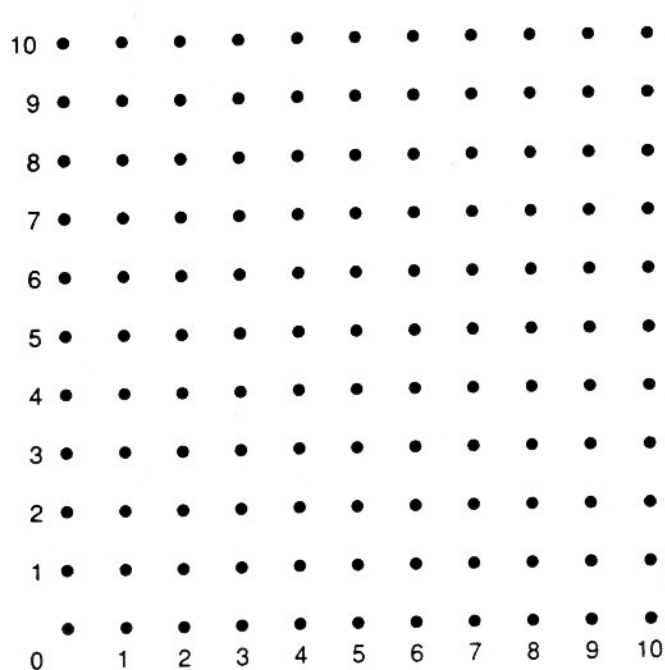
Géométrie VI



FICHE COMPLÉMENTAIRE

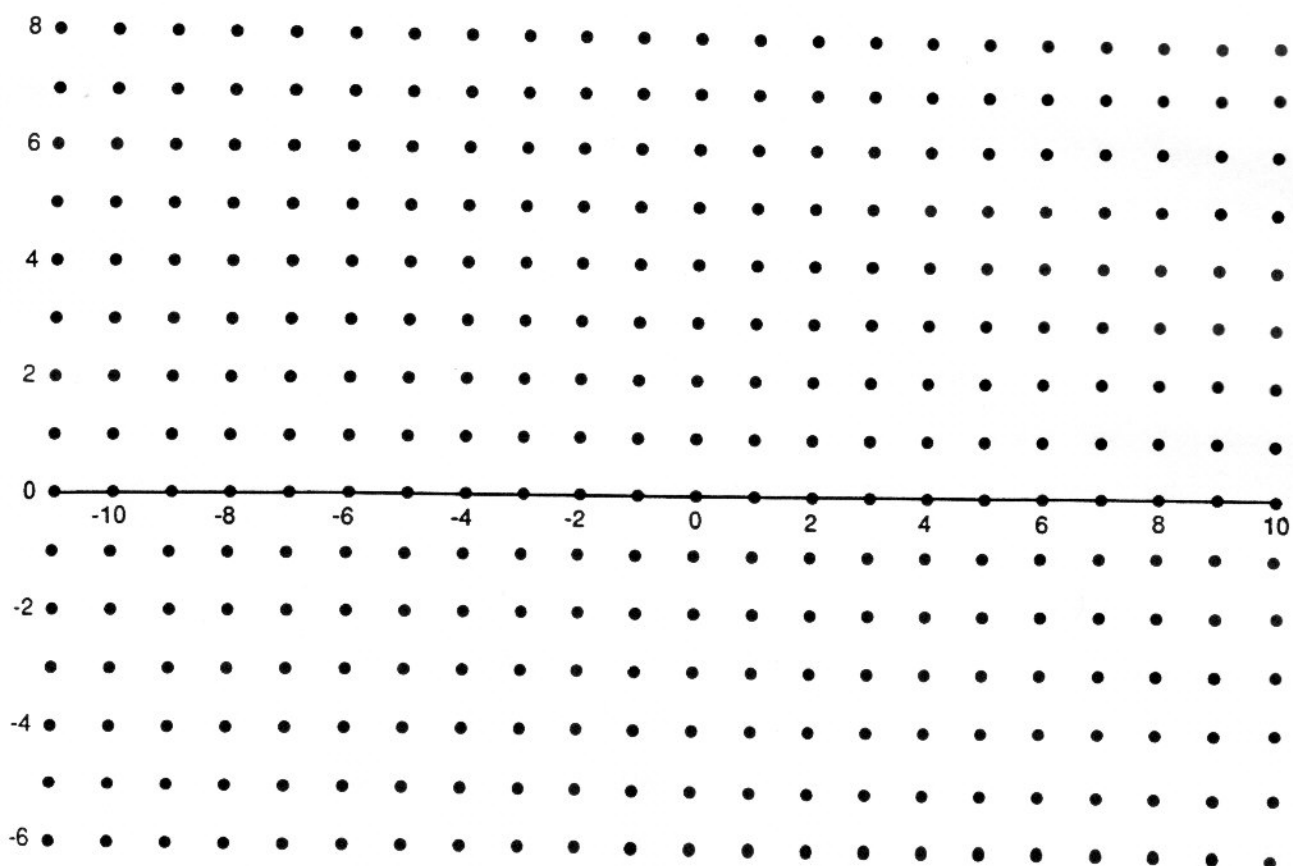
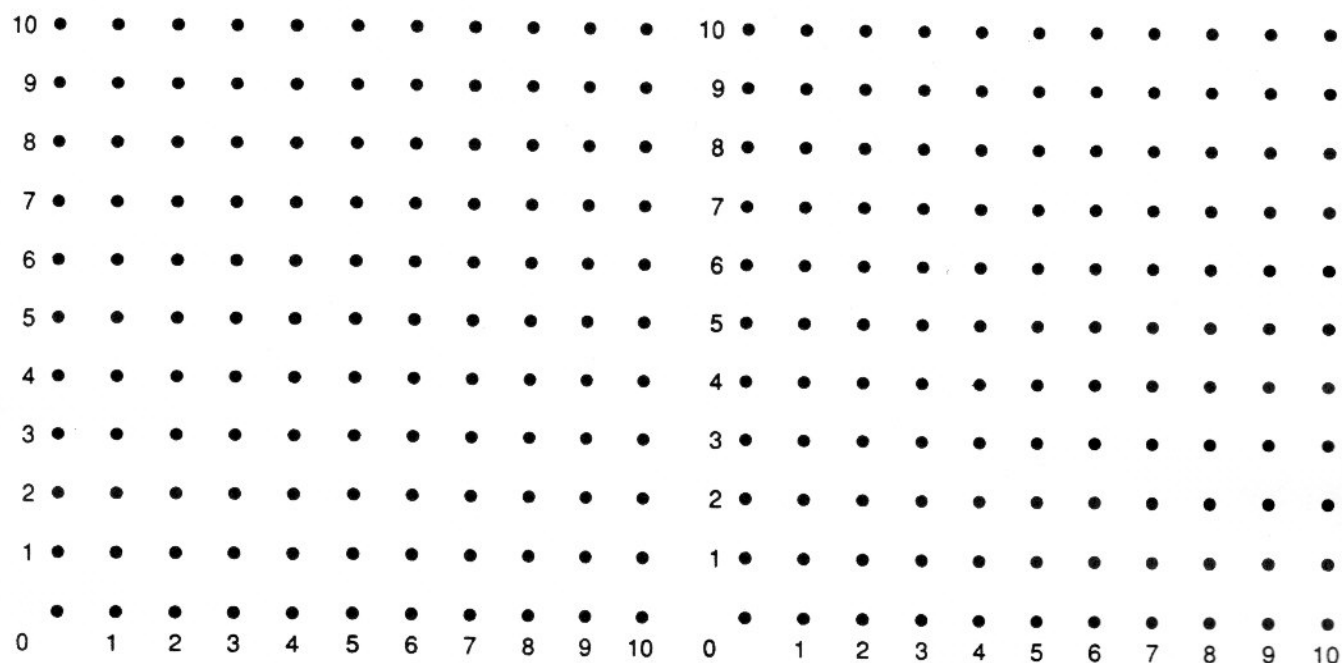
Géométrie VII

Dessine les six images demandées à la fiche Géométrie B-18, numéro 1.



FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie VIII

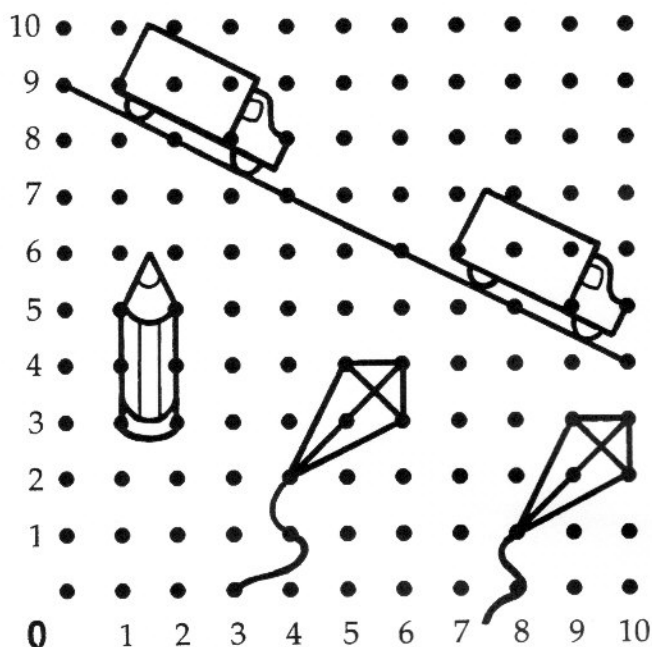


FICHE COMPLÉMENTAIRE

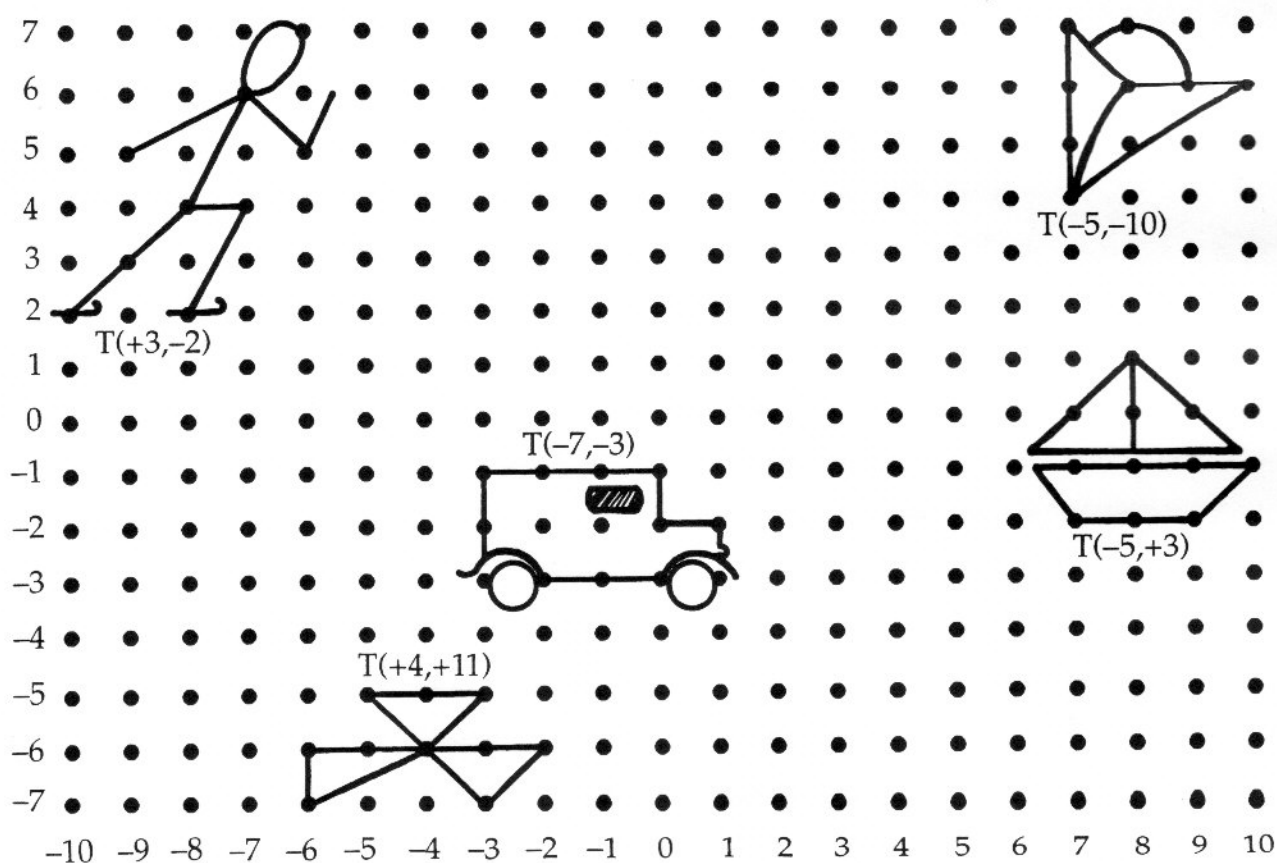
Géométrie IX

1. Voici un code qui permet de décrire une translation dans un plan cartésien. Le camion a subi une translation $T(+6, -3)$ pour descendre la côte.

- Que signifie $T(+6, -3)$?
- Le cerf-volant a glissé de la droite vers la gauche. Quel est le code qui décrit cette translation?
- Dessine le crayon après $T(+6, -1)$.



2. Voici divers objets qui vont subir la translation décrite. Dessine-les dans leur nouvelle position.

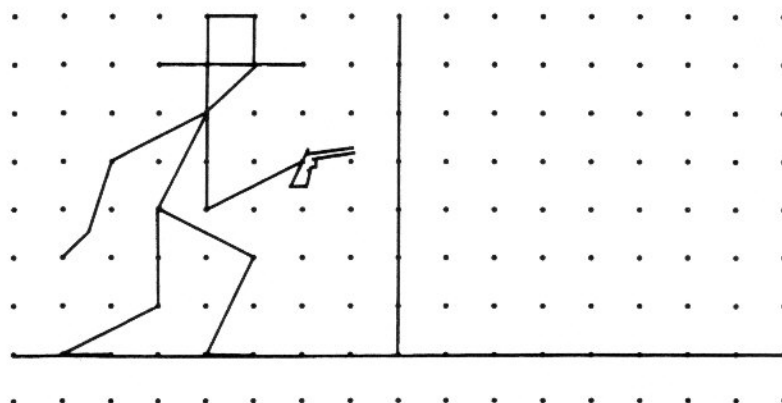


FICHE COMPLÉMENTAIRE

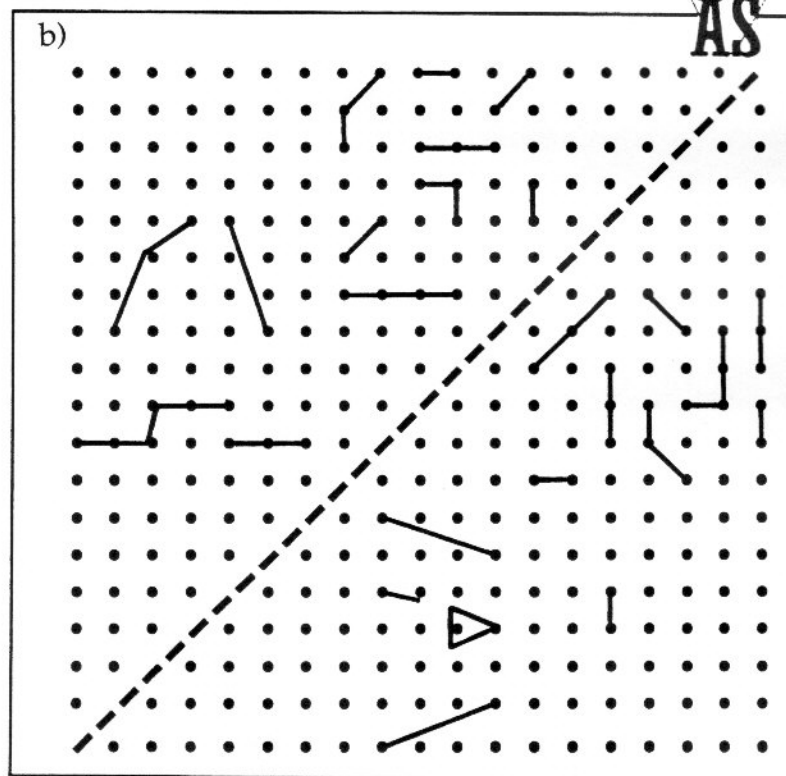
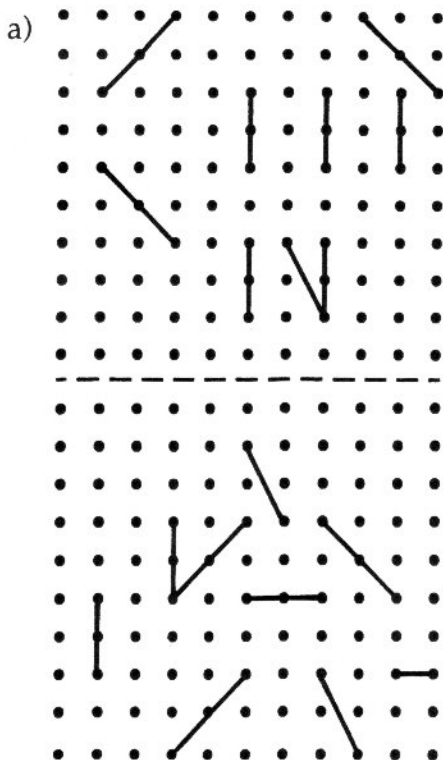
Géométrie X



1. Billy La Casse voulait absolument savoir s'il pouvait dégainer plus vite que son reflet dans le miroir.
 - a) Dessine le reflet de Billy dans le miroir à cet instant précis.
 - b) À l'origine, ce dessin était dans un plan cartésien régulier. Un coude se situait à $(-14, -12)$ et un genou à $(-12, -14)$. Donne la position exacte de l'autre coude et de l'autre genou.



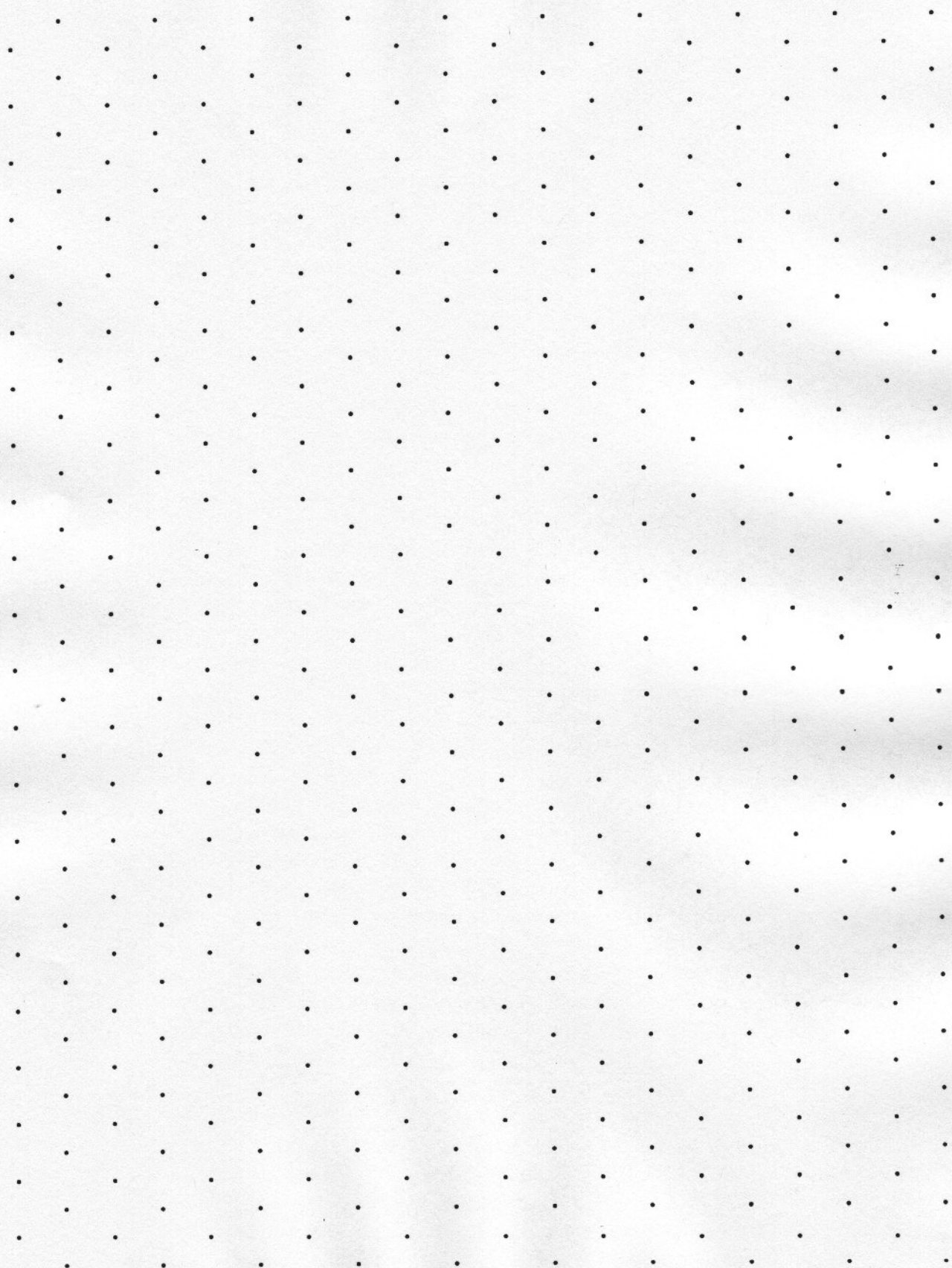
2. Pour chacun de ces dessins, on a déjà tracé une partie du modèle et une partie de son image dans le miroir. La ligne pointillée te montre l'emplacement du miroir. Complète l'un et l'autre pour découvrir ce qui se cache sous ces traits éparpillés.



3. Compose un problème semblable au problème précédent.

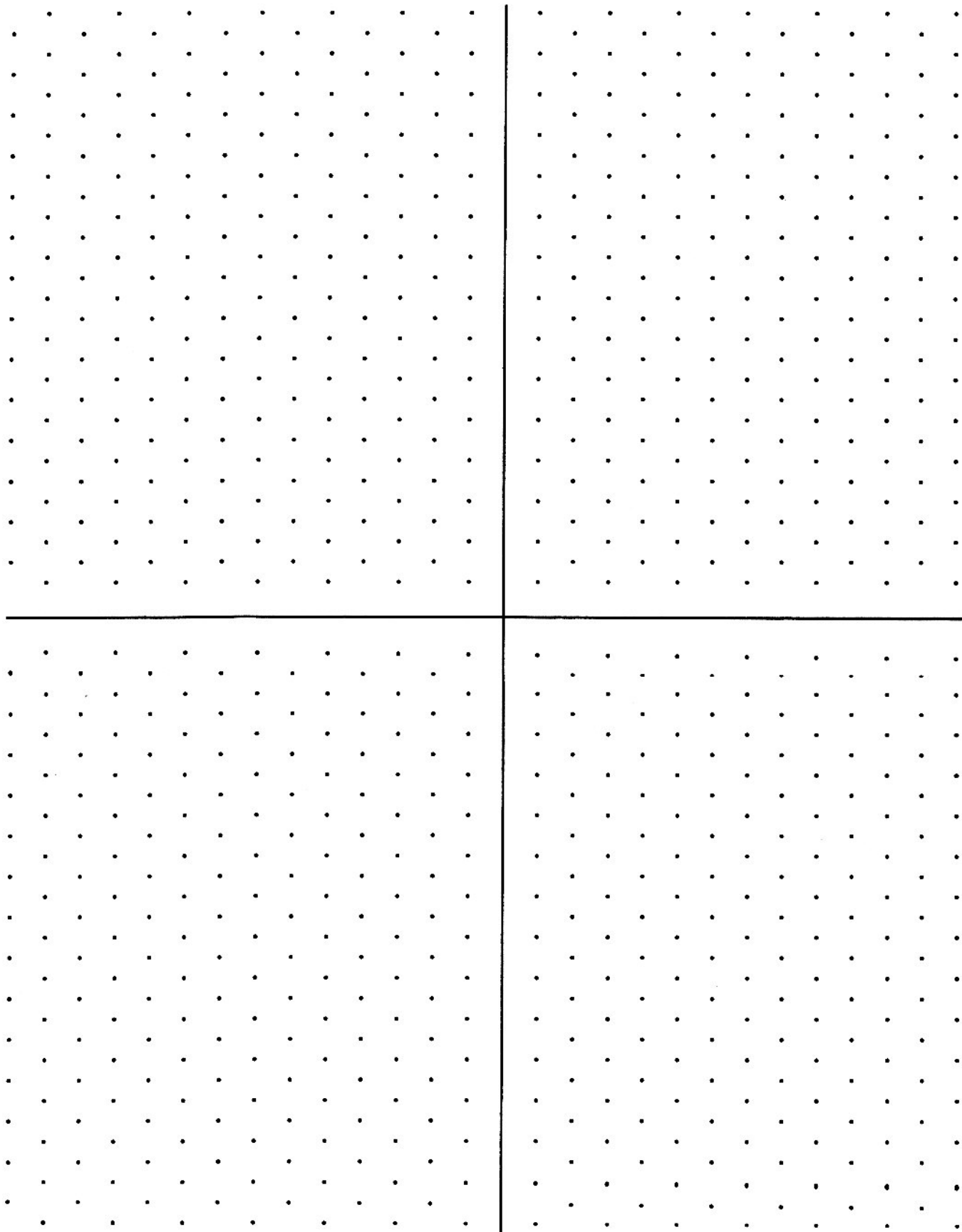
FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie XI



FICHE COMPLÉMENTAIRE

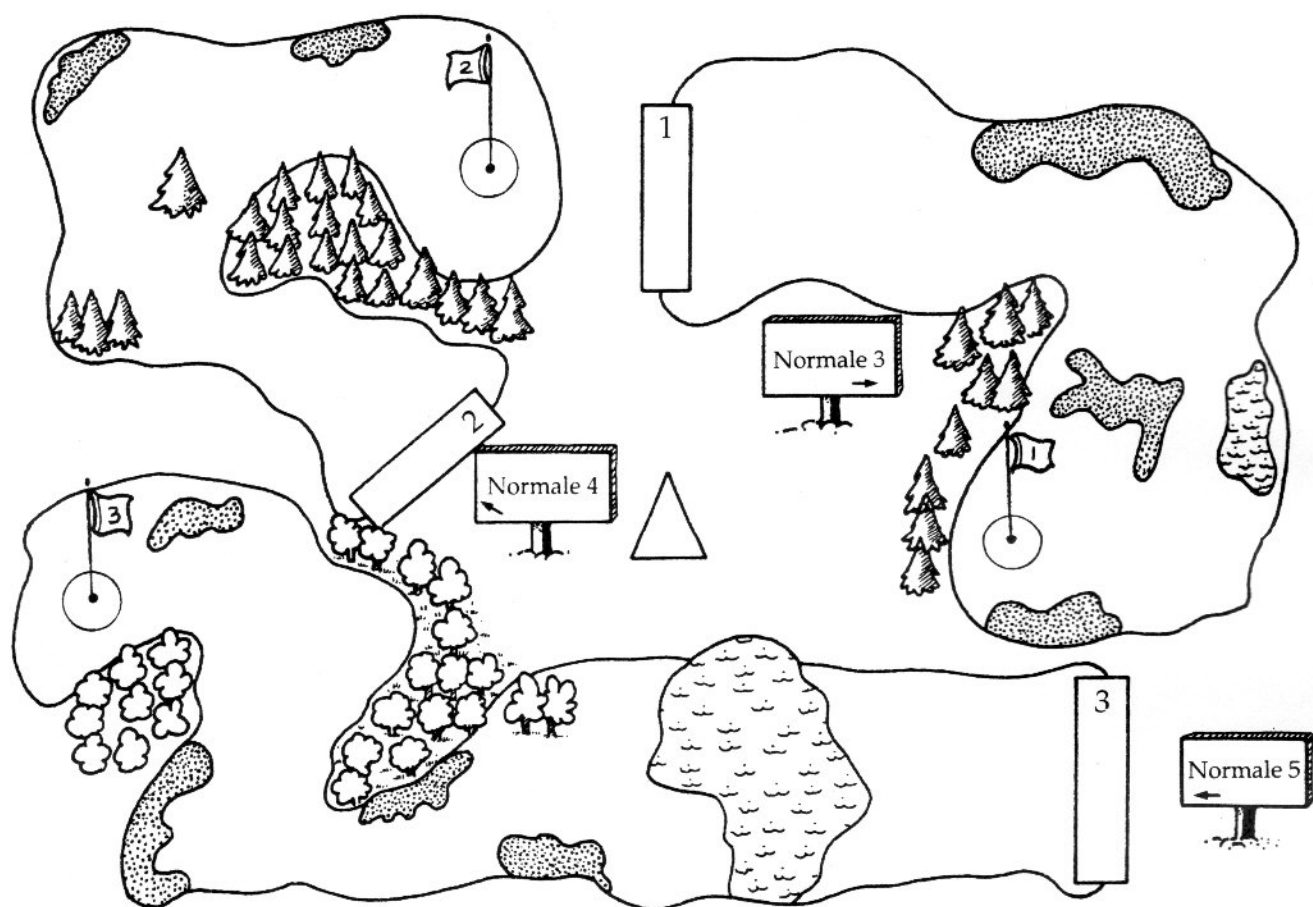
Géométrie XII



FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie XIII

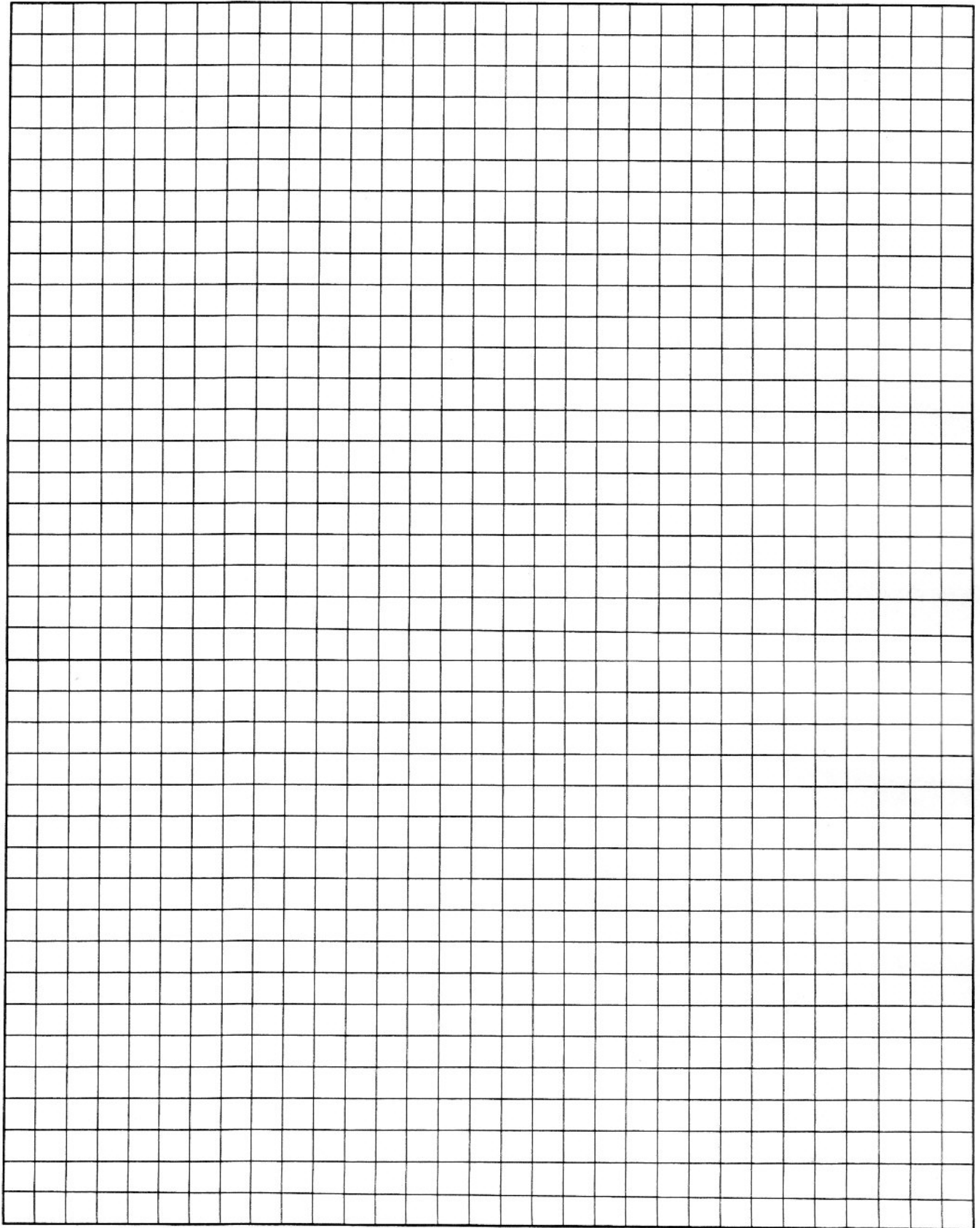
Mini-golf



Note : Copier ou photocopier sur acétate. Couper et coller sur l'écran avec du ruban adhésif transparent en faisant coïncider le triangle et la tortue LOGO.

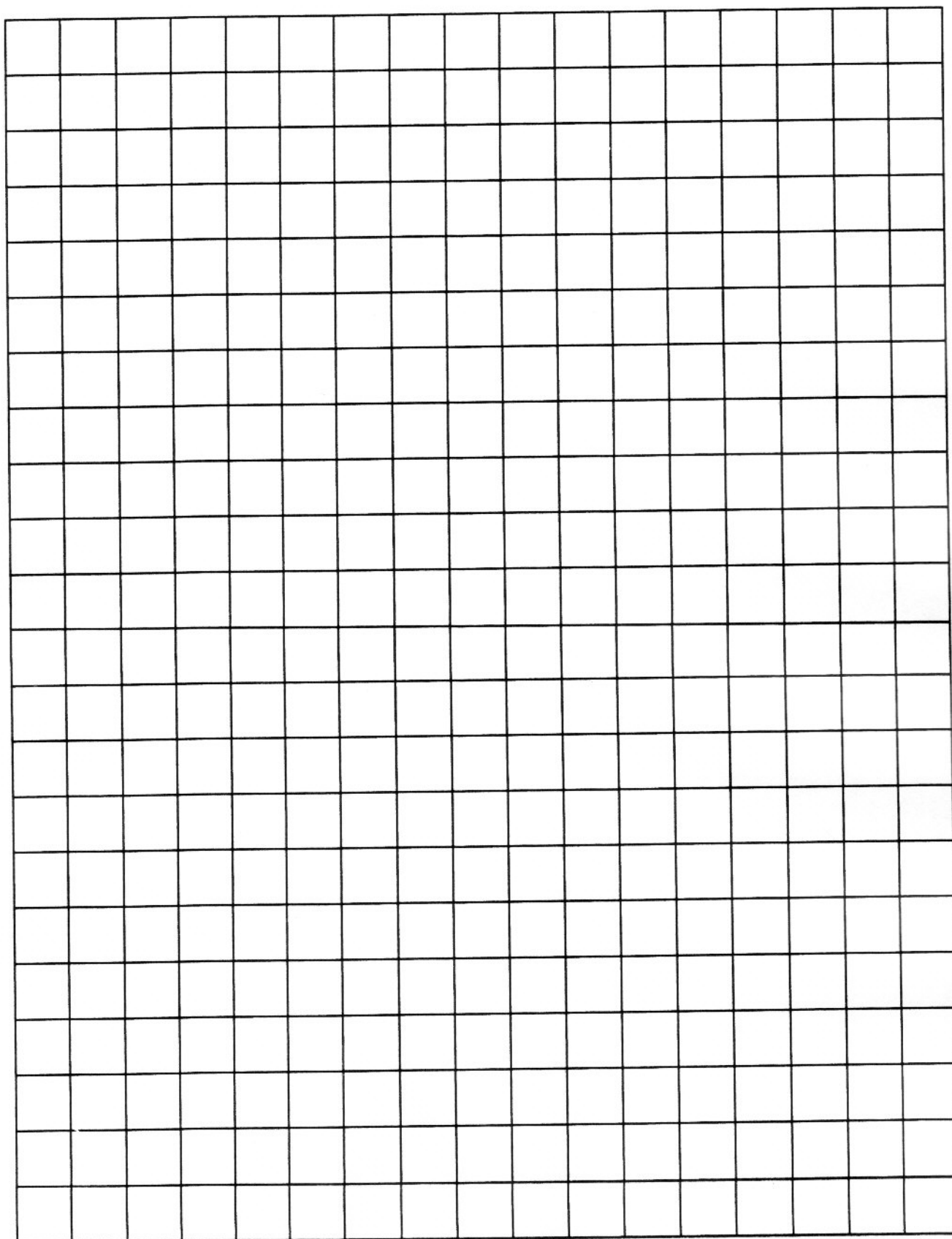
FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie XIV



FICHE COMPLÉMENTAIRE

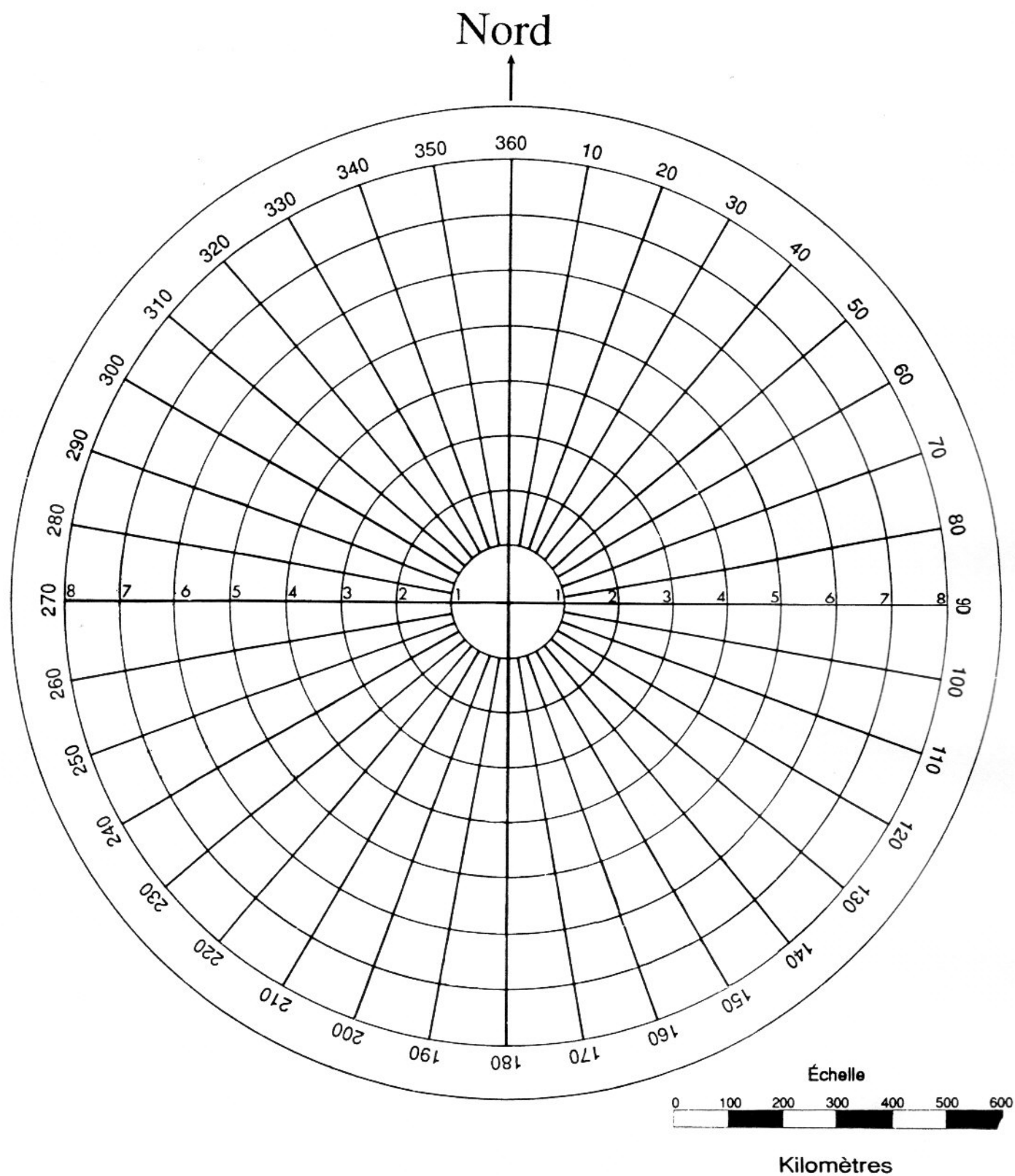
Géométrie XV



FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie XVI

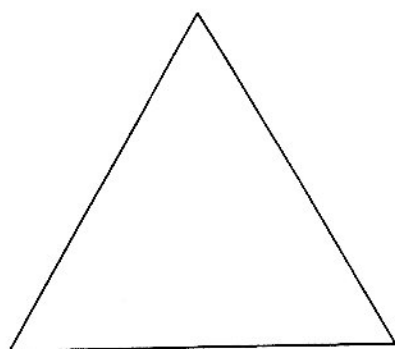
Coordonnées polaires



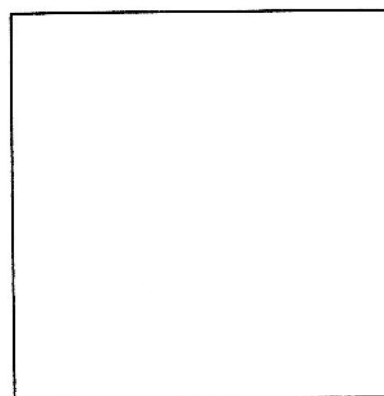
FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie XVII

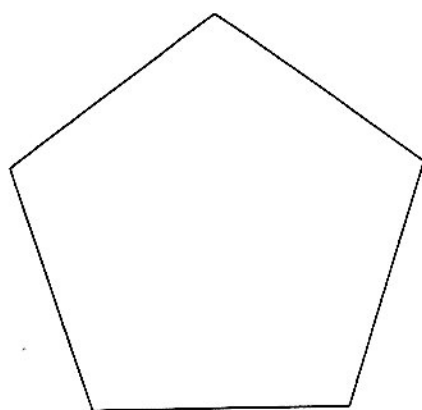
Les six premiers polygones réguliers



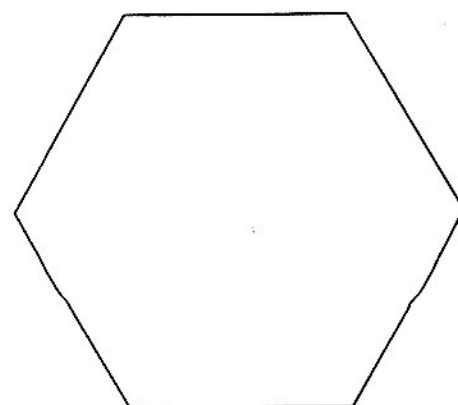
Triangle équilatéral



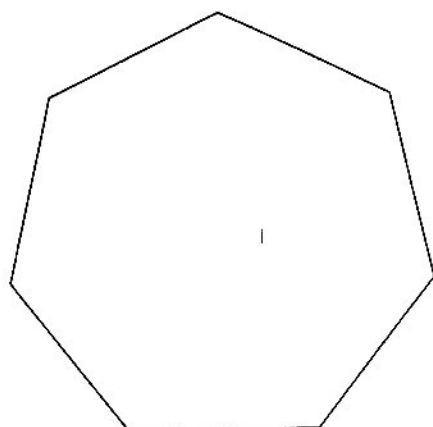
Carré



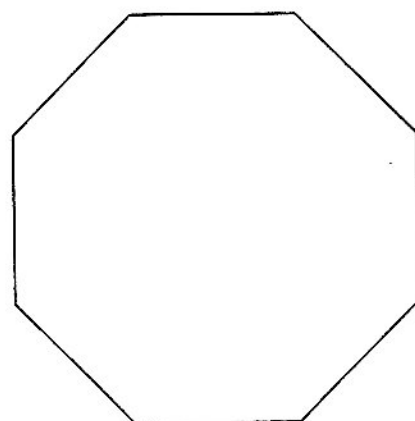
Pentagone régulier



Hexagone régulier



Heptagone régulier



Octogone régulier

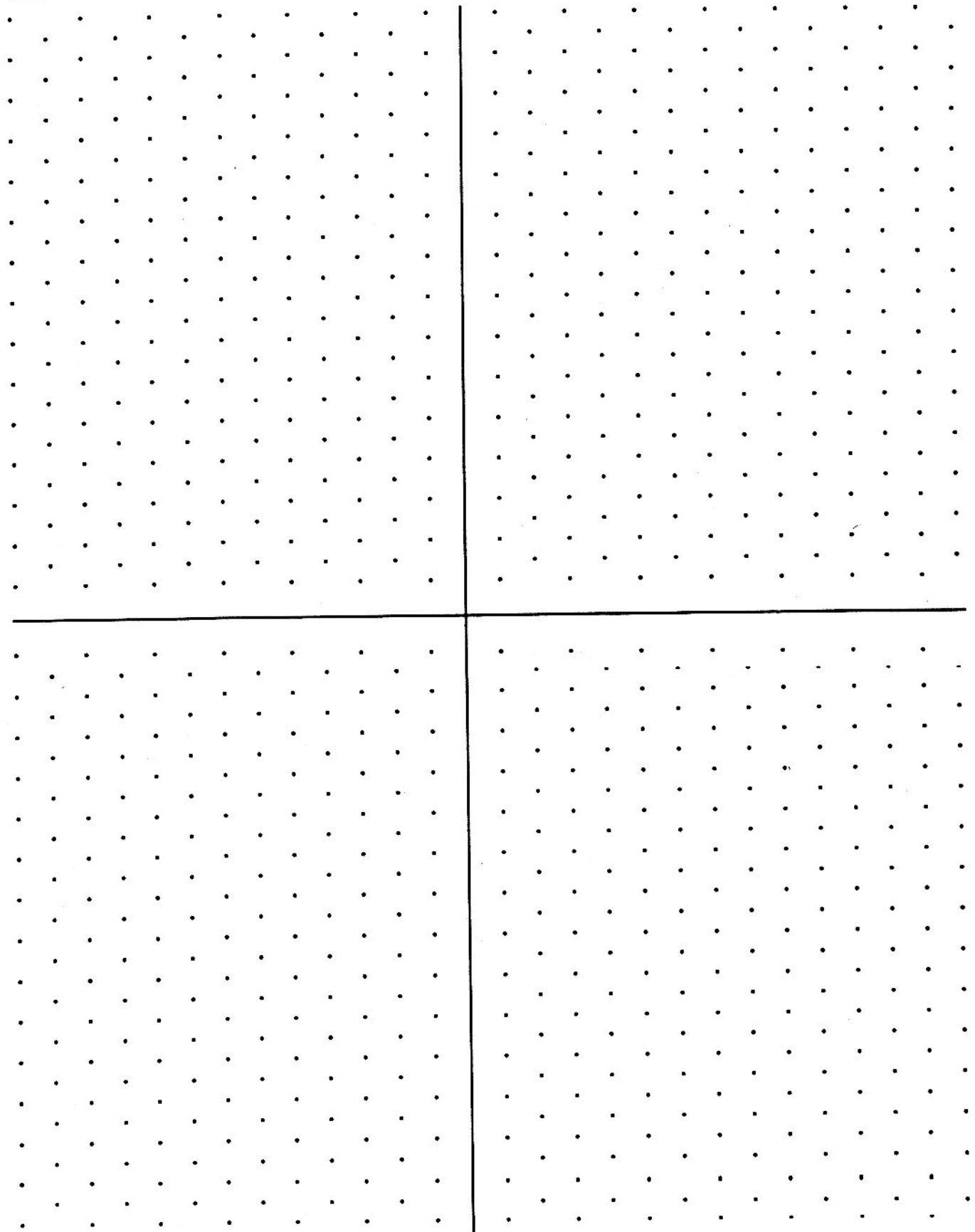
FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie XVIII



FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie XIX



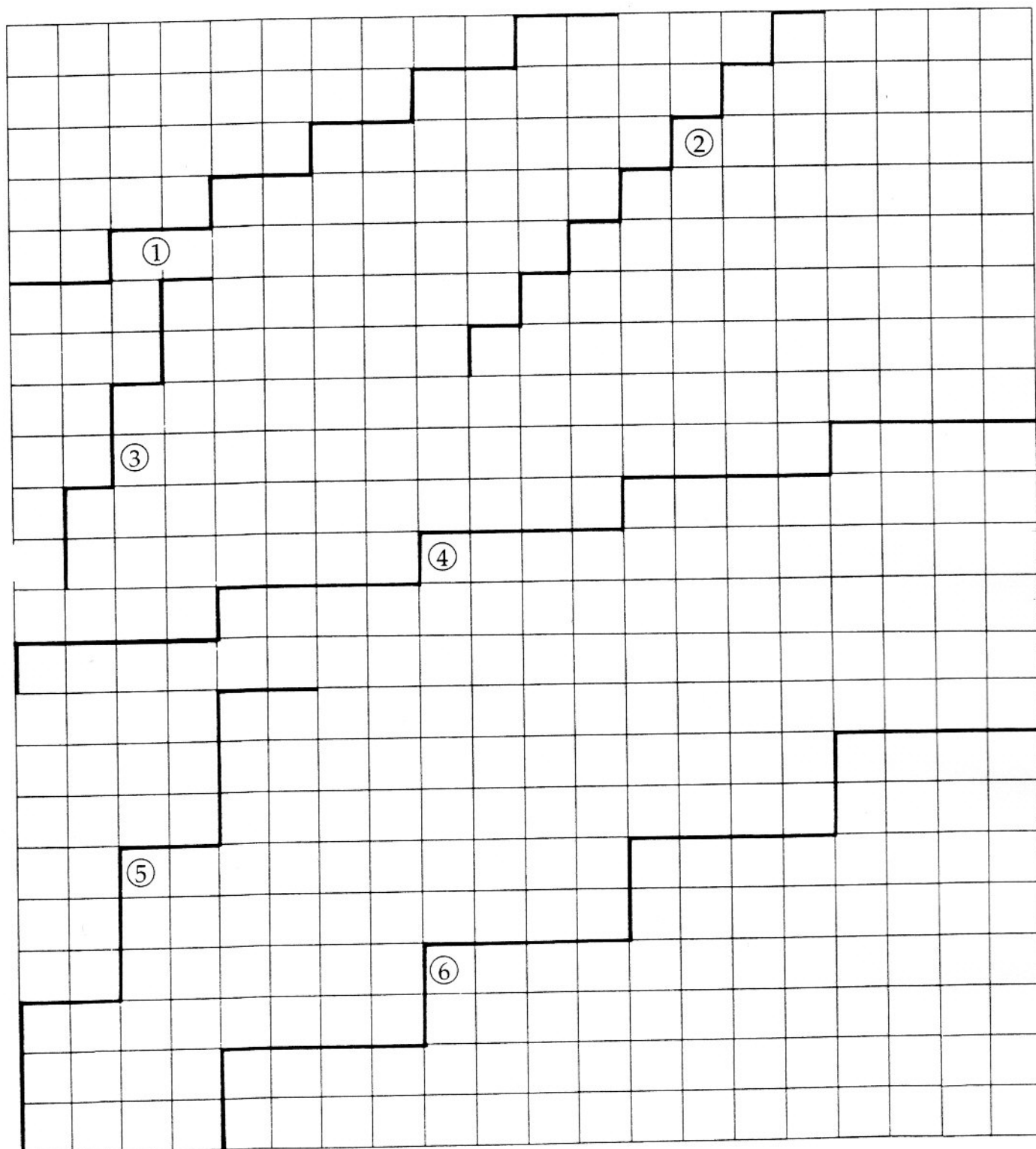
Géométrie XX

A hand-drawn architectural sketch of a staircase on graph paper. The drawing is oriented vertically, showing a side view of the stairs. At the top right, there is a small circle. Below it, a rectangular area represents a landing or platform. The last step is labeled "Dernière marche" with a double-headed arrow indicating its height. The sketch includes a railing on the right side and a small circle at the top right corner. The drawing is done in black ink on a grid background.

FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie XXI

Acétate

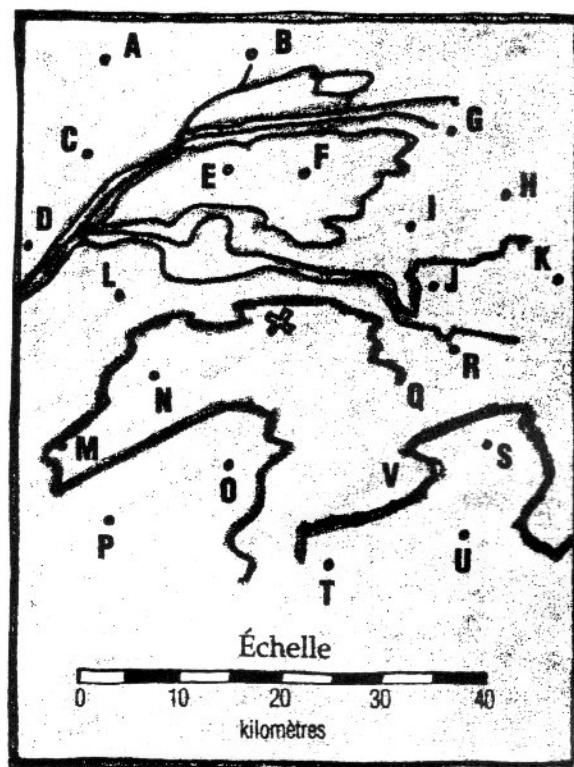
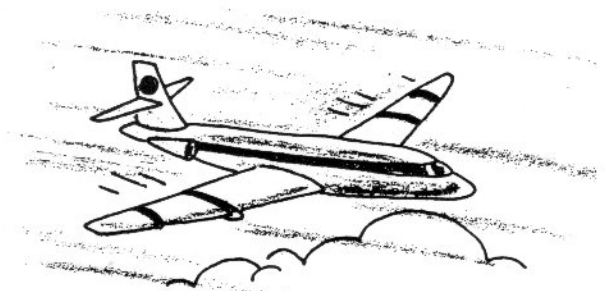


FICHE COMPLÉMENTAIRE

Géométrie XXII

Mesurer avec un compas

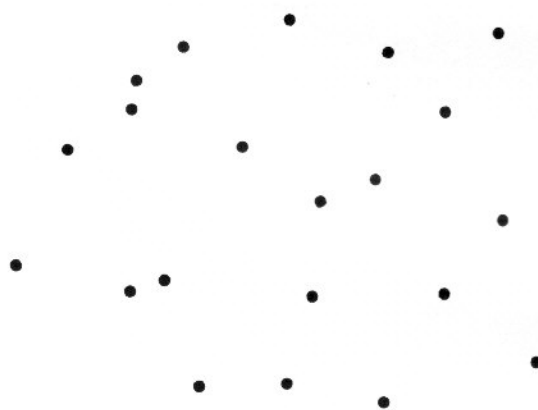
1. Chaque point sur cette carte représente un aéroport. La croix indique l'endroit où se trouve un avion survolant cette région. N'utilise que ton compas.
 - a) Quel est le plus proche aéroport? Le plus éloigné?
 - b) Quels sont les aéroports situés à environ 25 km de l'avion?
 - c) Quel aéroport est situé exactement à la même distance de N que l'aéroport T?
 - d) Liza a quitté l'aéroport H à destination de l'aéroport R. Grâce à des vols successifs, tous de cette même distance, comment peut-elle atteindre l'aéroport A?



2. Dans le nuage de points de la fiche que l'on va te remettre, tu dois trouver les sommets :
 - a) d'un triangle équilatéral dont un côté mesure d'un point à un autre :

 - b) d'un carré dont un côté mesure d'un point à un autre :

 - b) d'un hexagone régulier dont un côté mesure d'un point à un autre :

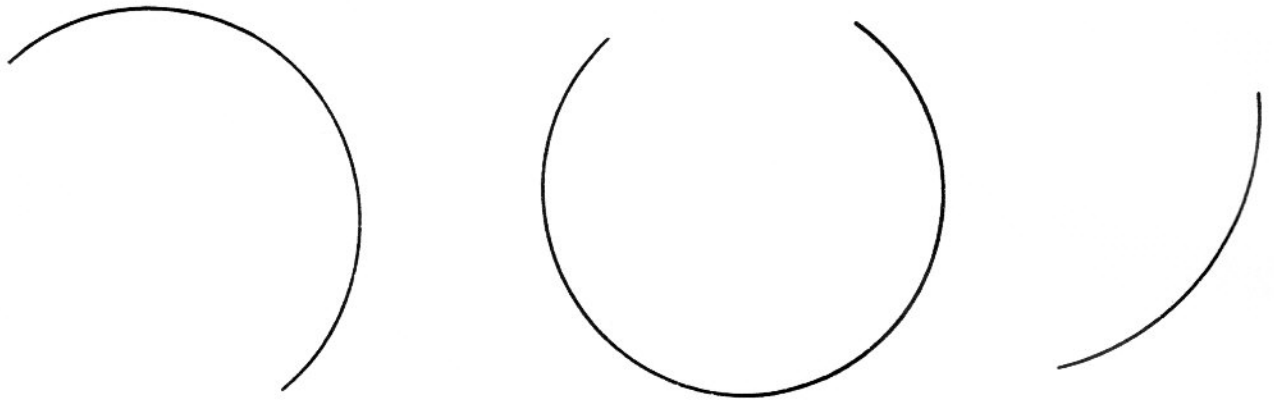


FICHE COMPLÉMENTAIRE

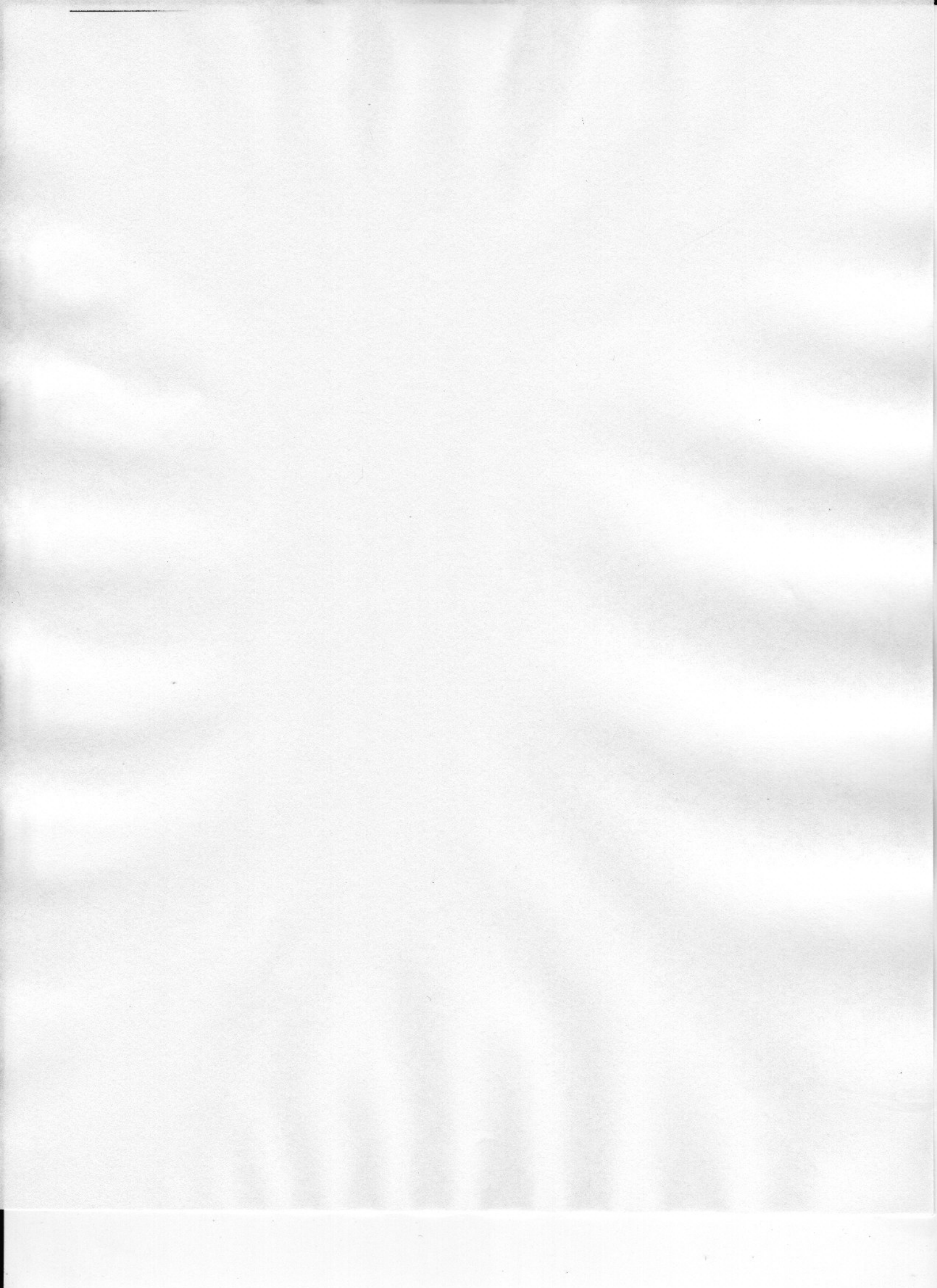
Géométrie XXIII

Super AS

1. Voici des arcs de cercle. Trouve le centre qui te permettra de compléter chaque cercle. Tu as droit uniquement au compas et à la règle à araser.



2. Trace ici les sept cercles identiques demandés au numéro 2 de la fiche Géométrie C-53.



Objectifs de l'unité

La série *Défi Mathématique* développe les concepts, les habiletés et les connaissances mathématiques par une démarche heuristique, c'est-à-dire une démarche où la résolution de problèmes est le moyen privilégié d'apprentissage pour chaque domaine de l'enseignement. Les problèmes proposés dans chacune des unités du *Guide d'enseignement et d'activités* constituent d'excellentes occasions non seulement d'acquérir la maîtrise de notions mathématiques, mais aussi d'exercer et de développer des habiletés propres au processus de résolution de problèmes.

Étant donné ce contexte omniprésent de résolution de problèmes, on pourrait se demander pourquoi nous avons ajouté la présente unité. En fait, il existe plusieurs réponses à cette question. D'abord, l'unité Méli-Mélo vise particulièrement à développer la *pensée analogique* de l'élève, alors que les autres unités sollicitent davantage son *raisonnement*. Tandis que le raisonnement permet de raffermir les structures logiques et séquentielles, la pensée analogique est un ensemble de facultés qui facilitent la prise de décision, l'autonomie, l'originalité, la créativité et le jugement. Des problèmes comme ceux de l'unité Méli-Mélo visent à éviter que l'élève ne s'enferme dans des automatismes navrants qui ne fonctionnent que dans des contextes souvent préfabriqués et infiniment restreints. Ainsi, les problèmes pièges, les problèmes avec plusieurs solutions ou sans solution vont nous permettre de placer l'élève dans des situations très déroutantes. Il devra apprendre à se débrouiller.

L'attitude de l'enseignant-e fera la différence entre une recherche pénible et une activité couronnée de succès. *Il n'est pas question ici de talonner chaque élève pour qu'il réussisse chaque problème.* C'est dans un climat détendu, teinté de collaboration et d'entraide, que se réalisent les objectifs visant le développement d'un bon jugement. Ce n'est pas le contenu qui prend ici de l'importance, mais bien les attitudes de l'élève aux prises avec des problèmes non familiers.

De plus, les problèmes de cette unité sont parfois des applications permettant soit de ranimer des compétences acquises, soit d'effectuer des transferts. Enfin, certains problèmes, comme ceux qui traitent des réseaux, présentent un contenu nouveau qui ne justifiait pas, à lui seul, une unité d'enseignement.

Les objectifs énoncés plus loin ne s'appliquent pas seulement à l'unité Méli-Mélo, mais à l'ensemble des activités de l'année. Vous pouvez donc vérifier en tout temps s'ils ont été atteints. Si vous possédez un bulletin descriptif, il serait utile d'évaluer seulement un ou deux de ces objectifs-synthèses par étape.

Rappels mathématiques

Les rappels mathématiques ont été intégrés au *Guide d'enseignement et d'activités*, le cas échéant.

Note importante

Pour chaque problème de l'unité Méli-Mélo, vous trouverez quatre types de renseignements dans ce guide, à savoir :

1. *Habiletés privilégiées* : Mentionne les principales habiletés que le problème permet d'exploiter. Il ne sera cependant pas rare que vous en touchiez plusieurs autres.
2. *Suggestions d'animation* : Fournit des modes possibles d'exploitation du problème. N'hésitez jamais à suivre des pistes non prévues qui vous viennent à l'esprit ou des pistes spontanément soumises par vos écoliers.
3. *Solutions* : Présente les éléments susceptibles de cerner la ou les solutions. Notre propre expérience nous incite cependant à prévoir que des solutions inattendues surgiront. Les solutions n'étant pas une fin en soi, appréciez toujours à leur juste valeur toutes les interprétations originales et créatives des écoliers, ainsi que les vôtres.
4. *Stratégies possibles* : Identifie les stratégies les plus susceptibles d'être utilisées pour résoudre le problème. Cette section n'est évidemment pas restrictive.

Par-dessus tout, créez une atmosphère enjouée de défi et de saine discussion. Ces problèmes s'adressent au groupe en général, comme un défi collectif. C'est pourquoi il ne faut pas s'attendre que chaque enfant trouve seul les solutions à chaque problème (voir le texte adressé à l'élève à la page 272 du manuel).

Compte tenu du vocabulaire utilisé dans ce guide, il nous semble important de définir certains termes.

Données d'un problème

Ensemble des renseignements implicites ou explicites qui sont disponibles et qui constituent les bases du problème.

Habileté de résolution de problèmes

Savoir-faire qui permet à certaines étapes du processus de résolution de problèmes de se réaliser. Reconnaître les données inutiles, compter juste, émettre une hypothèse, dessiner un schéma et noter sa solution à l'aide d'une phrase mathématique sont des exemples d'habiletés de résolution de problèmes.

Les habiletés de résolution de problèmes sont au service de la stratégie. Elles en facilitent le déroulement.

Stratégie de résolution de problèmes

Plan d'action mis en application dans le but de résoudre un problème. La stratégie est le véhicule emprunté dans l'intention de découvrir les pistes de solution. Les habiletés de résolution de problèmes sont, par analogie, le carburant et les pièces du véhicule.

Afin de mieux illustrer le sens d'*habileté* et celui de *stratégie*, nous proposons l'exemple suivant.

Problème : Dans un magasin de jouets, il y a des tricycles et des voiturettes. On a compté 6 véhicules et exactement 22 roues. Combien de véhicules de chaque sorte y a-t-il?

Plusieurs stratégies permettent de résoudre ce problème. Chacune met en oeuvre sa panoplie d'habiletés.

Stratégie 1 : Procéder par essais et erreurs.

Disons deux voiturettes et quatre tricycles :

$$(2 \times 4) + (4 \times 3) = 20$$

Il manque deux roues. Ajoutons des voiturettes.

Disons cinq voiturettes et un tricycle :

$$(5 \times 4) + 3 = 23$$

Il y a trop de voiturettes.

Disons quatre voiturettes et deux tricycles :

$$(4 \times 4) + (2 \times 3) = 22$$

C'est la solution.

On remarque que la stratégie consiste à énoncer une hypothèse, à la mettre à l'épreuve et à réagir selon le résultat obtenu. Le processus met en action plusieurs habiletés :

- interpréter correctement les données;
- poser des équations et les résoudre;
- énoncer des hypothèses et les vérifier; etc.

Stratégie 2 : Concrétiser le problème à l'aide du matériel nécessaire.

Utiliser des réglettes mesurant 4 cm et 3 cm de longueur.

Choisir six réglettes et les mettre bout à bout.

La longueur de ce train est-elle de 22 cm? Sinon, modifier son choix.

Bien que la méthode par essais et erreurs soit ici présente, on remarque le rôle moteur du choix du matériel et de son utilisation.

Le processus met en action plusieurs habiletés :

- interpréter correctement les données;
- établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises;
- mesurer; etc.

Stratégie 3 : Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles.

À l'aide du tableau, on pose :

Voiturette(s)	Tricycle(s)	Roues	Véhicules	Décision
0	6	18	6	non
1	5	19	6	non

Voiturette(s)	Tricycle(s)	Roues	Véhicules	Décision
2	4	20	6	non
3	3	21	6	non
4	2	22	6	oui
5	1	23	6	non
6	0	24	6	non
n	$6 - n$	$18 + n$	6	$18 + n = 22$

La construction permet de constater des régularités dans chaque colonne. Cette constatation facilite et accélère l'énumération.

Une interprétation correcte des données aurait permis d'éviter les deux dernières et les deux premières lignes de ce tableau, à cause des pluriels utilisés dans l'énoncé.

Le processus met en action plusieurs habiletés :

- interpréter correctement les données;
- construire un tableau;
- identifier des régularités;
- poser une équation; etc.

Stratégie 4 : Traduire les données du problème dans une (ou plusieurs) équation(s) et la (ou les) résoudre. Les données peuvent se traduire par :

$$3x + 4y = 22$$

$$x + y = 6 \text{ où } x \text{ représente le nombre de tricycles et } y, \text{ le nombre de voiturettes.}$$

$$\text{Donc } x = 6 - y$$

$$3(6 - y) + 4y = 22$$

$$18 - 3y + 4y = 22$$

$$y = 4$$

$$\text{donc } x = 6 - 4 = 2$$

On aurait également pu procéder par essais et erreurs successifs pour résoudre les équations.

Le processus met en action plusieurs habiletés :

- interpréter correctement les données;
- simplifier des équations
ou
- procéder par essais et erreurs; etc.

L'exemple fourni permet de constater qu'un procédé peut parfois constituer la stratégie alors que, dans un autre cas, il n'est qu'au service de la stratégie, à titre d'habileté.

Il en est ainsi de la méthode par essais et erreurs qui, dans la stratégie 4, n'est qu'une habileté auxiliaire au processus principal.

Soulignons enfin que certains problèmes ne nécessitent pas le recours à une stratégie particulière. C'est le cas notamment de quelques problèmes pièges où la solution réside généralement dans la juste interprétation des données.

Évaluation

Objectif-synthèse : Manifester sa compréhension de l'énoncé d'un problème.

- Interpréter correctement les données d'un problème.
- Compléter l'énoncé d'un problème.
- Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.

- Reformuler dans ses propres mots l'énoncé d'un problème.
- Évaluer l'utilité des données d'un problème.
- Constater l'absence de données utiles dans l'énoncé d'un problème.
- Distinguer les données inutiles dans l'énoncé d'un problème.
- Rechercher des renseignements permettant de préciser les données d'un problème.
- Interpréter un tableau, un graphique.

Objectif-synthèse : Décrire et justifier son procédé de résolution.

- Décrire, à l'aide d'une phrase mathématique, sa solution d'un problème.
- Décrire, à l'aide d'un schéma ou d'un dessin, sa solution d'un problème.
- Justifier ses solutions.
- Vérifier ses solutions.
- Identifier des régularités.
- Présenter sa solution à l'aide d'un tableau.
- Présenter sa solution à l'aide du matériel nécessaire.
- Porter un jugement sur un ensemble de solutions possibles.
- Rechercher toutes les solutions possibles.
- Déterminer la marge à l'intérieur de laquelle se situe la solution d'un problème.
- Organiser sa stratégie et la modifier au besoin.
- Énoncer des hypothèses et les vérifier.
- Faire une sélection justifiable parmi ses hypothèses.
- Estimer la réponse d'un problème.
- Porter un jugement sur la pertinence d'un problème posé.

Objectif-synthèse : Mettre au point des stratégies variées et efficaces permettant de résoudre des problèmes.

- Procéder par essais et erreurs.
- Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles.
- Relier un problème à un problème semblable déjà résolu.
- Rechercher une régularité, une formule.
- Identifier un élément manquant qui peut aider.
- Concrétiser le problème au moyen d'un sketch, d'un dessin, d'un schéma ou du matériel approprié.
- Dresser une liste de tout ce que l'on connaît du problème et l'utiliser.
- Inverser les données du problème ou les suivre à rebours.
- Traduire les données du problème dans une équation et la résoudre.
- Résoudre un problème semblable ayant des données plus simples.

Objectif-synthèse : Composer des problèmes.

- En partant d'une phrase mathématique, composer un problème qui y corresponde.
- Composer des problèmes semblables à une situation donnée.
- Composer des problèmes sur un thème donné ou librement.

Remarques importantes

Compte tenu de l'exploitation récente de l'enseignement heuristique, plusieurs s'interrogent sur les moyens mis à notre disposition pour aider les enfants à mettre en valeur leur potentiel de résolution de problèmes.

Les travaux de Polya* ont permis d'identifier et de décrire quatre phases dans le processus de résolution :

- I. Comprendre le problème.
- II. Concevoir un plan.
- III. Mettre le plan à exécution.
- IV. Revenir sur sa solution.

* G. Polya, *Comment poser et résoudre un problème*, Paris Dunod, 1965.

Certains ont vu dans ces étapes des objets à enseigner. D'autres ont choisi d'encadrer l'apprentissage des enfants en imposant une structure plus ou moins morcelée comportant forcément ces quatre étapes, une à la suite de l'autre, rigoureusement consignées. Ici encore, la sempiternelle «rigueur mathématique» est souvent évoquée pour justifier cet apprentissage-étau.

En ce qui nous concerne, des milliers d'heures passées en compagnie d'enfants et d'enseignants-es nous incitent à croire que l'apprentissage ne passe pas forcément par les mêmes étapes qu'empruntent habituellement les rigoristes. D'ailleurs, nous connaissons d'excellents «solutionneurs» de problèmes mathématiques qui avouent candidement ne pas suivre ces étapes dans l'ordre strict décrit. Ils parlent d'une recherche plutôt intuitive faite de va-et-vient entre ces étapes. Cela n'enlève cependant rien à la qualité des idées de Polya. Ses travaux demeurent extrêmement utiles à quiconque s'intéresse à la résolution de problèmes et ils ont été pour nous des guides précieux et formateurs.

Pour permettre à une personne de développer des habiletés et de mettre au point des stratégies efficaces de résolution de problèmes, nous croyons qu'il est d'abord important de se donner la possibilité d'élargir son expérience en la matière par deux situations complémentaires :

- 1) résoudre soi-même des problèmes variés (dans des séquences et dans des formes non stéréotypées);
- 2) confronter ses solutions à celles de ses camarades.

La deuxième situation est particulièrement intéressante, puisqu'elle permet de découvrir des stratégies différentes de celles qui nous sont plus personnelles. Elle nous ouvre des possibilités que nous risquons de négliger autrement. Cette mise en commun nous permet aussi de surmonter certains «verrous» que nous nous imposons parfois. Nous pensons particulièrement à celui qui, fort tenace et combien néfaste, insinue qu'une solution intuitive (recherche de régularités, dessins, essais et erreurs, etc.) n'est pas une solution «logique» ni «mathématique», car elle se déroule souvent sans équations, sans brillante formule ou autres savants tours de passe-passe de la panoplie mathématique conventionnelle. Si l'enseignement des mathématiques ne faisait que tuer ce mythe pernicieux, nous serions déjà en face d'un progrès inouï. Ce sont des solutions analogiques qui ont le plus souvent fait avancer les mathématiques dans l'Histoire.

Problème 1

LE JEU DE LA VÉRITÉ

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Justifier ses solutions.
3. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.

Suggestions d'animation

1. Laissez les écoliers s'attaquer au problème individuellement. Invitez-les ensuite à comparer leurs réponses à celles d'un camarade. Encouragez les discussions sans trancher vous-même les désaccords.
2. Collectivement, faites la mise en scène appropriée. Désignez des élèves pour jouer les rôles et laissez les spectateurs critiquer les solutions proposées par les acteurs.
3. En synthèse, reliez cette situation aux règles de négation en français :
 - Luc n'est **pas** impoli. (Négation d'un défaut.)
Il est donc poli. (Affirmation d'une qualité.)
 - Lyne n'est **pas** prudente. (Négation d'une qualité.)
Elle est donc **imprudente**. (Affirmation d'un défaut.)
 - Lyne n'est **pas** impolie. (Négation d'un défaut.)
Donc Lyne est polie. (Affirmation d'une qualité.)En mathématiques aussi, le produit de deux négatifs donne un positif.
 - Luc est impoli et imprudent.En mathématiques aussi, la somme (et) de deux négatifs donne un négatif. Le concept vérité-mensonge est parfaitement analogue au concept positif-négatif.

Solutions uniques

- a) Si personne ne ment, la phrase citée est la phrase originale. Donc, Véra aime le hockey.
- b) Vérito n'a rien changé aux propos de Mentra. Mentra, comme toujours, a menti. Donc, elle n'aime pas le tennis.
- c) Véra a dit : «Je n'aime pas le soccer.» Mentor nous a dit le contraire, car il ne dit pas la vérité.
- d) Un menteur qui ment au sujet d'un mensonge qui lui a été raconté nous dit, malgré lui, une vérité.



Stratégies possibles

- Concrétiser le problème au moyen d'un sketch.
- Dresser une liste de tout ce que l'on connaît du problème et l'utiliser.

Note importante

Le nombre de stratégies disponibles pour résoudre des problèmes n'est pas illimité. Nous en mentionnerons une dizaine qui reviendront souvent. Il serait fort intéressant d'en dresser la liste progressivement. Nous vous proposons de noter les deux stratégies que nous venons d'évoquer sur un carton que vous placerez bien en vue. Au fur et à mesure que nous garnirons cette liste, les élèves s'habitueront à y voir une suite de pistes suggérées. Éventuellement, vous leur demanderez d'exposer non seulement leur solution, mais aussi leur stratégie en la comparant à celles de leurs camarades. Quand ils manqueront d'idées, ils consulteront cet aide-mémoire.

Problème 2

LE CARRÉ COMPLET

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Vérifier ses solutions.
3. Énoncer des hypothèses et les vérifier.

Suggestions d'animation

1. Demandez aux élèves de résoudre ce problème individuellement.
2. N'attirez pas leur attention sur les données importantes. C'est à eux de les découvrir. Si des interprétations erronées surgissent, les solutions seront forcément fausses, et chacun pourra s'en rendre compte au moment de la confrontation des réponses.
3. Laissez planer l'incertitude quant au nombre de solutions possibles pour que les élèves réfléchissent.
4. Procédez enfin à une solution collective uniquement basée sur les déductions logiques, ce qui leur permettra de constater l'unicité de la solution. La façon d'y arriver n'est cependant pas unique. Assurez-vous qu'un grand nombre d'élèves participent à cette analyse collective.
5. Quand vous aurez complété collectivement deux rangées ou deux colonnes, accordez une courte période d'essai aux élèves qui n'auraient pas encore de solution.

Solution unique

Voici une façon d'amorcer une déduction systématique menant à la solution. Il y a plusieurs autres déductions possibles.

- Observons la rangée du bas. Il manque un 1. Il ne peut aller ailleurs que dans la première case à gauche, car il y a déjà un 1 dans les troisième, sixième et septième colonnes.

①	5		2	6			4	9
---	---	--	---	---	--	--	---	---

x x x

- Avec des déductions semblables, on place facilement le 8, puis le 7 et le 3.

1	5	7	2	6	8	3	4	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

- La deuxième rangée du bas est maintenant facile à compléter de la même façon. On peut placer le 1, le 7, le 6 et le 9.

6	9	8	4	7	3	1	5	2
2	7	4	5	1	6	9	3	8
5	3	1	9	8	2	7	6	4
3	8	5	6	9	1	4	2	7
9	4	6	7	2	5	8	1	3
7	1	2	8	3	4	5	9	6
8	6	3	1	4	9	2	7	5
4	2	9	3	5	7	6	8	1
1	5	7	2	6	8	3	4	9

Stratégies possibles

- Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles (solution proposée plus haut).
- Procéder par essais et erreurs.

Problème 3

LA FORMULE MAGIQUE

Habiletés privilégiées

1. Décrire, à l'aide d'une phrase mathématique, sa solution à un problème.
2. Justifier sa solution.
3. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.

Suggestions d'animation

1. Le tour dont il est question ici repose essentiellement sur une formule mathématique simple et infaillible. Cette situation vous permettra d'illustrer la puissance des mathématiques, particulièrement celle de l'algèbre qui consiste ni plus ni moins qu'à opérer sur des quantités que l'on ne connaît pas nécessairement.
2. Présentez vous-même le tour de « magie » après l'avoir bien assimilé. Mettez-y le paquet pour les mystifier au maximum. Peuvent-ils expliquer ce qui se passe?
3. Rappelez-leur qu'un nombre qu'on ne connaît pas (un nombre déguisé) peut s'écrire dans une phrase mathématique. La tradition veut que l'on utilise une lettre dans ce cas. C'est une **variable**, car sa valeur *peut* varier même s'il peut arriver qu'elle représente un seul nombre ($x + 2 = 7$) ou aucun ($x - 2 = x$).
4. Tous les trucs de ce type peuvent s'expliquer au moyen d'une phrase algébrique comme celle que nous utilisons dans la solution qui suit.

Solution

Voici la formule qui décrit ce qui se passe :

$$((n \times 3 + 2) \times 4) - 3 - 2n = \text{---} \text{ ou } (3n + 2) \times 4 - 3 - 2n = \text{---}$$

La présentation suivante permet un calcul simple :

$$\begin{array}{r}
 3n + 2 \\
 3n + 2 \\
 3n + 2 \\
 + 3n + 2 \\
 \hline
 12n + 8 \text{ et } 12n + 8 - 3 - 2n = 10n + 5
 \end{array}$$

Le résultat du calcul donne toujours n dizaines + 5 unités.

Exemple avec $n = 7$:

$$\begin{array}{r} 3 \times 7 + 2 \\ 3 \times 7 + 2 \\ 3 \times 7 + 2 \\ + 3 \times 7 + 2 \\ \hline 12 \times 7 + 8 \text{ et } 12 \times 7 + 8 - 3 - 2 \times 7 = 10 \times 7 + 5 = 75 \end{array}$$

Stratégies possibles

- Relier le problème à un problème semblable déjà résolu.
- Rechercher une régularité, une formule.
- Traduire les données du problème dans une équation et la résoudre.

Problème 4

LE CONCOURS DE MENSONGES

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Justifier ses solutions.
3. Vérifier ses solutions.
4. Présenter sa solution à l'aide d'un tableau.
5. Énoncer des hypothèses et les vérifier.
6. Faire une sélection justifiable parmi ses hypothèses.
7. Reformuler dans ses propres mots l'énoncé d'un problème.

Suggestions d'animation

1. Après une lecture personnelle de l'énoncé, demandez à vos élèves de fermer leur volume. «Qui peut me parler de ce problème?» Assurez-vous que plusieurs élèves participent à cet échange qui vise à extraire l'essentiel du problème. Au besoin, renvoyez-les au texte pour trancher d'éventuels litiges. Ne tranchez pas vous-même, à moins d'impasses évidentes.
2. Laissez-les s'attaquer à ce problème individuellement ou en petites équipes. Favorisez les discussions. Puisque les possibilités sont restreintes, exigez des preuves aux solutions apportées.
3. Procédez à une analyse collective des réponses trouvées. Animez les débats entre les élèves.

Solution unique

Voici une façon d'arriver à la solution. Bien que la solution soit unique, la façon d'y arriver peut varier énormément.

La stratégie consiste à procéder par essais successifs en recherchant laquelle des quatre soeurs dit deux fois la vérité. Comme il n'y a que quatre possibilités, cette stratégie est réaliste et, *a priori*, implacable.

- *Hypothèse 1* : Béatrice dit deux fois la vérité.
Donc, Florence dit deux fois la vérité. L'hypothèse 1 doit être rejetée.
- *Hypothèse 2* : Éva dit deux fois la vérité.
Donc, le deuxième énoncé de Laura est vrai : Éva et Florence mentent parfois. L'hypothèse 2 doit être rejetée.
- *Hypothèse 3* : Laura dit deux fois la vérité.
Aucune contradiction n'apparaît ici. C'est une solution possible, mais ce n'est pas suffisant pour conclure que la quatrième hypothèse doit être rejetée. C'est à vérifier.
- *Hypothèse 4* : Florence dit deux fois la vérité.
Donc, Béatrice ne ment pas toujours, et le premier énoncé de Laura est forcément faux. Par conséquent, son deuxième énoncé doit aussi être faux. On constate alors qu'Éva dit, elle aussi, deux mensonges. L'hypothèse 4 doit être rejetée.

Béatrice ment deux fois. C'est la reine des menteuses. Éva ment d'abord, puis elle dit la vérité. Florence dit d'abord la vérité, puis elle ment.

Note : Logiquement, le contraire de «Je dis toujours la vérité» (Éva) n'est pas «Je mens toujours» mais bien «Je ne dis pas toujours la vérité», ce qui implique que je puisse mentir parfois ou tout le temps. Les élèves peuvent éprouver certaines difficultés avec ces contraires logiques. Prenez le temps d'analyser ces propositions.

Stratégies possibles

- Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles.
- Procéder par essais et erreurs.

Problème 5

GRILLE DE LETTRES 1

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Justifier ses solutions.
3. Vérifier ses solutions.
4. Énoncer des hypothèses et les vérifier.
5. Faire une sélection justifiable parmi ses hypothèses.
6. Organiser sa stratégie et la modifier au besoin.

Suggestions d'animation

1. Les élèves sont familiers avec ce type de problème. Laissez-les le résoudre individuellement après avoir discuté du sens des mots *touche*, *voisin* et *entre*.
2. Aucune solution ne devrait être discutée collectivement avant quelques jours, laissant ainsi à chacun le temps de s'attaquer à ce problème de taille.
3. La solution pourrait être construite collectivement. Dans ce cas, n'acceptez d'écrire une lettre dans la grille que si des arguments logiques et convaincants sont donnés. Encouragez les discussions sans trancher vous-même. La solution trouvée individuellement peut cependant être moins rigoureuse et laisser plus de place à l'intuition. L'avantage de procéder logiquement est de convaincre que la solution est unique.

Solution unique

1. Procéder systématiquement suppose une consignation méthodique des indices. On peut consigner l'indice du F comme dans la figure 1. Ces six positions sont les seules possibles. Une petite lettre dans une case indique une hypothèse. D'autres indices viendront éliminer certaines d'entre elles. Ainsi, les indices de G, N et I ne laissent que les hypothèses de la figure 2. Quand une seule position demeure, on écrit la lettre en gros caractère.

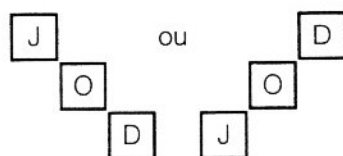
	F	F	
F			F
F			F

Figure 1

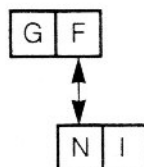
G	G	F	F
		N	I
		N	I
		N	I

Figure 2

2. On peut aussi chercher à établir des arrangements de lettres pour finalement réussir à les loger dans la grille. Par exemple :
 - J est dans une des quatre cases centrales. À cause de O, D et L, les lettres J, O et D se touchent ainsi, en diagonale :



- Les arrangements suivants sont certains :



- Les indices A, K et B obligent :

D
K
B
A

— On en conclut :

G	F		D
		O	K
	J		B
	N	I	A

— La suite est facile :

G	F	M	D
P	L	O	K
C	J	E	B
H	N	I	A

3. Le nombre de possibilités étant restreint, la méthode par essais et erreurs permet aussi d'obtenir d'excellents résultats. Pour faciliter la recherche de la solution, on utilise des lettres du jeu de scrabble ou des carrés de papier sur lesquels on a écrit les lettres.

Stratégies possibles

- Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles (solution 1).
- Dresser une liste de tout ce que l'on connaît du problème et l'utiliser (solution 2).
- Procéder par essais et erreurs (solution 3).

Problème 6

MENUE MONNAIE

Habiletés privilégiées

1. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.
2. Décrire sa solution à l'aide d'une phrase mathématique.
3. Rechercher toutes les solutions possibles.

Suggestions d'animation

1. Laissez les élèves résoudre ce problème individuellement et sans préambule.
2. Exigez une phrase mathématique pour chaque solution. La fiche COUP DE POUCE Méli-Mélo 15 risque d'être fort utile pour rappeler certaines règles élémentaires relatives à la construction de telles phrases.
3. Ne le mentionnez pas, mais il y a ici plusieurs solutions. Si vos élèves oublient d'en rechercher une deuxième, rappelez-leur le message du début de l'unité Méli-Mélo. Ils doivent constamment garder en tête cette interrogation : «Y aurait-il d'autres solutions?» Ne le faites pas à leur place.

Solutions

- a) $91 \text{ ¢} = 1 \times 50 \text{ ¢} + 1 \times 25 \text{ ¢} + 3 \times 5 \text{ ¢} + 1 \times 1 \text{ ¢}$
 $91 \text{ ¢} = 3 \times 25 \text{ ¢} + 1 \times 10 \text{ ¢} + 1 \times 5 \text{ ¢} + 1 \times 1 \text{ ¢}$
- b) $78 \text{ ¢} = 25 \text{ ¢} + 4 \times 10 \text{ ¢} + 2 \times 5 \text{ ¢} + 3 \times 1 \text{ ¢}$
 $78 \text{ ¢} = 2 \times 25 \text{ ¢} + 5 \times 5 \text{ ¢} + 3 \times 1 \text{ ¢}$
- c) $55 \text{ ¢} = 25 \text{ ¢} + 10 \text{ ¢} + 5 \text{ ¢} \times 3 + 1 \text{ ¢} \times 5$
 $55 \text{ ¢} = 5 \times 10 \text{ ¢} + 5 \times 1 \text{ ¢}$
 $55 \text{ ¢} = 1 \times 10 \text{ ¢} + 9 \times 5 \text{ ¢}$
- d) $1,66 \$ = 1 \$ + 2 \times 25 \text{ ¢} + 3 \times 5 \text{ ¢} + 1 \times 1 \text{ ¢}$
 $1,66 \$ = 1 \$ + 25 \text{ ¢} + 4 \times 10 \text{ ¢} + 1 \text{ ¢}$
 $1,66 \$ = 3 \times 50 \text{ ¢} + 3 \times 5 \text{ ¢} + 1 \text{ ¢}$
 $1,66 \$ = 2 \times 50 \text{ ¢} + 2 \times 25 \text{ ¢} + 10 \text{ ¢} + 5 \text{ ¢} + 1 \text{ ¢}$

Stratégies possibles

- Procéder par essais et erreurs.
- Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles.
- Concrétiser le problème au moyen du matériel approprié.

Problème 7

VIE DE SINGE

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.

2. Vérifier ses solutions.
3. Identifier des régularités.
4. Porter un jugement sur un ensemble de solutions possibles.

Suggestions d'animation

1. Laissez vos élèves s'attaquer à ce problème individuellement.
2. En synthèse, contentez-vous de faire ressortir les diverses stratégies et, s'il y a lieu, les différentes solutions trouvées.
3. Il y a de bonnes chances que vos élèves se laissent prendre au piège de ce problème et trouvent que le singe a atteint le sommet de l'arbre à la 30^e minute. Il est exact que la séquence numérique laisse prévoir que cet endroit sera atteint après 30 minutes, mais il faudrait, pour cela, admettre que le singe a dépassé l'arbre de deux mètres avant de redescendre... En mimant la situation, ils sauront rejeter cette possibilité après avoir bien ri.

Solution unique

1. Après 2 minutes : $4\text{ m} - 2\text{ m} = 2\text{ m}$. Après 4 minutes : $2\text{ m} + 4\text{ m} - 2\text{ m} = 4\text{ m}$. Donc, une progression moyenne de 1 m par minute. Après 26 minutes, le singe est à 26 m. La minute suivante (+4 m) lui servira à atteindre le sommet. Il faut donc 27 minutes.
2. Voici la suite, minute par minute : 4, 2, 6, 4, 8, 6, 10, 8, 12, 10, ... Ce sont deux suites imbriquées l'une dans l'autre :

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	...	(minutes)
4		6		8		10		12		...	(mètres)
	2		4		6		8		10	...	(mètres)

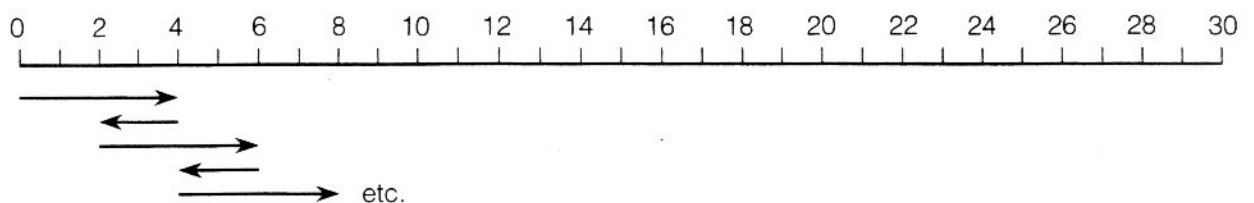
Sauf pour le 2, tous les autres nombres se trouvent dans les deux suites, c'est-à-dire en deux exemplaires. De plus, il n'y a que des nombres pairs dans ces suites. C'est dans la suite des minutes impaires (1^{re}, 3^e, ...) qu'un nombre apparaît pour la première fois, trois minutes avant d'apparaître dans la suite des minutes paires. Un nombre pair n apparaît après n minutes dans la suite paire : 4 m après 4 min, 10 m après 10 min, etc. 30 m apparaît donc à la 30^e minute, trois minutes après être apparu dans la suite impaire, soit à la 27^e minute.

3. Soit le tableau suivant :

Hauteur	Temps
4 m	1 min
6 m	3 min
8 m	5 min
10 m	7 min

On déduit que n mètres sont atteints en $(n - 3)$ minutes; donc, le singe atteint le sommet de 30 mètres en 27 minutes.

4. Un dessin ou un schéma à l'échelle permet de construire directement la solution.



Stratégies possibles

- Dresser une liste de tout ce que l'on connaît du problème et l'utiliser (solution 1).
- Rechercher une régularité (solution 2), une formule (solution 3).
- Concrétiser le problème au moyen d'un sketch, d'un dessin, d'un schéma (solution 4) ou du matériel approprié.

Problème 8

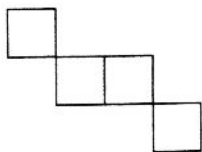
À TABLE!

Habiletés privilégiées

1. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.
2. Justifier ses solutions.
3. Porter un jugement sur un ensemble de solutions possibles.
4. Rechercher plusieurs solutions possibles.

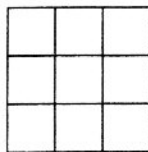
Suggestions d'animation

1. Sauf pour le point c), les élèves devraient travailler seuls.
2. En synthèse, faites ressortir la parfaite analogie entre la situation des places et des tables d'une part et le périmètre (places) ou l'aire (tables) d'un rectangle d'autre part. Les cas suivants sont inhabituels, mais fort intéressants :



Aire : $4 u^2$

Périmètre : $14 u$



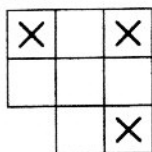
Aire : $8 u^2$

Périmètre : $16 u$

Voir, à ce sujet, les rappels mathématiques pertinents à l'unité Géométrie.

Solutions

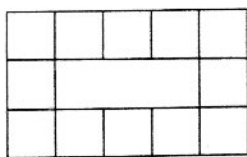
a)



Le périmètre de cette figure est le même que celui du carré formé de neuf unités carrées. Pourtant, il y a une table de moins... On pourrait enlever trois autres tables sans changer le nombre de places (tables marquées d'un X). Autre solution : un arrangement rectangulaire de deux rangées de quatre tables.

8 tables

12 places

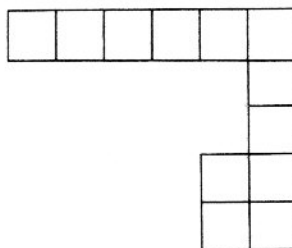


12 tables

24 places

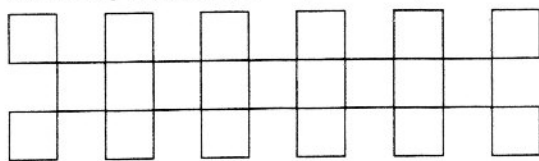
Anodin, mais intéressant.

Plusieurs autres solutions dont :

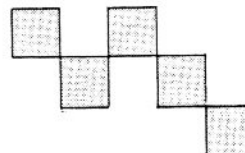


- b) Le nombre minimal est obtenu en formant la disposition la plus «compacte» possible. Dans ce cas, c'est le carré (16 places).

Pour une mesure d'aire donnée, la figure géométrique qui possède le périmètre minimal est le **cercle**. Si l'on se limite à des figures composées de carrés juxtaposés, c'est le **carré** qui répond à ces critères. Le périmètre minimal est composé de 16 unités. Pour le périmètre maximal, il faut «aérer» le plus possible notre forme. Il y a plusieurs dispositions possibles équivalentes à :



Note : Les élèves devraient être réticents devant de tels agencements, car ils «enferment» des convives entre les tables. Des dispositions *simplement connexes* sont préférables, c'est-à-dire du type :



Stratégies possibles

- Procéder par essais et erreurs.
- Relier un problème à un problème semblable déjà résolu.
- Concrétiser le problème au moyen d'un dessin ou du matériel approprié.

Problème 9

AU GOULOT!

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Constaté l'absence de données utiles dans l'énoncé d'un problème.
3. Porter un jugement sur un ensemble de solutions possibles.
4. Organiser sa stratégie et la modifier au besoin.

Suggestions d'animation

1. Ce problème nécessite une recherche personnelle à l'extérieur de la classe. Soumettez-le deux ou trois jours avant de recueillir (annoncez cela) «la solution la plus originale».
2. Invitez les élèves à être discrets, car leur solution ne sera pas originale s'ils l'ébruient.
3. Toute solution est acceptable dans la mesure où elle respecte strictement les données du problème.
4. La bouteille devrait être en verre et de grand format.

Solutions

1. Tirer le billet d'un coup sec ou par petits coups.
2. Rouler le billet en formant un cylindre très étroit. Arrivé au goulot, le billet pousse la bouteille.
3. Demander à quelqu'un d'autre de retirer la bouteille et... enlever soi-même le billet.
4. Et quoi de plus original encore?

Stratégie possible

- Concrétiser le problème au moyen du matériel approprié.

Problème 10

LE VASE CHINOIS

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Justifier ses solutions.
3. Vérifier ses solutions.

Suggestions d'animation

1. Invitez vos élèves à trouver la coupable, mais en précisant qu'il faut une preuve solide, digne de Sherlock Holmes...
2. Les prémisses et les données doivent être considérées comme absolument incontournables. Toutes les conditions doivent être respectées.
3. Après une réflexion individuelle, laissez-les se placer deux à deux pour mettre à l'épreuve leur «plaidoirie». Encouragez la discussion s'il y a divergence d'opinions.
4. Présidez collectivement l'audition des témoins et des accusations. Recherchez un verdict unanime... Que les élèves ne vous perçoivent pas comme celui ou celle qui va trancher. C'est à eux de confronter les propos accusateurs aux faits.

Solution unique

Sachant que Suzy ne ment pas (donnée certaine), on déduit forcément que Carole a dit la vérité. Le contraire voudrait dire que Suzy a menti (deuxième conditionnelle).

Par conséquent, nous devons conclure qu'Anne a menti. En effet, si elle avait dit vrai, Carole aurait menti.

L'analyse des paroles de chacune nous conduit à la coupable. C'est Suzy qui a brisé le vase chinois. Elle n'a pas menti. Carole non plus.

Note : À titre d'information, voici le résumé du calcul logique dont il a été question.

M (prénom) dit que cette personne a menti.

V (prénom) dit que cette personne a dit la vérité.

1) V (Anne) → M (Carole) (1^{re} conditionnelle)

2) M (Carole) → M (Suzy) (2^e conditionnelle)

3) V (Suzy) (prémisse)
 (2) équivaut à V (Suzy) \rightarrow V (Carole)
 (1) équivaut à V (Carole) \rightarrow M (Anne)
 V (Suzy) et V (Suzy) \rightarrow V (Carole) donc V (Carole)
 V (Carole) et V (Carole) \rightarrow M (Anne) donc M (Anne).

Stratégie possible

— Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles.

Problème 11

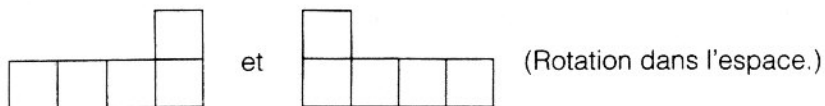
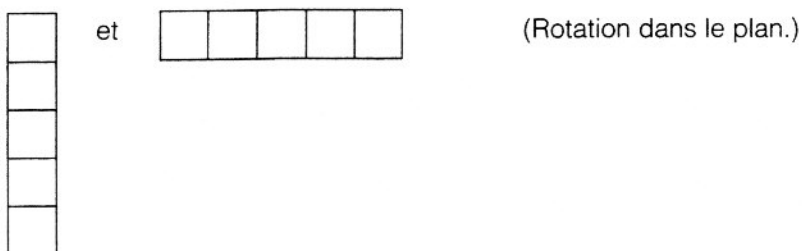
LES PENTOMINOS

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Identifier des régularités.
3. Présenter sa solution à l'aide du matériel nécessaire.
4. Rechercher toutes les solutions possibles.

Suggestions d'animation

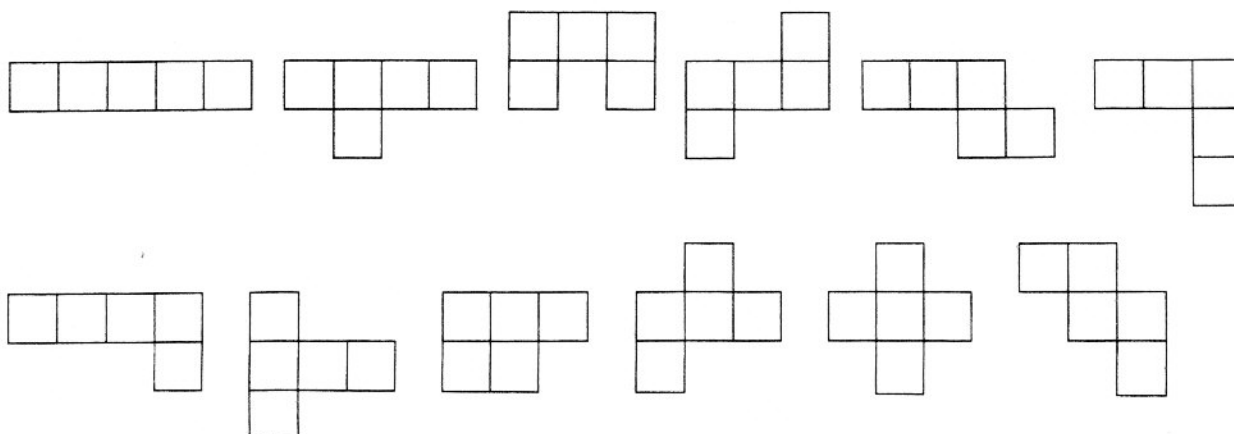
1. Si vous possédez des centicubes emboîtables, mettez-les à la disposition des élèves. Ils pourront facilement fabriquer leurs pentominos et les vérifier (sans tenir compte de l'épaisseur des cubes).
2. Si deux pentominos peuvent être obtenus par rotation (dans le plan ou dans l'espace), ils sont considérés comme identiques. Exemples :



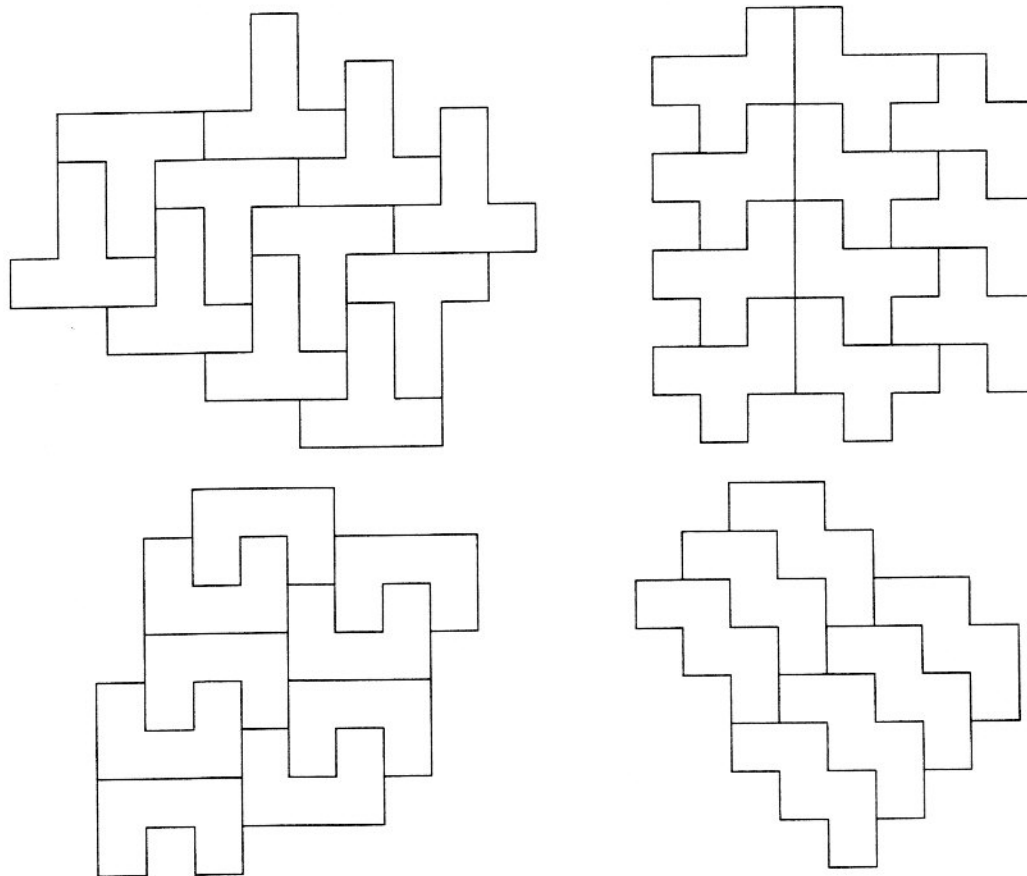
3. Ne dites pas combien il y a de pentominos différents (douze). L'intérêt de ce problème est justement de découvrir systématiquement tous les cas. Au besoin, laissez le problème en suspens durant quelques jours.
4. Les dallages seront facilités si vous utilisez les centicubes emboîtables. Un dallage est un recouvrement du plan au moyen d'une ou de plusieurs figures (ici une seule figure répétée) qui ne laisse aucun trou et qui peut recouvrir, s'il est suffisamment prolongé, toute surface plane finie.

Solution unique

a) Il y a douze pentominos différents :



b) Tous les pentominos peuvent daller le plan. Voici quatre exemples.



Stratégies possibles

- Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles.
- Concrétiser le problème au moyen du matériel approprié.

Problème 12

COEUR EN PANNE

Habiletés privilégiées

1. Constaté l'absence de données utiles dans l'énoncé d'un problème.
2. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.
3. Justifier ses solutions.

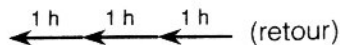
Suggestions d'animation

1. Profitez de ce problème pour faire le point sur ce que les élèves savent de l'idée de **moyenne**.
Une façon simple de définir la moyenne est présentée à la section Jeu-questionnaire du manuel de l'élève.
La moyenne d'un ensemble de résultats est le nombre unique qui pourrait être substitué à chacun des résultats sans changer le total.
Ainsi, un spectacle ayant attiré, lors de ses trois représentations, 65, 90 et 70 spectateurs aura en moyenne été vu par 75 personnes. En effet, il y aurait eu le même total de spectateurs s'il y avait eu 75 personnes à chaque représentation.
2. Ce problème peut sembler insoluble, car on ne connaît ni la distance parcourue par le cycliste, ni le temps qu'il a mis à l'aller ou au retour. Il faut donc procéder à quelques essais. Laissez les élèves en venir eux-mêmes à cette conclusion.

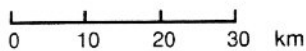
Solution unique

Supposons que le cycliste habite à 30 km de sa bien-aimée.

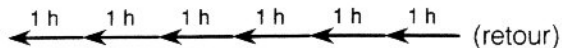
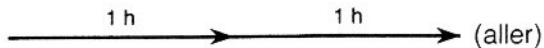
1 h → (aller)



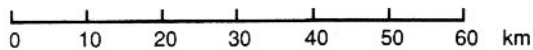
En 4 h, il a parcouru 60 km; donc, $\frac{60 \text{ km}}{4 \text{ h}} = 15 \text{ km/h}$.



Supposons que le cycliste habite à 60 km de sa bien-aimée.



En 8 h, il a parcouru 120 km; donc, $\frac{120 \text{ km}}{8 \text{ h}} = 15 \text{ km/h}$.



On réalise que la distance n'affecte pas la vitesse moyenne.

Stratégies possibles

- Identifier un élément manquant qui peut aider.
- Résoudre un problème semblable ayant des données plus simples.
- Concrétiser le problème au moyen d'un dessin ou d'un schéma.

Problème 13

LES ANIMATRICES

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Reformuler dans ses propres mots l'énoncé d'un problème.
3. Rechercher des renseignements permettant de préciser les données d'un problème.
4. Porter un jugement sur un ensemble de solutions possibles.
5. Connaître la pertinence du recours aux réseaux pour résoudre des problèmes reliés à l'organisation du travail.
6. Interpréter un tableau, un graphe.

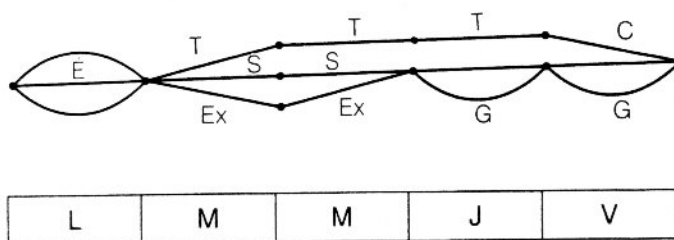
Suggestions d'animation

1. Les écoliers vont devoir jouer le rôle de consultant. Groupés en équipes de trois ou quatre, ils devront réaliser la tâche prévue. Avant de s'attaquer à cette tâche, ils doivent :
 - lire attentivement le contrat (le problème);
 - en plénière, vous poser toutes les questions d'éclaircissement qu'ils jugeront nécessaires, autant sur le texte du contrat que sur la tâche à réaliser.
 Ainsi, ils voudront peut-être savoir :
 - si une animatrice peut faire deux tâches le même jour (non);
 - si les animatrices travaillent le samedi (dans le cas de questions comme celle-ci, les retourner au texte);
 - le nom des animatrices (Paula, Luce et Anita);
 - ce que veut dire «consécutif»;
 - etc.
2. Laissez-les maintenant s'attaquer à la tâche sans leur suggérer de méthode. La plupart des équipes produiront probablement une grille horaire de la semaine. Puisqu'il y a plus d'une solution, retournez les équipes qui auront terminé à la production afin d'offrir au client le choix le plus vaste possible.
3. Laissez les élèves exposer au moins deux horaires différents. Retenez de préférence ceux où Anita ne s'occupe pas du téléthon. Ajoutez alors :
 - C'est un peu embêtant, car depuis que je vous ai confié le contrat, de nouveaux événements ont changé les données de base :
 - seule Luce aime couvrir les sports;
 - il faut maintenant trois animatrices pour la journée d'ouverture du gala;
 - Anita se dit incapable de travailler en équipe avec Luce ou Paula;
 - Claude, un animateur à la pique, peut donner un petit coup de main si cela est nécessaire, mais il faut donner préséance aux trois animatrices régulières.

Notes : 1. Ces modifications devraient montrer la pertinence des schémas de solution moins structurés que la grille horaire. Les changements à apporter sont si importants que les élèves sentiront le besoin de refaire l'horaire. La grille

horaire détaillée se manipule mal en pareil cas. Ne les laissez pas recommencer. Faites plutôt avec eux le constat précédent et présentez vous-même la technique des *réseaux* qui vise justement à prévenir ce genre de chambardements.

2. Au tableau, dessinez le réseau qui décrit l'une des grilles que vous avez conservées à titre d'exemple.

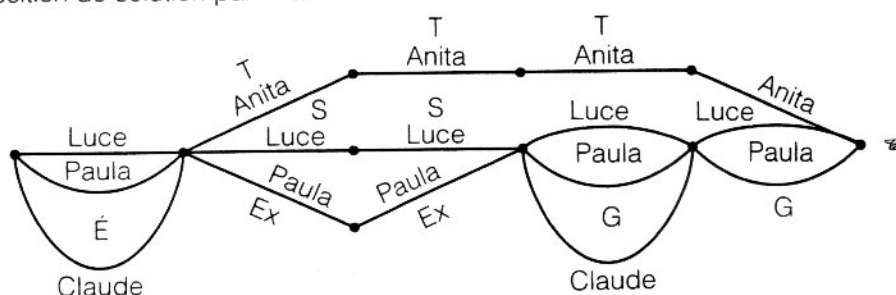


Ce squelette de solution permet encore beaucoup de mouvement et de souplesse. Il ne résume que l'essentiel des tâches et leur agencement dans le temps. C'est un **RÉSEAU**.

3. On devrait maintenant pouvoir faire (en groupe) les modifications souhaitées.

Sur le réseau, invitez-les à proposer des modifications que vous discuterez collectivement. Faites remarquer la souplesse du réseau comparativement à la lourdeur de la grille horaire.

Voici une proposition de solution parmi tant d'autres :



- Peuvent-ils tracer le réseau d'au moins une autre solution différente?
4. Montrez l'autre grille retenue au début du problème. Invitez-les à produire le réseau qui aurait pu faire aussi bien l'affaire.

Faites ressortir les avantages et les caractéristiques d'un tel réseau.

- Simplification de la situation.
 - Ébauche, plan à étudier avant l'horaire final.
 - Un réseau s'intéresse à l'essentiel des relations en cause : c'est un graphe.
5. Un réseau ne compte que des noeuds et des arcs.
- Dans le cas qui nous intéresse ici, que représente :
- un arc? Une journée de travail.
 - un noeud? Le début ou la fin d'une journée.

Note : Produire un réseau n'est pas toujours facile, et il existe parfois plusieurs solutions acceptables. Dans chaque cas, faites ressortir la simplicité primitive du réseau et la souplesse d'analyse qu'il permet.

Solutions

Voici l'une des solutions possibles. Toutes les autres résultent de l'une ou l'autre des permutations faites à partir de celle-ci.

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
Élections	Téléthon	Téléthon	Téléthon	Concours
Élections	Sports	Sports	Gala	Gala
Élections	Exposition	Exposition	Gala	Gala

À titre d'exemple, la journée d'élections pourrait aussi avoir lieu le vendredi (ce qui n'est pas habituel dans nos coutumes). Le concours pourrait précéder le téléthon. Les deux jours de gala pourraient précéder l'exposition et le reportage sportif.

Stratégies possibles

- Relier le problème à un problème semblable déjà résolu.
- Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles.
- Concrétiser le problème au moyen d'un schéma (tableau, graphe).

Problème 14

EMBOÎTEMENT

Habiletés privilégiées

1. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.
2. Vérifier ses solutions.
3. Justifier ses solutions.
4. Identifier des régularités.
5. Reformuler dans ses propres mots l'énoncé d'un problème.
6. Interpréter un tableau.

Suggestions d'animation

1. Laissez vos élèves lire le problème, puis demandez-leur de fermer leur manuel. Qui peut vous parler de ce problème, de ce qui est attendu? Au besoin, retournez-les au texte.
2. Sans autre préambule, laissez-les résoudre ce problème individuellement. Procédez ensuite à la présentation du plus grand nombre possible de stratégies permettant de répondre à ces questions.

Solution unique

- a) 18 cm.
- b) Voici un tableau qui présente ce qui découle de l'ajout de pièces.

Nombre de pièces	Périmètre de la bande
1	18 cm
2	24 cm
3	30 cm
4	36 cm
.	.
.	.
.	.
10	72 cm
Tout $n > 0$	Formule $(12 + 6n)$ cm

On constate que chaque pièce ajoute 6 cm au périmètre, soit la longueur des deux côtés parallèles qui prolongent les bords de la bande. Il n'est plus utile de dessiner les dix pièces.

Autre façon — La régularité montre des multiples de 6 cm (périmètre) décalés (par rapport au nombre de pièces) de deux positions.

Nombre de pièces	Périmètre de la bande
1	3×6 cm
2	4×6 cm
3	5×6 cm
.	.
.	.
.	.
10	12×6 cm
n	Formule $(n + 2) \times 6$ cm

- c) Pour résoudre ce problème, il est fortement souhaitable de recourir à une formule. Sinon, on risque de s'empêtrer dans les calculs! Pour passer de 18 cm à 942 cm, il a fallu ajouter 924 cm. C'est 154 fois 6 cm. Donc, la bande est formée de 155 pièces.
Ou encore — On cherche n pour un périmètre de 942 cm.
 $942 \text{ cm} = 157 \times 6 \text{ cm}$
 $942 \text{ cm} = (155 + 2) \times 6 \text{ cm}$
Il faut donc 155 pièces.

Stratégies possibles

- Concrétiser le problème au moyen d'un dessin approprié (a).
- Rechercher une régularité, une formule (b).
- Traduire les données du problème dans une équation et la résoudre (c).

Problème 15

LES DOLLARS ENVOLÉS

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Justifier ses solutions.
3. Porter un jugement sur la pertinence d'un problème posé.

Suggestions d'animation

1. Laissez les élèves lire et résoudre ce problème individuellement.
2. Animez l'échange au moment de mettre en commun les solutions trouvées.

Solution unique

Le raisonnement du voyageur est quelque peu embrouillé.

En fait, les chambres ont coûté 54 \$ en comptant les 50 \$ de l'hôtelier et les 4 \$ du portier. Donc, on ne peut ajouter les 4 \$ du portier aux 54 \$, mais bien les 6 \$ remis par le portier (3×2 \$) :

Prix des chambres :	50 \$
Pourboire :	4 \$
Somme remise aux voyageurs :	<u>6 \$</u>
TOTAL :	60 \$

Stratégie possible

Dans le cas d'un problème piège, il n'y a pas de stratégie à proprement parler. C'est la lecture attentive des données qui finit par livrer la clé de l'énigme.

Problème 16

LES TOUCHES DÉFECTUEUSES

Habiletés privilégiées

1. Appliquer la distributivité et l'associativité dans des opérations effectuées à l'aide de la calculatrice.
2. Interpréter correctement les données d'un problème.
3. Décrire sa solution à l'aide d'une phrase mathématique.
4. Composer des problèmes semblables à une situation donnée.
5. Rechercher plusieurs solutions possibles.

Suggestions d'animation

1. Les élèves solutionnent ces problèmes individuellement. Exigez qu'ils expriment leurs réponses au moyen de phrases mathématiques explicites.
2. Valorisez la capacité de produire plusieurs solutions de même que l'originalité.
3. Invitez les élèves à inventer deux ou trois problèmes semblables pour les soumettre à leurs camarades.

Solutions

- a) $(7\,249 - 1) \times 4 \times 4$ ou $7\,247 \times 4 \times 4 + 15 + 1$ ou $7\,245 \times 15 + 7\,245 + 3 \times 15 + 3$ (en utilisant la mémoire) ou $2^8 \times 453$ (constante automatique) ou...
- b) $7 \times 7 \times 202 \times 77 + 7 \times 7 \times 202 \times 12$ (avec la mémoire) ou $(10\,000 - 102) \times 45 \times 2 - 10\,000 + 102$ ou...

Stratégie possible

- Relier un problème à un problème semblable déjà résolu.

Problème 17

GRILLE DE LETTRES 2

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Justifier ses solutions.
3. Vérifier ses solutions.
4. Énoncer des hypothèses et les vérifier.
5. Faire une sélection justifiable parmi des hypothèses.
6. Organiser sa stratégie et la modifier au besoin.

Suggestions d'animation

1. Procédez exactement comme au problème 5.
2. *Au-dessus* est l'opposé de *sous*. *Au-dessus* veut donc dire «verticalement au-dessus».

M	D	L	G
B	O	J	E
K	P	H	F
I	A	C	N

Les lettres O et P peuvent être placées dans deux cases différentes. Il y a deux solutions.

Stratégies possibles

- Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles.
- Dresser la liste de tout ce que l'on connaît du problème et l'utiliser.
- Procéder par essais et erreurs.

Problème 18

L'UNION FAIT LA FORCE

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Justifier ses solutions.
3. Vérifier ses solutions.
4. Porter un jugement sur un ensemble de solutions possibles.
5. Estimer la réponse d'un problème.

Suggestions d'animation

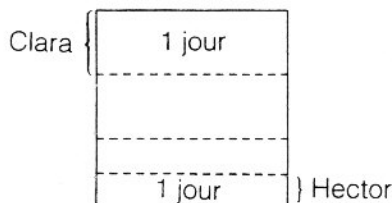
1. Ce problème piège devrait être soumis sans préambule.
2. Confrontez les solutions différentes, s'il y a lieu, mais ne vendez surtout pas la mèche. Si plusieurs appliquent ici des concepts inappropriés et si personne ne les contredit parmi vos élèves, soumettez les conflits cognitifs suivants.
 - Si on propose $3 + 6 = 9$ (jours) : ajoutez une troisième personne pour les assister qui peut peindre les murs en une seule journée. Vont-ils faire $3 + 6 + 1 = 10$? Si oui, ajoutez quelqu'un qui peut tout repeindre seul en une heure...
 - Si on vous propose $(3 + 6) \div 2 = 4,5$ (jours) : remplacez Hector par un bébé qui ne peut pas peindre. (Au moins, Clara pourra y arriver en trois jours, comme si elle était seule. La présence d'Hector semble lui nuire, puisqu'il lui faut plus de jours avec lui que si elle était seule...)

Solution unique

Clara fait $\frac{1}{3}$ de l'ouvrage en un jour.

Hector fait $\frac{1}{6}$ de l'ouvrage en un jour.

Ensemble : $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ de l'ouvrage en un jour.



En deux jours, le travail sera terminé, ce qui est **raisonnable** étant donné que Clara y arrive seule en trois jours.

Problème 19

CARRÉ MAGIQUE

Suggestions d'animation

- La situation proposée ici permet une synthèse amusante d'un certain nombre de sujets :
 - recherche de régularités;
 - utilisation de variables en mathématiques;
 - rôle d'une formule : c'est une recette qui fonctionne, peu importe les nombres que l'on utilise;
 - importance du calcul mental.
- Les élèves ne doivent pas hésiter à inscrire zéro ou un nombre négatif (comme dans l'exemple 2), si cela s'impose.

Problème 20

LE TERRASSEMENT

Habiletés privilégiées

- Interpréter correctement les données d'un problème.
- Établir des rapprochements avec des compétences ou des connaissances acquises.
- Interpréter un graphe.
- Porter un jugement sur un ensemble de solutions possibles.
- Organiser sa stratégie et la modifier au besoin.

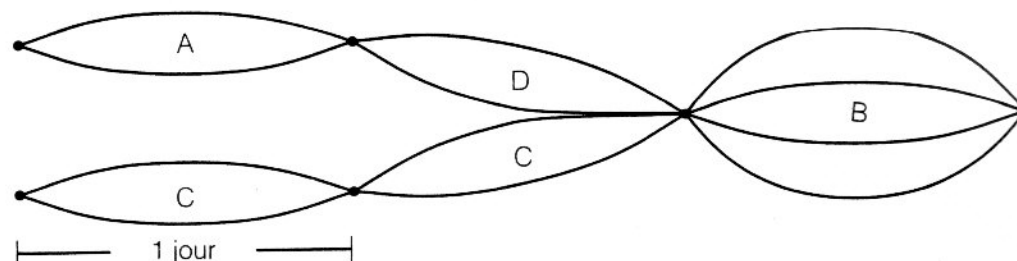
Suggestions d'animation

- Procédez exactement comme au problème 13.
- En synthèse, rappelez l'intérêt du recours à la schématisation dans la résolution de problèmes comme celui-ci. Le réseau constitue un squelette qui permet de traiter l'essentiel du problème.

Solution

- Les tâches A, D et B doivent être effectuées exactement dans cet ordre.
- Il y a 12 journées de travail pour une personne; l'objectif est d'obtenir la «durée minimale» et non le nombre minimal de personnes. On peut donc embaucher plus de gens pour aller plus vite, sans contredire les données du «contrat».

Voici un réseau qui propose une solution qui prendra trois jours. C'est le minimum.



Il faudra donc engager quatre personnes. La forme du réseau peut varier.

Stratégies possibles

- Concrétiser le problème au moyen d'un schéma.
- Dresser une liste de tout ce que l'on connaît du problème et l'utiliser.
- Relier le problème à un problème semblable déjà résolu.

Problème 21

CARRÉ OU PAS?

Habiletés privilégiées

- Rechercher des renseignements permettant de préciser les données du problème.
- Justifier ses solutions.
- Identifier des régularités.
- Organiser sa stratégie et la modifier au besoin.
- Découvrir empiriquement la formule de la circonférence d'un cercle.
- Déterminer la marge à l'intérieur de laquelle se situe la solution d'un problème.

Suggestions d'animation

1. Ce problème anodin constitue en fait une excellente occasion de présenter et d'analyser le procédé qui permet d'établir la circonférence d'un cercle.
2. Il n'est pas question d'avoir en main une de ces boîtes cylindriques de balles de tennis. Le problème perdrait alors toute sa saveur, puisque la solution ne consisterait qu'à mesurer les dimensions de l'objet. *Ce problème peut et doit être résolu sans avoir sous les yeux le cylindre et sans même connaître le diamètre d'une balle!*
Il est donc important que vous en veniez à énoncer le problème comme suit :
«Puisque la circonférence de la balle est à peu près égale à celle du cylindre, est-elle égale à trois fois le diamètre (la «hauteur» de la balle, diront les élèves)?»
3. Dès lors, accordez tout le temps nécessaire à la recherche qui leur permettra d'établir une sorte de «formule» décrivant la circonférence d'un cercle en fonction de son diamètre (ou de son rayon). Faites-en une démarche tantôt collective, tantôt individuelle. Ont-ils des suggestions?
4. Une suggestion : sortir les rubans à mesurer et, de façon empirique, rechercher cette relation entre la circonférence et le diamètre :

	Circonférence	Diamètre
Cercle 1	c_1	d_1
Cercle 2	c_2	d_2
Cercle 3	c_3	d_3
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Solution

La paroi n'est pas parfaitement carrée. Elle est légèrement plus longue du côté qui constitue la circonférence. Cependant, on peut dire, compte tenu des marges normales dans une telle construction, que la feuille est presque carrée.

En effet, si l'on mesure avec précision la circonférence c et le diamètre d de plusieurs cercles, on constate que :

$$4 > \frac{c}{d} > 3.$$

La calculatrice peut être très utile ici et nous permettre d'établir que $\frac{c}{d} \cong 3,14$.

Ce rapport est à l'origine de l'invention du nombre π (pi) qu'on a mis quelques millénaires à cerner. Aujourd'hui, nous savons que π est irrationnel (pas une fraction $\frac{a}{b}$ où a et b sont des entiers) et approximativement égal à 3,14159.

Théoriquement, la paroi du cylindre (dimensions minimales) serait :

$3 d \times \pi d$ (environ 19,5 cm \times 20,4 cm). Et $\pi > 3$.

La différence entre la largeur et la longueur de la paroi métallique est de moins de un centimètre.

Stratégies possibles

- Rechercher une régularité, une formule.
- Concrétiser le problème au moyen du matériel approprié.

Problème 22

À LA CANTINE

Habiletés privilégiées

1. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.
2. Vérifier ses solutions.

Suggestions d'animation

1. Ce problème permet une présentation lucide et pertinente de ce que nous appelons un **système d'équations**. Le lien analogique devrait être clairement établi, sans chercher à «faire de l'algèbre». Il s'agit uniquement de montrer comment la symbolisation algébrique résume et simplifie la situation en éliminant tout ce qui n'est pas utile à la solution.
2. Laissez les élèves résoudre ce problème individuellement. La calculatrice devrait être permise pour alléger les raisonnements à faire.

Solution unique

Voici, en parallèle, un exemple de raisonnement et son pendant algébrique. Surtout, faites clairement ressortir que la seule véritable différence entre ces deux descriptions est l'**extrême dénuement** de la notation algébrique. Soulignez aussi que le choix des variables (lettres désignant un nombre ou un ensemble de nombres que l'on ne connaît pas) aurait pu être différent.

- Pourquoi n'a-t-on pas pris s pour le prix du sandwich? ☹ Parce que s désigne déjà la soupe, ce qui créerait de la confusion. ☹
- Pourquoi p pour spaghettis? ☹ Pourquoi pas! ☹

Raisonnement	Symbolisation
1) Soupe, sandwich et jus coûtent 4,60 \$.	1) $s + t + j = 4,60 \$$
2) Soupe et jus coûtent 2,35 \$.	2) $s + j = 2,35 \$$
3) À cause des énoncés (1) et (2), on conclut que le prix du sandwich est de 2,25 \$, soit la différence entre ces deux additions.	3) $t = 2,25 \$$ par (1) – (2)
4) Le sandwich coûte 0,80 \$ de plus que la soupe.	4) $t - s = 0,80 \$$
5) Par l'énoncé (3), on trouve que la soupe vaut 1,45 \$.	5) $s = 1,45 \$$ par (3) dans (4)
6) Spaghettis et soupe coûtent 4,90 \$.	6) $p + s = 4,90 \$$
7) Les énoncés (5) et (6) nous disent que les spaghettis coûtent 3,45 \$.	7) $p = 3,45 \$$ par (5) dans (6)
8) Les énoncés (5) et (2) nous permettent de trouver le prix du jus : 0,90 \$.	8) $j = 0,90 \$$ par (5) dans (2)

Peu importe le raisonnement que vous donneront les élèves, un parallèle semblable sera toujours possible. Recherchez au moins deux ou trois déductions distinctes pour en faire la preuve.

Stratégies possibles

- Dresser une liste de tout ce que l'on connaît du problème et l'utiliser (partie de gauche de la solution).
- Traduire les données du problème en équations et les résoudre (partie de droite de la solution).

Problème 23

LE PRIX DE LA LIBERTÉ

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Évaluer l'utilité des données dans un problème.

Suggestions d'animation

1. Voici un autre problème qui fait appel à la créativité de l'élève. Aucune discussion collective n'est requise ici. Laissez ce problème en suspens durant au moins 24 heures.
2. Il n'y a pas, à proprement parler, de stratégie qui puisse mener à la solution de ce problème. Seules une ouverture d'esprit et une certaine liberté de pensée peuvent permettre la découverte de la solution ou des solutions.
3. C'est bien plus le jugement des élèves que leur raisonnement que nous visons par ce problème. Mettez-y de l'ambiance.

Solution

Les quatre premiers prisonniers prennent chacun cinq pommes. Le cinquième prend quatre pommes et le panier dans lequel il laisse sa cinquième pomme... Qui dit mieux?

Problème 24

LA FOURMI ET L'ÉLASTIQUE

Habiletés privilégiées

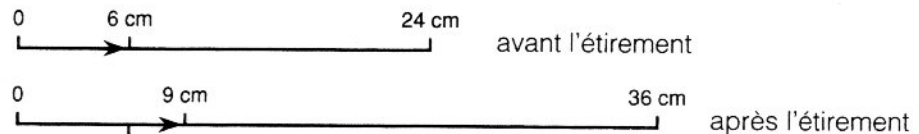
1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.
3. Rechercher des renseignements permettant de préciser les données d'un problème.
4. Présenter sa solution à l'aide d'un tableau.
5. Énoncer des hypothèses et les vérifier.

Suggestions d'animation

1. Au premier abord, plusieurs élèves, sinon la plupart, croiront que la fourmi n'atteindra jamais l'extrémité de l'élastique. Cela est cependant inexact. «La fourmi avance de 6 cm et l'élastique allonge de 12 cm : impossible de combler l'écart!»
2. Si c'est le cas, laissez-les faire cette affirmation et proposez une preuve expérimentale. Avec un élastique et une règle graduée en centimètres, appliquez les données du problème. C'est peut-être seulement alors qu'ils réaliseront que l'allongement de l'élastique entraîne la fourmi (un fil que vous nouez à 6 cm de l'extrémité) plus loin qu'elle n'était rendue.
3. Ce problème permet une étude particulièrement intéressante de l'idée de proportion et de fractions équivalentes. Quand vous les retournerez à l'ouvrage, assurez-vous que tous y travaillent ardemment.
4. La calculatrice sera encore la bienvenue ici.

Solution unique

Après une minute, la fourmi est rendue à 6 cm. L'étirement qui allonge l'élastique ne la laisse pas à cet endroit.



En fait, c'est tout l'élastique qui s'étire (en chaque point) et non pas seulement son extrémité. La fourmi se trouvait au quart ($\frac{6}{24}$) de l'élastique et y sera encore après l'étirement ($\frac{9}{36}$).

Après la deuxième minute, la fourmi atteint le quinzième centimètre et se trouve donc aux $\frac{15}{36}$, avant le second étirement de 12 cm. Il faut donc trouver le numérateur qui manque pour compléter cette égalité (proportion) : $\frac{15}{36} = \frac{n}{48}$. On trouve que $n = 20$; la fourmi se trouve donc à 20 cm de son point de départ. Quelques calculs de cette nature mènent à la solution.

Temps	Progression	Élastique	Position finale
0 min	0 cm	24 cm	—
1 min	6 cm	36 cm	9 cm
2 min	15 cm	48 cm	20 cm*
3 min	26 cm	60 cm	32,5 cm
4 min	38,5 cm	72 cm	46,2 cm
5 min	52,2 cm	84 cm	60,9 cm
6 min	66,9 cm	96 cm	76,5 cm
7 min	82,5 cm	108 cm	92,8 cm
8 min	98,8 cm	120 cm	109,8 cm
9 min	115,8 cm	132 cm	127,4 cm
10 min	132 cm — arrivée	—	—

* $\frac{15}{36} = \frac{n}{48}$. Donc, $n = 20$.

La fourmi atteint son but un peu avant la dixième minute, soit après environ 9 min et 46 s ($9 \text{ min} + \frac{4,6}{6} \times 60 \text{ s}$).

Stratégie possible

— Concrétiser le problème au moyen du matériel approprié.

Problème 25

PROBABILITÉS

Habiletés privilégiées

1. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.
2. Justifier ses solutions.
3. Identifier des régularités.

Suggestions d'animation

1. Ce problème rappelle certains éléments que nous avons étudiés en début d'année relativement aux probabilités.

- Assurez-vous que les élèves ont le matériel adéquat à leur disposition et laissez-les s'attaquer au problème en petites équipes.
- Procédez à une synthèse collective pour tirer le maximum de cette situation.

Solution unique

- Après six lancers, le jeton aboutit inévitablement sur la diagonale a7 — g1.
- La grille ci-dessous indique le nombre de *chemins* différents qui permettent de passer de la case de départ (a1) à certaines des cases de l'échiquier. Le numéro vis-à-vis chaque diagonale indique combien de coups doivent être joués pour y arriver.

⑥									8
⑤									7
④	1								6
③	1	6							5
②	1	5	15						4
①	1	4	10	20					3
	1	3	6	10	15				2
	1	2	3	4	5	6			1
	•	1	1	1	1	1	1		
	a	b	c	d	e	f	g	h	

Le triangle de nombres obtenu en fonction du nombre de coups joués est connu depuis des siècles. En Europe, c'est Blaise Pascal qui l'a fait connaître. On le désigne d'ailleurs aujourd'hui comme le triangle de Pascal. Une construction progressive nous permet de déduire la ligne suivante en percevant certaines régularités.

```

1
1 6
1 5 15
1 4 10 20
1 3 6 10 15
1 2 3 4 5 6
1 1 1 1 1 1 1

```

Le triangle de Pascal

On voit la suite des nombres naturels et la suite des nombres triangulaires (1, 3, 6, 10,...). Les autres nombres sont obtenus en additionnant les deux nombres adjacents situés dans la diagonale précédente (comme $10 + 10 = 20$).

Une façon très élégante de résoudre ce problème consiste à étudier la situation après un coup, puis tous les cas possibles après deux et trois coups. La régularité s'impose et livre le secret des autres diagonales. C'est ce que nous aimons appeler la **magie des nombres**. Plusieurs problèmes se résolvent de la même façon. C'est donc à la case d4 qu'il est le plus probable d'aboutir après six coups. En effet, il y a 20 chances sur 64 (tous les chemins possibles en six coups : $1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1$), soit près du tiers des possibilités. Les cases c5 et e3 sont ensuite les plus probables.

Stratégies possibles

- Résoudre un problème semblable ayant des données plus simples (après un coup, deux coups,...).
- Rechercher une régularité, une formule.
- Rechercher systématiquement tous les cas possibles en éliminant les cas impossibles.
- Concrétiser le problème au moyen du matériel approprié.

Problème 26

GRILLE DE LETTRES 3

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Justifier ses solutions.
3. Vérifier ses solutions.
4. Énoncer des hypothèses et les vérifier.
5. Faire une sélection justifiable parmi ses hypothèses.
6. Organiser sa stratégie et la modifier au besoin.

Suggestions d'animation

Procédez comme au problème 5.

Solution unique

A	I	E	K
M	J	F	O
G	L	C	D
P	B	N	H

A, K et H peuvent être placées les premières compte tenu des indices qui les concernent.

Stratégies possibles

- Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles.
- Dresser une liste de tout ce que l'on connaît du problème et l'utiliser.
- Procéder par essais et erreurs.

Problème 27

QUADRATURE

Habiletés privilégiées

1. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.
2. Identifier des régularités.
3. Découvrir empiriquement la formule de l'aire du cercle.

Suggestions d'animation

1. Il faudrait que les élèves aient le temps nécessaire pour faire cette recherche. Assurez-vous qu'ils disposent de tout le matériel qu'ils jugeront utile : grilles centimétriques, ciseaux,...
2. Ne donnez aucun indice. Gardez vos suggestions pour la synthèse, notamment pour la solution d'Archimède que nous vous proposons.

Solutions

- a) L'aire du cercle dont le diamètre est égal à 6 cm est d'environ $28 \frac{1}{4} \text{ cm}^2$.
- b) Voici un procédé qui a permis à Archimède d'obtenir une formule pour calculer l'aire d'un cercle. Subdiviser le cercle en fines pointes, ces pointes étant **presque** des triangles.

Replacer les pointes pour former un **presque**-parallélogramme.

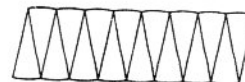
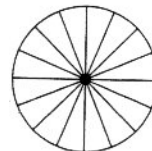
L'aire du parallélogramme est égale à la *base* \times la *hauteur*.

La hauteur est le rayon.

La base est une demi-circonférence.

La formule d'Archimède est donc :

rayon \times $\frac{\text{circonférence}}{2}$.



Le problème 21 nous a montré que la circonférence est égale à un peu plus que trois fois le diamètre ou six fois le rayon.

L'approximation suivante est excellente :

$$\text{Aire du cercle} \approx \frac{\text{rayon} \times \text{rayon} \times 2 \times 3}{2}$$

On approche de la formule connue aujourd'hui : aire du cercle = $\pi \times r^2$ où π vaut environ 3,1416.

Stratégies possibles

- Concrétiser le problème au moyen du matériel approprié.
- Dresser une liste de tout ce que l'on connaît du problème et l'utiliser.

Problème 28

PUISSANCE

Habiletés privilégiées

1. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.
2. Rechercher des renseignements permettant de préciser les données d'un problème.
3. Identifier des régularités.

Suggestions d'animation

1. Voici un autre problème où la calculatrice peut être mise à contribution. Comme vos élèves le constateront, la géniale petite machine ne peut malheureusement pas nous livrer la réponse. Il faudra faire preuve de jugement.
2. Laissez-les résoudre ce problème sans faire de suggestions. Une réflexion personnelle s'impose. Plusieurs avenues sont possibles. La seule chose sur laquelle vous pouvez insister, c'est que l'un des quatre nombres est le bon. Laissez-leur quelques jours pour y penser s'il le faut.

Solution unique

1. Les calculatrices ne peuvent calculer plus loin que 12^7 (35 831 808). Puisque 12^5 est égal à 248 832, on cherche le produit de :

$$\begin{array}{r} 35\,831\,808 \\ \times 248\,832 \\ \hline \dots 3616 \\ \dots 5424 \\ \dots 64 \\ \hline \dots \end{array}$$

On peut trouver les derniers chiffres.

256

Seul le c) se termine par ces chiffres.

2. $12^6 = 2\,985\,984$
 $12^{12} = 2\,985\,984^2$
et $984^2 = 968\,256$
On connaît les derniers chiffres (256) au moins. C'est c).
3. La suite des puissances de 12 montre une régularité au chiffre des unités : 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6, ... On en déduit que la douzième se terminera par 6 : 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6. Cela n'élimine que deux réponses (a et d).
4. On en arrive à la même conclusion qu'au point 3 en calculant $2^{12} = 4\,096$.
5. Si ces nombres sont des multiples de 12, on pourra certainement les diviser par 12; or, seuls c) et d) se divisent par 12.

Stratégies possibles

- Relier le problème à un problème semblable déjà résolu (solutions 1 et 2).
- Rechercher une régularité (solution 3).
- Résoudre un problème semblable ayant des données plus simples.

Problème 29

LA VIDÉO DE L'ANNÉE

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Reformuler dans ses propres mots l'énoncé d'un problème.
3. Rechercher des renseignements permettant de préciser les données d'un problème.

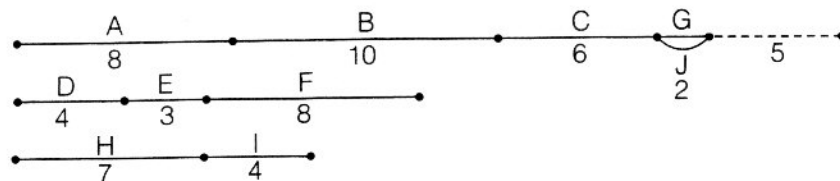
- Porter un jugement sur un ensemble de solutions possibles.
- Connaître la pertinence du recours aux réseaux pour résoudre des problèmes reliés à l'organisation du travail.
- Interpréter un tableau, un graphe.

Suggestions d'animation

Procédez comme au problème 13.

Solution

Il y a plus d'une solution possible, compte tenu du sens à donner à certaines informations. Il faut cependant réaliser que certaines opérations ne peuvent être inversées. Il en est ainsi, par exemple, des tâches A et C. Voici une solution acceptable parmi d'autres :



En plaçant certaines tâches en parallèle (quand c'est possible), on peut réaliser le tout en 31 jours (six semaines et un jour). La première aura lieu mardi le 13 novembre.

Problème 30

ÉGALITÉ

Habiletés privilégiées

- Vérifier ses solutions.
- Énoncer des hypothèses et les vérifier.
- Organiser sa stratégie et la modifier au besoin.

Suggestions d'animation

- Assurez-vous d'une compréhension univoque des consignes et laissez tout le temps qu'il faut aux élèves pour résoudre ces casse-tête.
- Ne donnez pas les solutions. Cela n'apporterait rien ici, puisqu'il s'agit d'un problème où il faut organiser systématiquement l'étude d'un nombre limité de cas.

Solutions

- $\frac{3+3}{2} + \frac{1+2}{3} = 4$
- $\frac{6 \times 3}{4} - \frac{5}{1 \times 2} = 2$
- $\frac{6}{6-3} - \frac{7-7}{3} = 2$ ou $\frac{7}{6-3} - \frac{7-6}{3} = 2$

Stratégies possibles

- Procéder par essais et erreurs.
- Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles.

Problème 31

LES TOURS DE HANOI

Habiletés privilégiées

- Interpréter correctement les données d'un problème.
- Justifier ses solutions.
- Vérifier ses solutions.
- Identifier des régularités.

Suggestions d'animation

- Assurez-vous de la compréhension univoque des règles en demandant à vos élèves de fermer leur manuel et de discuter de ce problème dans leurs propres mots.
- Invitez-les à résoudre le problème individuellement. Penseront-ils à fabriquer le matériel adéquat? Procéderont-ils par dessin? Laissez-les en décider.
- Au moment de la synthèse, faites ressortir la «magie des nombres» et la puissance de cette façon de résoudre un problème (solution c). N'hésitez pas à exploiter le filon algébrique (formule), même si cela

dépasse largement les objectifs actuels. Cet investissement est de nature à augmenter la confiance des élèves dans le symbolisme mathématique.

Solutions

- a) Il faut sept coups :
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
- On obtient une deuxième solution en plaçant la plus petite carte à l'extrême droite, au premier coup. La tour sera à cet endroit après sept coups.

- b) Avec quatre cartes, cela revient à faire d'abord un déplacement de la tour à trois cartes, les trois du dessus (7 coups), à déplacer la quatrième dans une autre case (1 coup) et la tour à trois cartes sur la quatrième (7 coups), ce qui fait 15 coups.

Le même raisonnement s'applique pour la tour à cinq cartes :

- déplacer les quatre du dessus (15 coups);
- déplacer la cinquième (1 coup);
- déplacer les quatre sur la cinquième (15 coups);
- total : 31 coups.

- c) Il est vraisemblable que la «magie des nombres» est à l'oeuvre dans ce problème et qu'une régularité (formule) entre en jeu. La stratégie à adopter quand on a cette conviction consiste à étudier les premiers cas, généralement les plus simples.

Tour : nombre de cartes	Nombre de coups
1	1) + 2
2	3) + 4
3	7) + 8
4	15*) + 8
5	31

* On commence à soupçonner une régularité.

Régularité : le nombre de coups requis est toujours égal au double du cas précédent plus un.

Autrement dit : $C(n) = 1 + 2 \times C(n-1)$ où $C(n)$ veut dire «le nombre de coups pour une tour à n cartes».

De plus, en observant la suite engendrée, on constate qu'elle est proche de la suite des puissances de 2 :

1, 3, 7, 15, 31, 63,...

2, 4, 8, 16, 32, 64,...

Une **formule** se dessine...

Le troisième terme de cette suite est $2^3 - 1 = 7$. Le dixième est $2^{10} - 1 = 1\,023$. Le énième sera $2^n - 1 = C(n)$, une façon de dire que le résultat numéro n sera un de moins que la énième puissance de 2.

Stratégies possibles

- Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles.
- Résoudre un problème semblable ayant des données plus simples.
- Rechercher une régularité, une formule.

Problème 32

LE TRAIN

Habiletés privilégiées

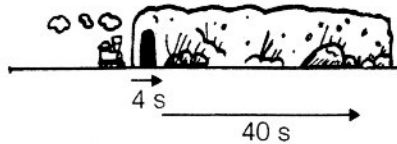
1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Décrire sa solution à l'aide d'une phrase mathématique.

Suggestions d'animation

1. Laissez les élèves résoudre ce problème individuellement.
2. En synthèse, animez la présentation des solutions en mettant l'accent sur les diverses stratégies possibles.

Solution

On constate d'abord que le tunnel doit être dix fois plus long que le train.



On calcule ensuite que le train parcourt $16 \frac{2}{3}$ m à la seconde.

$$a) \frac{60 \text{ km} \times 40 \text{ s}}{3600 \text{ s}} = 16 \frac{2}{3} \text{ m}$$

$$b) 16 \frac{2}{3} \text{ m} \times 10 = 166 \frac{2}{3} \text{ m}$$

Stratégies possibles

- Concrétiser le problème au moyen d'un dessin ou d'un schéma.
- Traduire les données du problème dans une équation et la résoudre.

Problème 33

JONGLERIES

Habiletés privilégiées

1. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.
2. Décrire sa solution à l'aide d'une phrase mathématique.
3. Vérifier ses solutions.
4. Rechercher plusieurs solutions possibles.

Suggestions d'animation

1. Ce type de casse-tête ne demande aucune présentation particulière. Assurez-vous, toutefois, que les élèves interprètent correctement les données.
2. Puisque plusieurs solutions sont parfois possibles, laissez ce problème ouvert pour quelques jours avant d'afficher les solutions. Qui y parviendra le plus rapidement? Qui trouvera le plus de solutions?

Solutions

Il y en a plusieurs dont :

$$(5 - 5) \times 5 \times 5 \div 5 = 0$$

$$5 \div 5 + (5 - 5) \times 5 = 1$$

$$(5 \times 5 - 5) \div (5 + 5) = 2$$

$$(5 \times 5 - 5 - 5) \div 5 = 3$$

$$5 \div 5 \times 5 - 5 \div 5 = 4$$

$$5 \div 5 \times 5 - 5 + 5 = 5$$

$$5 \div 5 \times 5 + 5 \div 5 = 6$$

$$5 \div 5 + 5 \div 5 + 5 = 7$$

$$(5 + 5 + 5) \div 5 + 5 = 8$$

$$(5 \times 5 - 5) \div 5 + 5 = 9$$

$$5 + 5 + 5 \times (5 - 5) = 10$$

Problème 34

ÉQUILIBRE

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.
3. Décrire sa solution à l'aide d'une phrase mathématique.
4. Vérifier ses solutions.
5. Justifier ses solutions.

Suggestions d'animation

1. Laissez les élèves travailler individuellement. Placez-les ensuite en équipes de deux pour qu'ils discutent de leurs solutions.

2. En synthèse, présentez le parallèle raisonnement-symbolisation qui vous est proposé en guise de solution. Mettez toute l'emphase nécessaire sur la dédramatisation du symbolisme algébrique : «C'est exactement la même idée qui est formulée très simplement, sans parures inutiles!»

Solution unique

Recherchons d'abord l'objet le plus léger. Les lettres utilisées à droite rappellent la forme géométrique.

Raisonnement	Symbolisation
1) Une ellipse est aussi lourde qu'un triangle et un carré (par B).	1) $e = t + c$ (B)
2) Remplaçons dans C l'ellipse par sa valeur.	2) $3t = e + 3c$ (C) $3t = t + 4c$ par (1) dans (2)
3) On trouve qu'un triangle vaut deux carrés.	3) $t = 2c$
4) Donc, l'ellipse vaut trois carrés.	4) $e = 3c$ par (3) dans (1)
5) Remplaçons ellipses et triangles dans A par leur valeur en carrés trouvée en (3) et (4).	5) $2e + 1t + 2c + 2h = 4t + 1e$ (A) $6c + 2c + 2c + 2h = 8c + 3c$ par (3) et (4) dans (5) $10c + 2h = 11c$
6) On trouve par simplification que deux hexagones valent un carré.	6) $2h = 1c$
7) L'hexagone est donc le plus léger (300 g).	7) $h = 300$ g
8) On trouve facilement les autres grâce à (3), (4) et (6).	8) $c = 600$ g par (7) dans (6)
	9) $e = 1\ 800$ g par (8) dans (4)
	10) $t = 1\ 200$ g par (8) dans (3)

Stratégies possibles

- Dresser une liste de tout ce que l'on connaît du problème et l'utiliser (colonne raisonnement).
- Traduire les données du problème en équations et les résoudre (colonne symbolisation).

Problème 35

UN MYSTÉRIEUX CASSE-TÊTE

Habiletés privilégiées

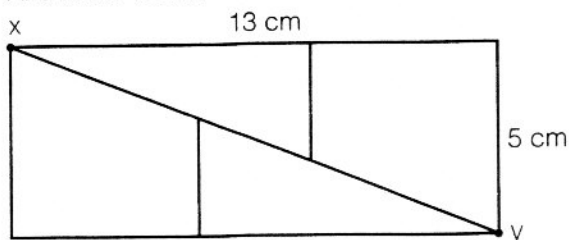
- Établir des rapprochements entre un problème et des compétences ou des connaissances acquises.
- Justifier ses solutions.
- Présenter sa solution à l'aide du matériel nécessaire.
- Énoncer des hypothèses et les vérifier.

Suggestions d'animation

- Ce casse-tête constitue une fameuse énigme. Il est très important de le livrer entièrement à vos élèves, sans leur donner d'indices susceptibles d'en diminuer la qualité. Ici encore, la recherche a probablement plus de valeur que la solution elle-même.
- Au besoin, laissez le problème en suspens pour quelques jours.
- Au moment de la synthèse, faites le lien avec les problèmes de pente (d'un escalier) du dernier bloc de l'unité Géométrie.

Solutions

- A et B : triangles rectangles.
C et D : trapèzes rectangles.
- Aire de A : 12 cm^2 (la moitié d'un rectangle de $3\text{ cm} \times 8\text{ cm}$)
Aire de C : 20 cm^2 (la moitié d'un rectangle de $5\text{ cm} \times 8\text{ cm}$)
Aire totale : $8\text{ cm} \times 8\text{ cm} = 64\text{ cm}^2$
- x

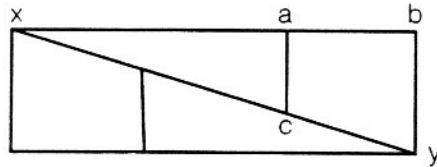


Malgré les apparences, cette figure n'est pas un rectangle. Mais ne le dites surtout pas!

- d) $5 \text{ cm} \times 13 \text{ cm} = 65 \text{ cm}^2$. L'aire de ce rectangle est plus grande que celle du carré original, ce qui n'a aucun sens puisque nous l'obtenons par simple réagencement des pièces.
L'explication — La figure obtenue n'est pas un rectangle (plein). La diagonale xy n'est pas une ligne, mais un mince parallélogramme mesurant 1 cm^2 d'aire.



Une façon de le démontrer est de comparer la pente du triangle xac à celle du triangle xby . Normalement, elles devraient être identiques.



$$\text{Pente } xac : \frac{ac}{xa} = \frac{3}{8}$$

$$\text{Pente } xby : \frac{by}{xb} = \frac{5}{13}$$

$$\text{Et } \frac{5}{13} \neq \frac{3}{8}$$

Problème 36

GRILLE DE LETTRES 4

Habiletés privilégiées

1. Interpréter correctement les données d'un problème.
2. Justifier ses solutions.
3. Vérifier ses solutions.
4. Énoncer des hypothèses et les vérifier.
5. Faire une sélection justifiable parmi ses hypothèses.
6. Organiser sa stratégie et la modifier au besoin.

Suggestions d'animation

Procédez comme au problème 5.

Solution unique

M	W	T	G	N
V	C	K	R	H
X	I	D	Y	P
A	F	S	J	O
L	Q	B	U	E

On voit que K n'est pas au centre. La consigne «Si K est au centre, M est dans un coin» peut inciter des élèves à croire que «Si K n'est pas au centre, M n'est pas dans un coin». Cette déduction est fausse. La consigne repose sur la condition *K est au centre*. Si K n'y est pas, rien ne peut être conclu et M peut être dans un coin ou ailleurs.

Stratégies possibles

- Rechercher systématiquement toutes les possibilités en éliminant les cas impossibles.
- Dresser une liste de tout ce que l'on connaît du problème et l'utiliser.
- Procéder par essais et erreurs.

Corrigé du manuel de l'élève

Logique, bloc A

Logique A-1

Luc, le grand-père, est le premier à gauche.
Victor, qui tient le bébé Loïc, est le deuxième à gauche.
Paul est le suivant.
Jean, le père du bébé, est à l'extrême droite.

Logique A-2

Non, les Hoang possèdent une voiture allemande grise et demeurent au 293.
Les Bélanger ont une voiture américaine bleue et demeurent au 291.
Les Caron ont une voiture américaine verte et demeurent au 295.
Les Pouliot ont une voiture allemande jaune et demeurent au 297.
Les Desnoyers ont une voiture japonaise rouge et demeurent au 299.

Logique A-3

Premiers (22 points): les Ours de Moncton.
Deuxièmes (21 points): les Lions de Montréal.
Troisièmes (20 points): les Zèbres de Halifax.
Quatrièmes (19 points): les Tigres de Windsor.
Cinquièmes (18 points): les Cougars d'Albany.

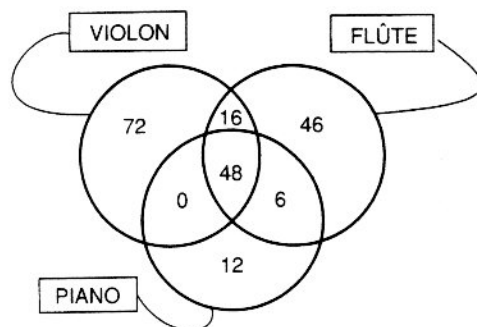
Logique A-4

Guy (15 ans): boomerang violet.
Danielle (11 ans): cerceau rose.
Ginette (13 ans): corde bleue.
Gisèle (14 ans): frisbee jaune.
Luc (10 ans): ballon vert.

Logique A-7

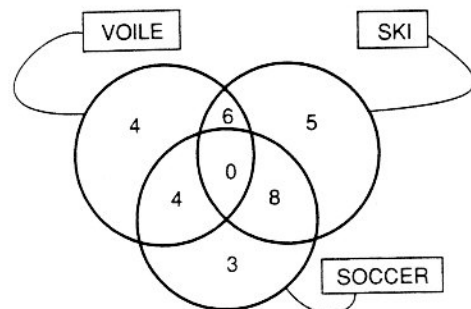
1. a) 40 b) 30 c) 15 d) 55

2. a)



66 ont joué du piano.

b)



5 élèves ne font que du ski.

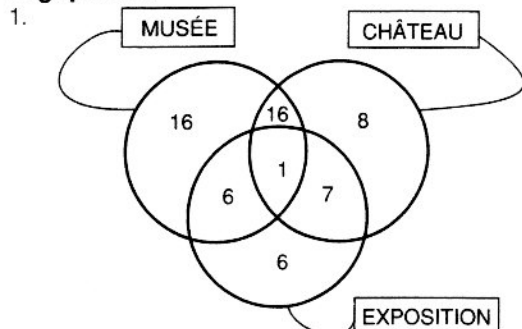
Logique A-8

1. a) Gilles enseigne à Diane.
Mireille enseigne à Nicole.
Paula enseigne à Suzy.
Serge enseigne à Paul.

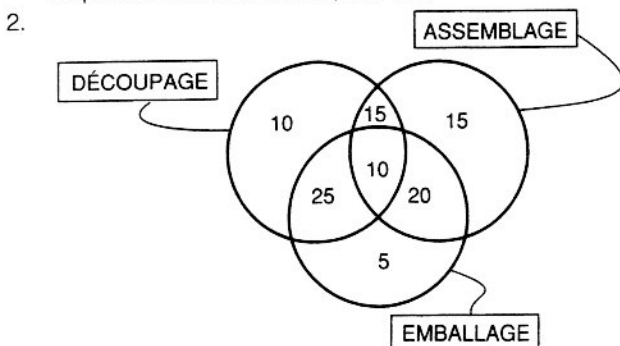
b) L'indice «Serge surveille la classe de Nicole quand l'enseignant-e de cette classe s'absente» peut être omis. Gilles enseigne à Diane; ni Mireille ni Paula n'enseignent à Paul; donc, Serge lui enseigne. On sait donc que Serge n'enseigne pas à Nicole.

2. Amélie joue à la flûte une valse de Vivaldi.
Benito joue au violoncelle un concerto de Chopin.
Caroline joue au piano une sonate de Beethoven.
Dominique joue à l'orgue une ballade de Bach.

Logique A-9



30 personnes n'ont visité qu'un site.



30 personnes font de l'assemblage et de l'emballage; 10 d'entre elles font aussi du découpage.

Logique A-10

1. Carla, la plus âgée, étudie au Maroc.
Eddy, le plus âgé des garçons, étudie au Japon.
Diana, la troisième plus âgée, étudie en Autriche.
Benoît, le quatrième plus âgé, étudie aux États-Unis.
Aldo, le plus jeune, étudie en Suède.

Logique A-11

Lyne, 30 ans; Rose, 50 ans et Carla, 40 ans.

Logique A-12

1. 91 526
2. Éric (Viking), Jim (clown), Luca (fantôme), Yan (moine).
3. Lise et Josée s'intéressent aux coquillages.
4. Ève (course, 1976); Janice (perche, 1980); Kim (nage, 1972); Sylvie (plongeon, 1984).

Logique A-13

1. a) Jaune rayé.
c) Rouge rayé.
2. a) Rouge pointé.
c) Bleu pointé.
3. a) Bleu rayé.
c) Vert.
4. a) Violet.
c) Rouge rayé.
- b) Orange.
d) Orange rayé.
- b) Violet.
d) Violet pointé.
- b) Jaune rayé.
d) Vert rayé.
- b) Bleu rayé.
d) Violet rayé.

5. a) Rouge rayé.
c) Rouge pointé.
6. a) Jaune pointé.
c) Orange.
7. a) Carrelé.
c) Bleu rayé.
8. a) Vert.
c) Bleu pointé.
9. a) Rayé et pointé.
c) Jaune pointé.

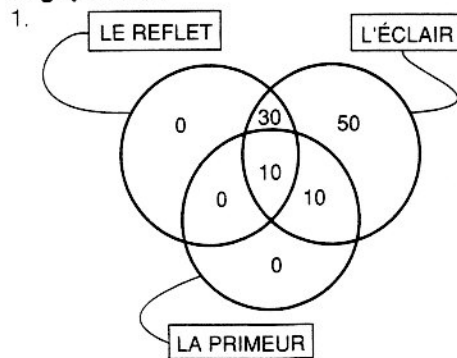
- b) Rayé et pointé.
d) Rouge, rayé et pointé.
- b) Rouge pointé.
d) Orange pointé.
- b) Bleu rayé.
d) Carrelé bleu.
- b) Jaune pointé.
d) Vert pointé.
- b) Jaune rayé.
d) Jaune pointé et rayé.

Logique A-14

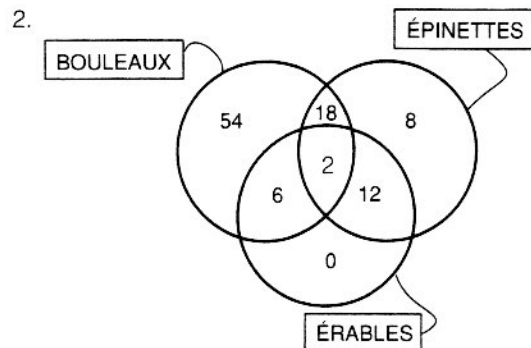
1. a) 2
c) Robert, Audrey, Luciana, Samuel, Vic, Nella et Sonia.
e) 9
g) 9
2. a) Nella.
c) Ken.
e) Hans.

- b) 4
d) 2
f) Sonia.
h) Ils ne parlent aucune de ces trois langues.
- b) Vic.
d) Audrey.
f) Maxime.

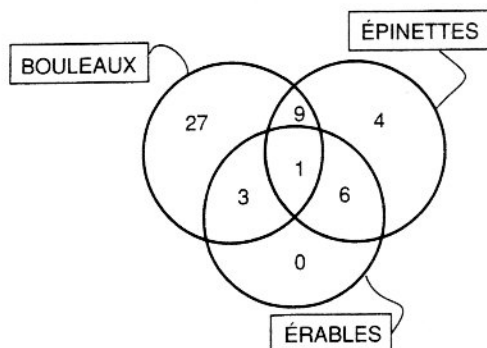
Logique A-15



Les 100 clients achètent tous *L'Éclair* qui vend 100 exemplaires. Donc, personne n'achète seulement *Le Reflet* ou *La Primeur*, ou seulement les deux.



En lisant les données, on peut constater qu'elles sont toutes liées directement ou indirectement à la zone centrale du graphique où se situent les propriétés ornées des trois sortes d'arbres. On fera donc une hypothèse au sujet de cette zone. On pourra, par exemple, supposer qu'une seule propriété appartient à cette zone. En conséquence, à cause du premier indice, il y aura trois propriétés dans la zone érables-bouleaux, neuf propriétés dans la zone bouleaux-épinettes (2^e indice), vingt-sept propriétés dans la zone bouleaux seulement (3^e indice) et six propriétés dans la zone érables-épinettes (4^e indice). On obtient donc le schéma suivant:



Mais le dernier indice nous permet de savoir qu'il y a des érables sur vingt propriétés, des épinettes sur quarante propriétés et des bouleaux sur quatre-vingts propriétés.

L'hypothèse étudiée donne des nombres deux fois plus petits. Il nous reste à conclure qu'il y a deux propriétés ornées des trois sortes d'arbres, et non une, et à doubler toutes les quantités du schéma hypothétique.

Logique A-16

Ravel, compositeur français né en 1875, était l'ami de Picasso.

Pelletier, chef d'orchestre canadien né en 1896, a donné son nom à une salle de la Place des Arts.

Leclerc, auteur-compositeur québécois né en 1914, a laissé son nom aux trophées «Félix».

Dutoit, chef d'orchestre suisse né en 1936, a prêté son nom à une Toyota de luxe.

Mozart, compositeur autrichien né en 1756, fut champion de billard.

Logique A-17

Le Norvégien est diplomate; il habite la maison jaune qui est la première à gauche; il boit de l'eau et possède un renard.

L'Ukrainien est médecin; il habite la maison bleue qui est la seconde à gauche; il boit du thé et possède un cheval.

L'Anglais est sculpteur; il habite la maison rouge qui est au centre; il boit du lait et élève des escargots.

L'Espagnol est violoniste; il habite la maison blanche qui est la deuxième à droite; il boit du jus et a un chien.

Le Japonais est acrobate; il habite la maison verte à l'extrême droite; il boit du café et possède un zèbre.

Logique, bloc B

Logique B-18

1. Les rois et les dames ont inversé leur position.
2. Les noirs ne peuvent commencer la partie.
3. Il y en a quatorze:
Noirs — a2, a × b2, a5, c6, c5, e × f3 ou f × e3.
Blancs — b8, b4, b3, b × a3, e × f4, f × e4 ou g5.

Logique B-19

4. Il faut au moins neuf coups (d3, g3, h3, h7, a7, a4, e4, f4, f6).
5. Sept coups: a2, a6 (capture), b3, b5, d3, d5, e2 (capture).
6. Huit coups: b5, d6, f5, e3, g4, h2, f3 et g5.
7. Seize: a7, b7, c6 (capture), c7, c8, d3 (capture), d4, d5, d6, d8, e6, e7, e8, f5, f7, g7 (capture).

Logique B-20

8. En c2 seulement.
9. En d4 et en e5.
10. g2.
11. Ce coup est interdit, car il place le roi blanc en échec.

Logique B-21

12. Rd8, Ce7 et F × f7.
13. Le grand roque de chaque côté.
14. b8:D, c'est-à-dire que le pion avance et devient une dame ou b8:T.
15. En roquant!

Logique B-22

16. En d1, en d7, en e8, ou en d8. f8 est une position de mat impossible car deux pièces font échec en même temps.
17. PAT
18. Les blancs ont raison. Il leur suffit de faire a × b6 ou c × b6, la prise en passant, et c'est le MAT.
19. Da3.
20. Dg5 ou De3.

Logique B-23

1. Blancs: 1 (dame), 2 (cavalier), 3 (pion), 4 (roi).
Noirs: A (pion), B (tour), C (fou), D (roi).
2. Blancs: tour en a4, fou en a3, roi en d4 et fou en d1.
Noirs: roi en a2 et dame en b1.

Logique B-26

- a) Dh5 + b) Rf7 c) h x g5 (MAT) d) Fg6 (MAT)

Logique B-27

1. Cg5
2. Fd6

Logique B-28

- 1^{re} partie: D x f7 (MAT)
2^e partie: C x c2 + . La reine blanche sera prise au prochain coup.

Logique B-29

1. a) ②, car ① est une sortie prématurée et ③ est une agression prématurée.
b) ② place un cavalier au centre et rétablit l'équilibre entre les pions.
① (mauvais) permet aux blancs de conserver leur avantage matériel d'un pion, car il y aura échange d5 et e6.
③ (mauvais) permet au cavalier de bloquer à la fois la sortie du fou en c8 et de la reine.
2. 1 — Les pièces légères (cavaliers et fous) ne sont pas déployées. Le cavalier en h6 est très mal placé.
2 — Sortie hâtive de la reine.
3 — Le roi ayant bougé, le roque n'est plus possible.
4 — Le centre a été abandonné aux blancs.
5 — La palissade de pions est enfoncée partout.
6 — Les deux fous sont bloqués.
7 — Trop de pions ont été bougés.

Logique B-31

1. Dame en g8, g7, h4, h3 et h2.
2. Tour en h6 ou en h3.
3. De cinq façons: Db5, c5, d5, e4 et Td5.
4. De deux façons: Db5 et Ta3.

Logique B-32

1. Dc8.
2. Fe3.
3. Dh6.
4. De5.
5. Df7.
6. h8 : cavalier.

Logique B-33

1. Rc6 Rc8
De8
(Entre autres.)
2. De8 Rh7 Aussi: De7 Rh6
Rf6 Rh6 Dd7 Rh5
Dg6 ou Dh8 MAT Dh7 MAT
(En trois coups si les noirs jouent bien.)
De8 Rh6
Dg6 MAT
(En deux coups si les noirs jouent mal.)
3. Rc6 Ra6
Ta4 MAT
4. Tb7 Rf8
Re6 Rg8
Rf6 Rh8
Rg6 Rg8
Tb8 MAT

Logique B-35

- | | |
|-------------|-----------------|
| 1. Tf7 + | Rb8, Rc8 ou Rd8 |
| Tg8 | MAT |
| 2. Th1 | Rf8 |
| Th8 | MAT |
| 3. Rd6 | Rc8 ou Re8 |
| Dc7 ou De7 | MAT |
| 4. Fg7 + | Rg8 |
| Cf6 ou Ch6 | MAT |
| 5. D x c8 + | F x c8 |
| Td8 | MAT |
| 6. Rc4 | Ra5 ou b1:D |
| Da7 | MAT |

Aussi: Rg6 Rh8
Tf8 MAT

Si Db6, alors les noirs répliquent en jouant b1: C + ! Le mat n'est plus réalisable en deux coups.

Logique B-36

- | | |
|----------|------------|
| 1. Dh1 + | Rg8 |
| Dh7 | MAT |
| 2. Cg4 | h2 |
| Cf2 | MAT |
| 3. b6 + | Ra8 ou Ra6 |
| c8:D | MAT |
| 4. Ce6 + | Re8 ou Rc8 |
| Cd6 | MAT |
| 5. Dg6 | ... |
| D x g7 | MAT |
| 6. Dd4 + | ... |
| Dh8 | MAT |
| OU | |
| D x g2 | Rh5 |
| Dh3 | MAT |

Logique B-38

1. Ff5
2. PAT
3. MAT
4. PAT
5. Rc8 (le pion noir est à sa ligne de départ).
6. R x g5

Logique B-39

1. Le roi est piégé lorsqu'il est en a2, a8 et e8.
Il faut absolument le refouler sur un bord.

Logique B-40

1. Le roi est piégé en a1, g8 et h4.
Il faut absolument le refouler sur un bord.

Logique B-41

1. Oui.
2. Oui.

Logique B-42

1. Rf6 où il protège la progression du pion sur la colonne g.
2. Le roi noir doit demeurer dans les colonnes d ou e.
3. Le roi noir doit demeurer dans les colonnes c ou d.
4. Le roi noir ne peut demeurer dans les colonnes c ou d.

Logique B-43

- | | |
|----------|--------|
| 1. Cb6 + | a x b6 |
| Da6 | MAT |
| 2. Fc2 + | Ra5 |
| T x a3 | MAT |
| 3. Da1 + | F x a1 |
| T x a1 | MAT |

- | | | | |
|--------|-----|-----|-----|
| 4. Ce7 | ... | OU | |
| Df6 | MAT | De7 | Rg8 |
| OU | | De8 | MAT |
| Df6 + | Rg8 | OU | |
| Dg7 | MAT | De7 | ... |
| | | Df8 | MAT |
5. Df6 e x f6
T x e8 MAT
OU
Df6 ...
Dg7 MAT
6. Dd2
Si le cavalier noir bouge, le cavalier blanc va en e6: MAT.
Si le pion c bouge, la dame va en a5: MAT.
Si le pion e bouge, la dame va en g5: MAT.

Logique, bloc C

Logique C-52

Cette compagnie crée de nouveaux emplois; son produit pourrait être exporté; une subvention est donc possible quoique peu probable.

Logique C-53

Consultez les journaux pour obtenir les réponses à ces questions. Par exemple, pour 10 %: 2. 2,50 \$; 3. 1,25 \$.

Logique C-56

Le crayon calculateur risque d'intéresser beaucoup plus de gens que le tire-gant (gadget inutile) ou la règle en ébène (trop chère pour son utilité). En ce qui a trait au Vic-cola, rien ne prouve qu'on le préférera à celui des nombreux compétiteurs. Donc, tout sur Calculo Inc.

Logique C-57

Péto-Bon versera $(50\,000\,000 \$ - 5\,000\,000 \$ - 15\,000\,000 \$) \div 2 + 10\,000\,000 = 1,50 \$$ par action.

Péto-Plus versera $(100\,000\,000 \$ - 30\,000\,000 \$ - 50\,000\,000 \$) \div 2 + 10\,000\,000 = 1,00 \$$ par action.

Logique C-58

1. a) Si Charlene vote, personne ne peut l'empêcher de décider.
b) Charlene: 510 000 \$
Gabriel: 100 000 \$
Mylene: 200 \$

2. Achat en mai, vente en septembre.

3. Alpha, car elle paiera 2 \$ par action contre 1 \$ pour Oméga.

Logique C-59

1. a) 530 environ.
b) On a vendu 50 véhicules de plus en 1987.
c) 1989.
2. a) Lundi: - 3 000 \$; mardi: - 1 500 \$; mercredi: + 1 000 \$;
jeudi: + 2 500 \$; vendredi: + 3 500 \$; samedi: + 2 500 \$.
b) + 5 000 \$. (Note: Ces sommes sont approximatives.)
3. a) Graphiques.
b) Collectivement, la sixième a vendu plus de macarons que toute autre classe. Mais sur le plan individuel, ce sont les élèves de première qui en ont vendu le plus, soit plus de quatre macarons chacun.

Logique C-60

1. Si toutes les banques ont le même nombre d'actions, la banque E a versé le meilleur dividende en valeur absolue. Cependant, si l'on compare le dividende versé au profit réalisé, la banque B a été la plus généreuse en remettant les deux tiers de ses bénéfices en dividende (soit $1 \$ \div 1,50 \$$). La banque D est la moins généreuse.
2. a) Un million d'actions transigées soit 1 000 milliers.
b) Lundi le premier juillet.
c) Environ 2 070 000 actions.
d) La semaine du 8 juillet.

Logique C-61

- a) La semaine du 15 juillet.
b) La semaine du 8 juillet.
c) 2 770 environ.
d) $9,30 \$ = 2\,790 \$ + 300$.
- a) Graphique.
b) 397 m et 490 m. (Réponses exactes; attendez-vous à une légère variation.)

Logique C-62

- a) Bombardier — variation totale: -9 ; prix au 30 juin: 41 \$.
Comterm — variation totale: -4 ; prix au 30 juin: 21 \$.
Donohue — janvier: -4 ; prix au 30 juin: 44 \$
Exxon — juin: -4 ; variation totale: -9 .
Fiat — mai: $+4$; prix au 30 juin: 39 \$.
Gaz Métro — juin: $+3$; prix au 30 juin: 20 \$.
Honda — juin: $+2$; variation totale: $+4$.
b) La compagnie X, car ses actions ont gagné 50 %.
c) De la meilleure à la pire: Honda ($+12,5\%$); Donohue ($+10\%$); Fiat ($+8\frac{1}{3}\%$); Gaz Métro (0%); Comterm (-16%); Atlas ($-16\frac{2}{3}\%$); Bombardier (-18%); Exxon (-25%).
d) 37 \$.
- a) 37 \$.
b) JVC.
- Graphiques.

Logique C-63

1. a) Entreprises

Variation totale \$

Variation en %

Banque royale	- 1	- 5 %
Banque nationale	+ 1	+ 5 %
Banque de Montréal	- 2	- 10 %
Bell Canada	+ 3	+ 15 %
Canadien Pacifique	- 3	- 15 %
Bombardier	- 6	- 30 %
Lavalin	+ 8	+ 40 %
IBM	- 5	- 25 %
Imperial Oil	- 2	- 10 %
Irving	+ 7	+ 35 %

- b) 200.
c) Lavalin; Irving; Bell Canada; Banque nationale; Banque royale; Banque de Montréal et Imperial Oil; Canadien Pacifique; IBM; Bombardier.
d) Zéro dollar.
- Banque nationale: $(+2) + (+3) + (-4) + (-1) + (+1) = +1$
Banque de Montréal: $(-2) + (+3) + (-2) + (-3) + (+2) = -2$
Bell Canada: $(+1) + (+3) + (-5) + (+4) + (+0) = +3$
Canadien Pacifique: $(-1) + (+3) + (-5) + (+5) + (-5) = -3$
Bombardier: $(-1) + (+3) + (-4) + (-2) + (-2) = -6$
Lavalin: $(+1) + (+3) + (-4) + (+5) + (+3) = +8$
IBM: $(-1) + (+3) + (-5) + (-1) + (-1) = -5$
Imperial Oil: $(-2) + (+3) + (-2) + (-2) + (+1) = -2$
Irving: $(-1) + (+3) + (-2) + (+4) + (+3) = +7$

Logique C-64

- 3100: invention de l'écriture.
- 2700: écriture cunéiforme.
- 2600: hiéroglyphes égyptiens sur papyrus.
- 1200: alphabet phénicien avec consonnes.
- 800: voyelles.
- + 150: invention du papier en Chine.
- + 1450: Gutenberg et l'imprimerie.

Logique C-65

- a) 200 jours.
b) 100 jours.
c) En dessinant 10 crayons et un demi-crayon.

2. a) Plusieurs solutions.
b) Plusieurs solutions.
c) A (4 000); B (5 300 environ); C (7 700 environ); D (9 000); E (7 200 environ).
3. a) Il y a 50 multiples de dix, donc $2\frac{1}{2}$ cercles.
Il y a 100 multiples de cinq, donc 5 cercles.
Il y a 125 multiples de quatre, donc $6\frac{1}{4}$ cercles.
Il y a 250 multiples de deux, donc $12\frac{1}{2}$ cercles.
b) Il y a 166 multiples de trois, donc 8,3 cercles.

Logique C-66

1. a) 60
b) 65 environ.
c) Le basket-ball.
d) 300 environ.
2. a) Graphique.
b) Garçons: environ 32;
Filles: environ 26.

Logique C-67

Bombardier a gagné environ 125 % en 1982.
Alcan a gagné environ 92 % en 1981.

Logique C-68

Environ 37 \$.

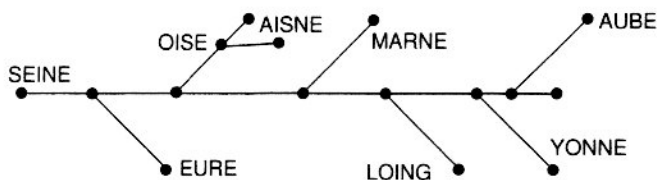
Logique, bloc D

Logique D-70

1. a) 2, 1, 3, 5, 4, 2, 3 (entre autres).
b) 1, 2, 3, 1 sur le triangle et 2, 3, 1 sur le cercle (entre autres).
c) Impossible.
d) 1, 2, 5 (grand cercle), 2, 3, 4 (petit cercle), 3, 4, 5, 6 (droite).
e) Impossible.
f) 2, 1, 1, 3, 3, 4, 4, 1, 2, 3, 2 (entre autres).
2. a) Un noeud est pair lorsqu'un nombre pair d'arcs y arrivent.
b) 3 (impair), 4 (impair), 5 (pair), 6 (impair).
3. Les graphes qui peuvent être tracés d'un seul trait: a, c et d.

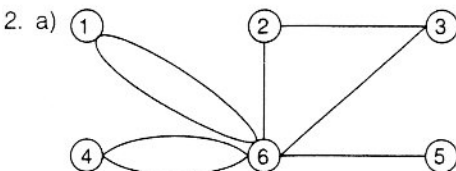
Logique D-71

1. Le graphe 1 représente le quartier est.
Le graphe 2 représente le quartier sud.
- 2.

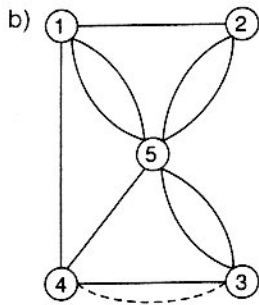


Logique D-72

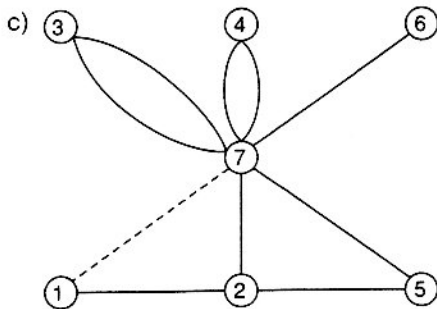
1. Oui. Par exemple, partons en haut au centre, descendons, allons à droite en bas, sortons, allons en haut à droite, traversons les trois pièces du haut, sortons, allons en bas à gauche et, enfin, en bas au centre.



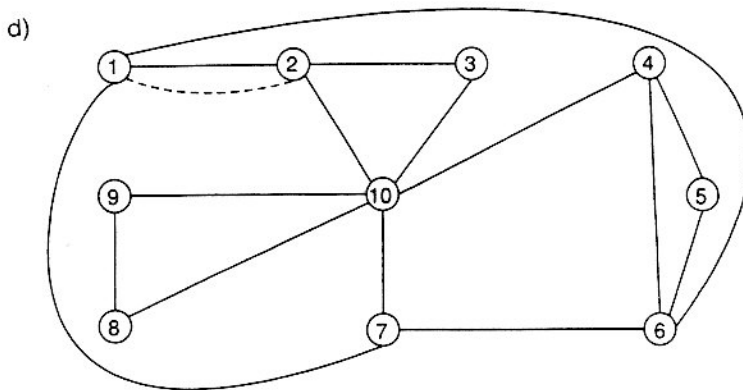
Le trajet est possible puisqu'il y a exactement deux noeuds impairs (5 et 6). Trajet: 5, 6, 4, 6, 1, 6, 2, 3 et 6, par exemple.



Il y a quatre noeuds impairs (2, 3, 4 et 5); donc, le trajet est impossible. Il faudrait unir deux pièces par une porte, sauf la pièce 1, pour que le trajet soit possible. *Exemple*: une autre porte entre 3 et 4. Un trajet possible serait alors: 2, 5, 2, 1, 5, 1, 4, 3, 4, 5, 3 et 5.



Il y a quatre noeuds impairs; donc, le trajet est impossible. Une porte faisant communiquer 1 et 7 réglerait le problème. Trajet: 2, 1, 7, 2, 5, 7, 3, 7, 4, 7 et 6. Il y a d'autres possibilités.



Il y a quatre noeuds impairs (1, 2, 4 et 7); donc, le graphe ne peut pas être parcouru. Une seconde porte entre 1 et 2 réglerait le problème. Trajet possible: 4, 5, 6, 4, 10, 7, 6, 1, 2, 3, 10, 9, 8, 10, 2, 1, 7.

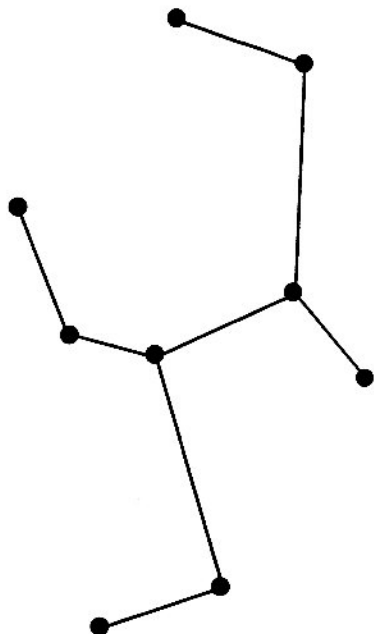
Logique D-73

La bonne carte est celle du bas, à gauche. Le parchemin doit être retourné ! Le trésor se trouve donc près du point le plus à gauche de la « rivière Jaune ».

Logique D-74

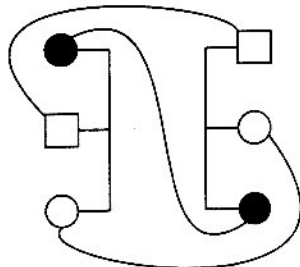
1. Il est facile de constater qu'il nécessite plus long de câbles que le projet 2. Au moins une branche est inutile.
2. Le 3 qui est le plus court.
3. Environ 62 000 000 \$.

4.

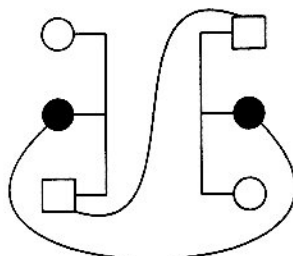


Logique D-75

1. C'est possible pour la première carte, mais non pour la seconde.



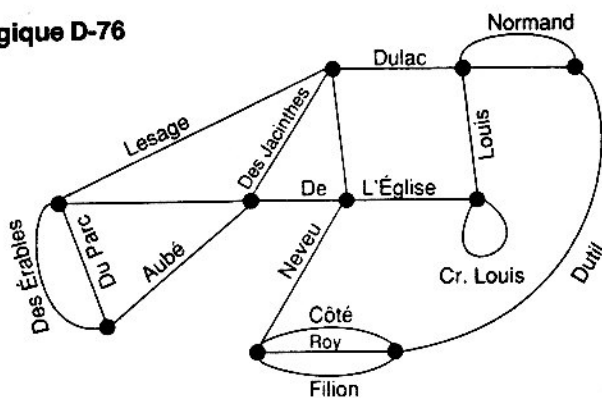
Carte n° 1



Carte n° 2

Logique D-76

1.

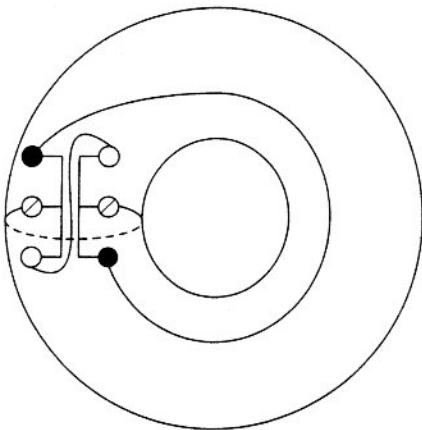


Le trajet est possible en partant, par exemple, de l'intersection Aubé et Du Parc: Des Érables, Du Parc, Aubé, De l'Église, Lesage, Des Jacinthes, De l'Église, Neveu, Côté, Roy, Filion, Dutil, Dulac, Neveu, De l'Église, Cr. Louis, Louis et Normand.

2. b, c, d et f.

Logique D-77

La ligne pointillée indique un trajet passant sous la bouée.



Numération et opérations, bloc A

Numération et opérations A-1

1. Il manque trois brebis.
2. Jusqu'à «morte».

Numération et opérations A-2

1. Un trait vertical, c'est un de plus; le trait en diagonale indique le 5^e objet compté; le X indique le 10^e objet compté.
2. Il compte en jours (trait vertical) et en semaines (trait horizontal).

Numération et opérations A-3

1. 358.
2. En brisant la bulle.

Numération et opérations A-5

1. a) 807 b) 953 c) 419 d) 926 e) 354
2. a) Parce qu'on fait la somme des valeurs des symboles.
b) Additifs ($20 + 4$) et multiplicatifs ($2 \times 10 = 20$).

Numération et opérations A-6

1. De la multiplication.
2. Par économie d'écriture.
3. a) 23; 629; 564; 7 802; 9 000.
4. Le zéro pour les positions vides.

Numération et opérations A-7

1. Dans les abaquages primitifs, chaque bille ou chaque noeud représente une unité, une dizaine, une centaine, etc., selon sa position.
Dans les abaquages simplifiés, les billes du haut valent cinq fois le groupement (5 unités, 5 dizaines, 5 centaines, etc.).
2. a) 54 681 b) 418 506 c) 516 379

Numération et opérations A-9

1. L'étiquette ⑤ qui vaut 10 652.
2. a) ⑩ b) ⑨ c) ⑧ d) ⑥
e) ③ f) ② g) ⑦
3. a) ③ b) $8 \text{ u.m} + 24 \text{ c} + 16 \text{ d} + 72 \text{ u}$

Numération et opérations A-10

1. (a) et (b): 9 100 000, 6 600 000, 2 900 000, 2 400 000, 1 100 000, 1 000 000, 883 000, 720 000, 580 700, 127 900, 50 900, 22 700.
2. a) Toronto, Montréal, Vancouver, Ottawa-Hull, Edmonton.
b) Trois-Rivières, Saint John (N.-B.), Thunder Bay, Chicoutimi, Sudbury.

Numération et opérations A-11

- Non.
 - La deuxième; la deuxième; la cinquième.
- $2 \text{ d.m} + 8 \text{ u.m} + 11 \text{ c} + 18 \text{ d} + 15 \text{ u}$
 - $25 \text{ u.m} + 40 \text{ c} + 25 \text{ d} + 45 \text{ u}$
 - $1 \text{ d.m} + 18 \text{ u.m} + 12 \text{ c} + 8 \text{ d} + 15 \text{ u}$
 - $27 \text{ u.m} + 18 \text{ c} + 45 \text{ d} + 45 \text{ u}$
- 40
 - 4 021
 - 402
 - 40 217
- Entre autres: $1 \text{ c.m} + 35 \text{ u.m} + 1 \text{ d} + 64 \text{ u}$
 - $$\begin{array}{r} 2 \ 2 \ 1 \ 2 \ 4 \\ 2 \ 4 \ 4 \ 5 \ 4 \end{array}$$

← billes du haut
← billes du bas

Numération et opérations A-12

- 3 500 Utilisation des *calculi* en Élam.
- 3 300 Les premiers chiffres à Sumer.
- 2 000 Usage du boulier en Asie.
- + 500 Invention des chiffres modernes en Inde.
- +1 300 Le calcul écrit à la plume entre en Europe.
- +1 489 Johann Widmann fait usage des signes + et -.

Numération et opérations A-13

- $1 \text{ dm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$
 - $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ dm}$
- L'unité : cube de $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$.

La dizaine : $1 \text{ dam} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$.

La centaine : $1 \text{ dam} \times 1 \text{ dam} \times 1 \text{ m}$.
- Vingt-cinq milliards trois cent quatre-vingt-quatre millions sept mille neuf cent quinze.

Numération et opérations A-14

- Plusieurs solutions, par exemple en échangeant une dizaine de mille contre deux boules valant chacune cinq unités de mille.
- $9 + 1 = 10$ (changement en une dizaine), puis ajout de 6 unités.
 $3 + 1 = 4$ (colonne des dizaines).
 $5 + 5 = 10$ (changement pour 1 u.m) et ajout de 4 centaines.
 $7 + 3 = 10$ (changement pour 1 d.m) et ajout de 5 u.m.
 $4 + 4 = 8$ (colonne des d.m).
Ajout d'une c.m; total: 185 446.
Note: Il existe d'autres façons.
 - On pose 76 512.
On enlève 1 d.m à 7 d.m ($- 10\ 000$); il reste 6 d.m.
On enlève 6 u.m; on change 1 d.m en $1 \times 5 \text{ u.m} + 5 \times 1 \text{ u.m}$ et on enlève 2 autres u.m ($- 8\ 000$); il reste 5 d.m + 8 u.m.
On change 1 u.m pour $2 \times 5 \text{ c}$; on enlève 6 c ($- 600$); il reste 5 d.m + 7 u.m + 9 c.
On change 1 c pour $2 \times 5 \text{ d}$; on remplace $2 \times 5 \text{ d}$ par $2 \times 1 \text{ d}$ ($- 80$); il reste 5 d.m + 7 u.m + 8 c + 3 d.
On enlève 1 unité ($- 1$); il reste: 57 831.
Note: Il existe d'autres façons.
 - On pose 7 d.m ($7 \times 1 \text{ d.m}$).
On ajoute 2 d.m et 8 u.m ($7 \times 4 \text{ u.m}$).
On ajoute 4 u.m et 2 c ($7 \times 6 \text{ c}$).
On ajoute 1 c et 4 d ($7 \times 2 \text{ d}$).
On ajoute 2 d et 1 u ($7 \times 3 \text{ u}$).
On réduit à la représentation la plus simple: 102 361.
Note: Il y a d'autres façons.
 - On pose 52 729.
On remplace 5 d.m par 1 d.m ($5 \text{ d.m} \div 3$); les 2 d.m non divisées deviennent 20 u.m que l'on ajoute mentalement aux 2 u.m du boulier.
On effectue $22 \text{ u.m} \div 3$ et on pose 7 u.m. L'u.m qui reste est ajoutée mentalement aux 7 c; on a donc 17 c que l'on divise par 3 et l'on pose 5 c. On continue: $22 \text{ d} \div 3 = 7 \text{ d}$ que l'on pose et $19 \text{ u} \div 3 = 6 \text{ u}$ que l'on pose.
On obtient 17 576 et une unité à diviser par 3; donc, $17\ 576\frac{1}{3}$.
Note: Il y a d'autres façons.
- On ajoute des jetons pour obtenir le nombre 8 000 et on indique le nombre ajouté. Réponse: $- 4\ 424$.
Note: Il y a d'autres façons.

b) On ajoute des jetons pour obtenir 75 592 et on indique le nombre ajouté. Réponse: - 22 909.

Note: Il y a d'autres façons.

Numération et opérations A-15

1. Variable.

2. a) 133_{cinq} 101 011_{deux}
 b) 100_{cinq} 11 001_{deux}
 c) 321_{cinq} 1 010 110_{deux}

3. a) 111 b) 23 c) 65 d) 148 e) 532

Numération et opérations, bloc B

Numération et opérations B-16

1. a) Erreur ($5 + 1 \neq 5$).
 c) Erreur, même si la preuve ne la détecte pas.
 e) Erreur, même si la preuve ne la détecte pas.
 2. a) Bon ($6 \times 8 = 48 \rightarrow 4 + 8 = 12 \rightarrow 1 + 2 = 3$).
 c) Erreur, même si $5 \times 7 = 35 \rightarrow 8 = 8$.
 e) Erreur, même si $1 \times 7 = 7$.
 b) Bon ($3 + 6 = 9$).
 d) Bon ($2 + 0 = 2$).
 f) Bon ($2 + 4 + 8 + 2 = 16 \rightarrow 1 + 6 = 7$).
 b) Erreur ($3 \times 0 \neq 1$).
 d) Erreur ($6 \times 6 = 36 \rightarrow 9 \neq 7$).
 f) Bon ($4 \times 3 \times 7 = 84 \rightarrow 8 + 4 = 12 \rightarrow 1 + 2 = 3$).
 3. Il arrive qu'elle nous trompe. Entre autres, elle ne détecte pas une erreur de position. La seule certitude qu'elle nous offre, c'est quand l'égalité finale n'est pas obtenue. Le calcul est alors assurément faux.

Numération et opérations B-17

1. a) 91 712 b) 722 023
 c) 1 600 077 d) 7 124 166
 e) 31 593 f) 72 407
 g) 154 027 h) 1 474 078
 2. a) 6 056 b) 370 356
 c) 847 488 d) 420 561
 3. a) 365 913 b) Variable.

Numération et opérations B-19

1. a) $3 \times 6 = 18$ b) $4 \times 5 \frac{1}{2} = 22$
 2. a) $60 \times 30 = 1\,800$ b) $40 \times 40 = 1\,600$
 $60 \times 2 = 120$ $40 \times 5 = 200$
 $5 \times 30 = 150$ $40 \times 45 = 1\,800$
 $5 \times 2 = 10$
 $65 \times 32 = 2\,080$
 c) $40 \times 40 = 1\,600$ d) $90 \times 20 = 1\,800$
 $40 \times 8 = 320$ $90 \times 9 = 810$
 $8 \times 40 = 320$ $8 \times 20 = 160$
 $8 \times 8 = 64$ $8 \times 9 = 72$
 $48 \times 48 = 2\,304$ $98 \times 29 = 2\,842$

Numération et opérations B-20

1. a) 43×29 b) 38×37
 c) 62×56 d) 83×41
 2. a) 2 967 b) 1 600
 c) 1 156 d) 3 840
 e) 59 658
 3. a) 1 410 b) 448
 c) 7 084 d) 3 358
 e) 28 480 f) 28 476
 g) 15 316 h) 23 368
 i) 14 157 j) 31 768
 k) 14 094 l) 28 900

Numération et opérations B-21

1. b) 1 196

Il faut réaliser que: $b \times b = b$; $b \times v = v$; $b \times r = r$ et $v \times v = r$.**Numération et opérations B-22**

1. a) 206

c) 45

e) 21

g) $1\,762\frac{1}{3}$ i) $1\,118\frac{15}{16}$ b) $5\,282\frac{1}{9}$

d) 36

f) $6\frac{98}{105}$ h) $1\,267\frac{16}{21}$

2. Bon:
- $601 \times 254 = 152\,654$

$$7 \times 2 = 14 \rightarrow 1 + 4 = 5$$

Numération et opérations B-23

1. Voir B-22, numéro 1.

2. Bon:
- $258 \times 634 = 163\,572$

$$6 \times 4 = 24 \rightarrow 2 + 4 = 6$$

Numération et opérations B-24

1. CE ou C/CE ou un équivalent.

2. C ou deux fois C/CE ou un équivalent.

3. Qu'il y a une erreur, que ce résultat n'est pas utilisable.

4. 12

5. RM

6. - 20

7. 7

- 8.
- 322×125
- M+
- 34×706
- M+
- 75×98
- M- RM

Numération et opérations B-25

1. a) 200; 199.

c) 18 000; 17 825.

e) 70 000; 71 856.

g) 500; 509.

b) 800; 842.

d) 17 000; 17 277.

f) 5 000; 5 244.

h) 1 500, 1 680,7 619

2. a)
- $2\,649 + 584 = 3\,233$

c) $123 + 456 + 7 = 586$ e) $1\,462 + 5\,623 + 4 = 7\,089$ b) $57 + 34 + 659 = 750$ d) $91 + 2 + 5\,743 = 5\,836$ f) $2\,670 + 4 + 21 + 4\,723 = 7\,418$ **Numération et opérations B-26**

	Hauteur en cm	Quantité
Canettes	460	22 140
Cartes	373	1 856
Gobelets	463	3 054
LEGO	1 310	100 000
Monnaie	107	535
Sous-bocks	550	14 500

Numération et opérations B-27

1. a) 8 545

c) 11 769

e) 83 575

g) 66 690

i) 43 023

b) 50 448

d) 35 368

f) 406 814

h) 138 410

2. a)
- $62 + 49 - 7 = 104$

$$527 - 31 + 6 = 502$$

$$276 + 564 - 132 = 708$$

$$1\,504 + 08 - 517 = 995$$

- b) $4\,923 \times 70 \times 2 = 689\,220$
 $17 \times 23 \times 100 = 39\,100$
 $1\,010 \times 24 \times 4 = 96\,960$
c) $927 \times 15 \div 9 + 7 - 10 = 1\,542$

Numération et opérations B-28

Panthéon	286 000	208 cm
Horloge	280 000	740 cm
Caravelle	70 000	142 cm
Basilique	30 000	110 cm
Tour	30 000	220 cm
Château	6 360	528 cm
Cube	4 200	13 cm
Échiquier	3 638	—

Numération et opérations B-30

1. a) 15 625
c) 371 293
e) 7
g) 10
b) 4 096
d) 60 466 176
f) 11
h) 91
2. Probablement jusqu'à 10^7 .
3. a) 16
c) 8
e) 5
g) 4
b) 11
d) 6
f) 4
h) 3
4. a) 5^3
c) 6^1
e) 3^{-1}
g) 8^0
i) 8^{-1}
b) 4^{-2}
d) 2^0
f) 10^0
h) 8^1

Numération et opérations B-31

1. a) 1 273
c) 99 797
e) 211 111
b) 4 322
d) 191 390
2. a) $723 = 7 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$
 $6\,012 = 6 \times 10^3 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^0$
 $13\,947 = 1 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 7 \times 10^0$
 $300\,502 = 3 \times 10^5 + 5 \times 10^2 + 2 \times 10^0$

3. a)

14	21	16
19	17	15
18	13	20

b)

560	555	556
553	557	561
558	559	554

c)

2 054	2 061	2 056
2 059	2 057	2 055
2 058	2 053	2 060

d)

1 740	1 321	- 14	3 309
5 188	- 1 893	3 204	- 143
1 323	1 738	3 307	- 12
- 1 895	5 190	- 141	3 202

e)

5 249	- 2 607	4 903	- 2 413
- 1 024	3 514	- 1 214	3 856
- 2 605	5 247	- 2 415	4 905
3 512	- 1 022	3 858	- 1 216

Numération et opérations B-32

1. Durant la 5^e journée.
2. 5 \$: 11; 2 \$: 17.
3. 1 400 \$, 1 900 \$ et 1 700 \$.
4. Données incomplètes.
5. 408 mètres.
6. 683 kilomètres.
7. 45 litres.
8. Probablement pas beaucoup plus que 4 mètres.

Numération et opérations B-33

9. Karl: 162; Michèle: 486; Bianca: 648.
10. 120 \$ et 80 \$.
11. 75 mètres, soit une fois et un quart sa hauteur.
12. 6 100 litres et 4 150 litres.
13. 372 \$.
14. 130 heures.
15. 500 kilomètres environ.
16. 11 214 \$.

Numération et opérations B-34

17. 24 \$.
18. 900 \$.
19. 300 \$.
20. 13,05 \$.
21. 40 h15.
22. 11 400 \$.
23. 1,32 \$.
24. 37 \$.

Numération et opérations B-35

25. 14 500.
26. 240 moutons.
27. 696 kilomètres.
28. 25 760 \$.
29. 1 251 pages.
30. 35 tonnes.
31. 90 \$ pour la première et 110 \$ pour l'autre.
32. 405 et 27.

Numération et opérations B-36

33. Pas cher. Ce qui fait la valeur de la *Joconde* est le fait qu'elle est unique.
34. 186 mètres sur 234 mètres.
35. 66 litres.
36. 256 et 85.
37. 8 jours.
38. 8 min et 12 s.
39. Un carré de 4 cm de côté et un rectangle de 6 cm sur 3 cm.
40. a) 116 et 58. b) Aucune.

Numération et opérations B-37

41. Dans un peu plus de cinq ans.
42. 9,90 \$.
43. 269,01 \$.
44. Douze.
45. 356.
46. 1 688
47. 0,80 \$.

Numération et opérations B-39

1. a) 6 898 b) 14 689
c) 104 056 d) 111 063
e) 61 571

2. a) $5u.m + 15c + 1d + 16u$
 b) $6\,526 - 4\,918 = 1\,608$
3. a) $10u.m + 8c + 12d + 1u$
 b) $4u.m + 9c + 10d + 6u$
 c) $2d.m + 9u.m + 11c + 9d + 14u$
 d) $9d.m + 9u.m + 9c + 9d + 10u$

Numération et opérations B-40

2. a) 5 095
 c) 64 131
4. a) 4 725
 c) 30 738
- b) 20 066
 b) 7 108

Numération et opérations B-41

a) 14 441	15 220	65 431	590 816	721 206
b) 105 913	91 990	507 982	1 248 852	1 149 450
c) 16 573	11 734	106 159	113 933	198 441
d) 19 208	18 832	7 764	16 846	63 661
e) 20 770	13 230	13 967	122 427	183 306
f) 41 836	197 699	132 010	1 158 670	1 014 825
g) 24 893	26 087	152 082	862 739	1 018 281

Numération et opérations B-42

a) 3 426	4 363	3 748	1 554	5 613
b) 24 734	7 087	17 703	44 068	9 354
c) 14 444	42 286	45 518	31 489	17 378
d) 17 667	20 089	37 201	45 705	7 421
e) 85 717	208 481	432 758	766 546	826 826
f) 145 238	490 000	453 098	426 535	961 622
g) 190 682	343 909	730 177	421 421	332 892
h) 5 442	18 824	28 206	26 737	83 357

Numération et opérations B-43

1. a) 1 278
 c) 361 744
 e) 1 421 343
- b) 20 535
 d) 426 100
 f) 199 998

3. 2 614 Cette technique ressemble à la technique en zigzag.

$$\begin{array}{r}
 \times \\
 \hline
 5 \\
 10\,050 \\
 - \quad - \\
 - \quad - \\
 - \quad - \\
 \hline
 13\,070
 \end{array}$$

4. a) 39 361
 b) 42 777
 c) 513 460

Numération et opérations B-44

a) 2 888	5 428	7 280	38 528	3 914
b) 6 365	6 720	20 242	43 368	46 754
c) 5 600	29 400	20 739	30 752	43 258
d) 6 664	36 810	6 909	18 000	34 188
e) 4 118	14 168	70 224	27 120	17 750
f) 30 192	187 146	135 900	492 840	298 224
g) 174 400	286 416	475 017	378 112	408 940
h) 33 750	245 310	1 954 956	5 955 600	8 187 828

Numération et opérations B-45

1. a) 2 centaines
 d) 2 °C
 g) $2n$
- b) 2 dizaines
 e) 2 huitièmes
- c) 2 km
 f) 2 dixièmes

2. d: par 4; e: par 21; f: par 6.

3. a) 3 d.m + 24 u.m + 27 d + 15 u
 b) 5 d.m + 40 c + 25 d + 35 u
 c) 49 u.m + 49 c + 35 d + 35 u
 d) 44 u.m + 99 c + 33 d + 55 u
 e) 47 u.m + 47 c + 235 d + 235 u

4.

4	2	8	4
0	42	8	4
0	36	68	4
0	36	60	84

Rép.: 357

4	2	8	4
0	42	8	4
	36	68	
		60	84

Rép.: 357

Numération et opérations B-46

- a) 2 507 3 702 $\frac{2}{5}$
 b) 3 229 $\frac{6}{7}$ 10 494
 c) 4 530 13 103
 d) 142 287
 e) 111 341
 f) 8 $\frac{3}{23}$ 107
 g) 256 185 $\frac{31}{39}$
 h) 986 444

11 565

11 228

7 458 $\frac{4}{9}$

103 $\frac{1}{13}$

4 022 $\frac{3}{19}$

222

123

2 372 $\frac{12}{25}$

5 702

3 692

15 406

768 $\frac{21}{100}$

1 553 $\frac{12}{17}$

903

1 383 $\frac{30}{31}$

1 019 $\frac{1}{75}$

11 165 $\frac{3}{4}$

10 101

25 025

564

321

1 720 $\frac{5}{7}$

2 962 $\frac{26}{27}$

106

Numération et opérations B-48

1. a) 100 b) 13 c) 48 d) 12 e) 13
 2. a) 300 b) 24 c) 24 d) 21 e) 2

Numération et opérations B-49

- a) 18 b) 0 c) 22 d) 25
 e) - 5 ou - 10 f) 70 g) 32 h) 5

Note: La réponse au point e dépend de la calculatrice utilisée.

Numération et opérations B-50

1. a) 382 584 b) 229 194 c) 40 127 022

Numération et opérations B-51

1. a) 2 208 b) 2 451 c) 4 263
 d) 7 848

Numération et opérations B-52

Sur la marche 5, car 100 km = 10⁵ m.

Numération et opérations B-53

1. a) 3 256 - 679 = 2 577 b) 112 - 3 - 7 - 30 = 72
 c) 218 - 6 - 294 = - 82 d) 52 - 14 - 8 - 5 - 3 = 22
 2. a) 16 - 4 + 39 = 51 b) 43 + 51 - 13 = 81
 c) 5 + 762 - 8 = 759 d) 1 - 70 + 204 = 135
 3. W = 3; X = 13; Y = 4; Z = 55.

Numération et opérations, bloc C

Numération et opérations C-55

1. Mercure, Vénus, Terre, Mars, Jupiter, Saturne.
 2. Uranus, Neptune, Pluton.
 d) Neptune: 546,7 ans.
 Uranus: 401,2 ans.
 Pluton: 673,5 ans.

Note: 1 an = 365,25 jours.

Numération et opérations C-56

1. a) 16 (Neptune) b) 10,25 (Saturne) c) 17 (Uranus)
 d) 9,83 (Jupiter) e) 24 (Terre) f) 153,25 (Pluton)
 g) 1 416 (Mercure) h) 24,5 (Mars) i) 5 832 (Vénus)
2. a) 108 168 (Vénus) b) 150 213 (Terre) c) 57 891 (Mercure)
 d) 2 868 996 (Uranus) e) 5 899 704 (Pluton) f) 4 497 528 (Neptune)
 g) 1 426 501 (Saturne) h) 778 499 (Jupiter) i) 227 851 (Mars)

Numération et opérations C-57

1. a) 142 700 b) 6 700 c) 3 000 d) 4 800 e) 12 800
 f) 12 200 g) 47 600 h) 120 800 i) 50 900 j) 1 392 300
2. 100 fois plus petit que celui du Soleil (b).

Numération et opérations C-58

1. a) Donc, Mercure et Vénus.
 b) 1
 c) 16
 d) 15
 e) 1
 f) 2
 g) 17
 h) 9
2. 390 000 km
3. a) 6 356 773,9 km environ
 b) 6 378 159,9 km environ
 c) 21 386 km environ

Numération et opérations C-59

1. Copernic (Polonais) en 1543: «La Terre tourne autour du Soleil et non l'inverse.»
 Galilée (Italien) en 1608: lunette astronomique.
 Kepler (Allemand) en 1609: mouvement des planètes.
 Newton (Britannique) en 1687: attraction.
2. a) 130 – 290 – 40 – 90 – 40 – 0 – 120 – 90
 b) Sur Mars et sur Mercure.
 c) Sur Jupiter.
 d) Plus une planète est lourde, plus elle nous attire. Le poids, c'est cette force d'attraction.

Numération et opérations C-60

1. Le résultat correct est 250. On n'y arrive pas, car la calculatrice ne respecte pas les lois de priorité des opérations. Le résultat 2 050 vient de cette suite d'opérations : $((2 \times 100) + 5) \times 10$.
2. a) 20 b) 24 c) 15 d) 512
 e) 38 f) 73 g) 15 h) 53
3. a) $(1 + 3) \times 5 \times 6 \div 2$ b) $5 \times 3 \times 2 \times 4$
 c) $(3 - 2 + 4 + 5) \times 4 \div 5$ d) $16 \div 4 \times 2 + (6 - 1) \times 2$
 e) $(4 + 1)^2 + 6 \div 3 + 2^2 - 1$ f) $6 \times 4 \times 2 - 3 \times 4$
 g) $7 \times 4 \div 2 + 2 \div 7$ h) $(3 + 4) \times 9 - (3 + 2) \times (3 - 1)$

Fiche complémentaire, Numération et opérations IV

a)

+	3	8	7	4	5	2
9	12	17	16	13	14	11
6	9	14	13	10	11	8
1	4	9	8	5	6	3
4	7	12	11	8	9	6
5	8	13	12	9	10	7
3	6	11	10	7	8	5

b)

+	9	1	8	5	9	7
5	14	6	13	10	14	12
8	17	9	16	13	17	15
4	13	5	12	9	13	11
3	12	4	11	8	12	10
6	15	7	14	11	15	13
2	11	3	10	7	11	9

c)

+	8	12	7	16	18	4
2	10	14	9	18	20	6
6	14	18	13	22	24	10
7	15	19	14	23	25	11
9	17	21	16	25	27	13
14	22	26	21	30	32	18
19	27	31	26	35	37	23

d)

+	23	27	14	15	24	19	17	20
16	39	43	30	31	40	35	33	36
34	57	61	48	49	58	53	51	54
18	41	45	32	33	42	37	35	38
6	29	33	20	21	30	25	23	26
21	44	48	35	36	45	40	38	41
19	42	46	33	34	43	38	36	39
17	40	44	31	32	41	36	34	37
13	36	40	27	28	37	32	30	33

POUR LES
AS

Fiche complémentaire, Numération et opérations V

1. a)

$$\begin{array}{r} 5 \boxed{4} 8 \\ + \boxed{3} 2 7 \\ \hline 8 7 \boxed{5} \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r} 7 \boxed{2} 6 \\ \boxed{0} 8 1 \\ + 5 9 \boxed{4} \\ \hline \boxed{1} 4 0 1 \end{array}$$

g)

$$\begin{array}{r} \boxed{6} \boxed{0} 0 4 \\ - 7 1 \boxed{8} \\ \hline 5 2 8 6 \end{array}$$

2. a)

$$\begin{array}{r} \boxed{8} \boxed{4} \boxed{9} \\ + \boxed{7} \boxed{5} \boxed{3} \\ \hline \boxed{1} \boxed{6} \boxed{0} \boxed{2} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} \boxed{1} 2 \boxed{5} \boxed{7} \\ + 5 \boxed{0} 7 1 \\ \hline 6 3 2 8 \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r} 7 4 \boxed{0} 5 \\ - \boxed{3} \boxed{5} 1 \boxed{6} \\ \hline 3 8 8 9 \end{array}$$

h)

$$\begin{array}{r} 1 8 \boxed{8} 6 \boxed{5} \\ - \boxed{9} 1 5 7 \\ \hline 9 7 \boxed{0} 8 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} \boxed{4} \boxed{6} \boxed{8} \\ - \boxed{2} \boxed{7} \boxed{5} \\ \hline \boxed{1} \boxed{9} \boxed{3} \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} 5 \boxed{2} 4 \boxed{9} \boxed{1} \\ + \boxed{7} 8 \boxed{0} 8 4 \\ \hline \boxed{1} 3 0 5 7 5 \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{r} 3 \boxed{6} \boxed{2} 0 \boxed{9} \\ - \boxed{1} 7 9 \boxed{1} 8 \\ \hline 1 8 2 9 1 \end{array}$$

i)

$$\begin{array}{r} 5 \boxed{0} 9 4 \boxed{7} \\ - 1 2 \boxed{7} \boxed{8} 1 \\ \hline \boxed{3} 8 1 6 6 \end{array}$$

Fiche complémentaire, Numération et opérations VI

a)

×	6	8	4	7	5	9
1	6	8	4	7	5	9
5	30	40	20	35	25	45
6	36	48	24	42	30	54
4	24	32	16	28	20	36
3	18	24	12	21	15	27
2	12	16	8	14	10	18

b)

×	6	3	4	9	1	5
5	30	15	20	45	5	25
9	54	27	36	81	9	45
2	12	6	8	18	2	10
7	42	21	28	63	7	35
6	36	18	24	54	6	30
8	48	24	32	72	8	40

c)

×	7	2	4	8	5	6
2	14	4	8	16	10	12
7	49	14	28	56	35	42
6	42	12	24	48	30	36
5	35	10	20	40	25	30
4	28	8	16	32	20	24
9	63	18	36	72	45	54

d)

×	5	7	1	8	6	4	9	2	3
5	25	35	5	40	30	20	45	10	15
8	40	56	8	64	48	32	72	16	24
4	20	28	4	32	24	16	36	8	12
7	35	49	7	56	42	28	63	14	21
6	30	42	6	48	36	24	54	12	18
2	10	14	2	16	12	8	18	4	6
1	5	7	1	8	6	4	9	2	3
9	45	63	9	72	54	36	81	18	27
3	15	21	3	24	18	12	27	6	9

POUR LES
AS

Fiche complémentaire, Numération et opérations VII

1. a)
$$\begin{array}{r} 6 \boxed{3} 8 \\ \times \quad \boxed{7} \\ \hline 4 \boxed{4} 6 6 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 3 \boxed{7} \boxed{0} \\ \times \quad \boxed{1} \boxed{0} \\ \hline 0 \boxed{0} \boxed{0} \\ 3 \boxed{7} \boxed{0} \boxed{0} \\ \hline \boxed{3} \boxed{7} \boxed{0} \boxed{0} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 3 \boxed{6} \boxed{4} 5 \\ \times \quad \boxed{9} \\ \hline 3 \boxed{2} 8 0 5 \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{r} 3 \boxed{7} 8 \\ \times \quad 5 \boxed{7} \\ \hline 2 \boxed{6} \boxed{4} 6 \\ \boxed{1} \boxed{8} \boxed{9} \boxed{0} \boxed{0} \\ \hline \boxed{2} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{6} \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} \boxed{6} 3 5 7 \boxed{9} \\ \times \quad 8 \\ \hline 5 \boxed{0} \boxed{8} \boxed{6} 3 2 \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{r} \boxed{9} 5 8 \\ \times \quad \boxed{6} \boxed{5} \\ \hline 4 \boxed{7} \boxed{9} \boxed{0} \\ \boxed{5} \boxed{7} \boxed{4} \boxed{8} \boxed{0} \\ \hline \boxed{6} \boxed{2} 2 7 0 \end{array}$$

2. a) 9 unités \times 3 unités = 27 unités
b) 9 unités \times 5 dizaines = 45 dizaines

- c) 9 unités \times 6 centaines = 54 centaines
 d) 4 dizaines \times 3 unités = 12 dizaines
 e) 4 dizaines \times 5 dizaines = 20 centaines
 f) 4 dizaines \times 6 centaines = 24 unités de mille
 g) 2 centaines \times 3 unités = 6 centaines
 h) 2 centaines \times 5 dizaines = 10 unités de mille
 i) 2 centaines \times 6 centaines = 12 dizaines de mille

			6	5	3
		\times	2	4	9
			5	8	7
	2	6	1	2	
1	3	0	6		
1	6	2	5	9	7

Fractions, bloc A

Fractions A-2

- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{52}$ ou $\frac{1}{54}$ c) $\frac{1}{6}$ d) 0 ou presque
 e) $\frac{5}{12}$ f) $\frac{1}{6}$ g) $\frac{1}{6}$ h) $\frac{1}{4}$
 i) $\frac{1}{2}$ j) $\frac{1}{1000}$, puisqu'il y a 1 000 combinaisons, de 000 à 999.

Fractions A-3

1. Voir le problème 4 dans l'unité Fractions de ce guide.
 2. a) Ce peut être deux morceaux égaux sur huit morceaux égaux, s'il n'y a que ces huit morceaux. Ce peut être aussi un morceau sur deux morceaux inégaux, si un morceau vaut $\frac{1}{4}$ et l'autre $\frac{3}{4}$. (D'autres solutions sont possibles.)
 b) Cela est vrai en tout temps.
 3. a) $\frac{3}{8}$. b) Zéro, puisque l'aiguille est trop courte.
 c) $\frac{1}{4}$. C'est l'angle au centre qui compte ici, pas la superficie des zones.

Fractions A-4

- a) Honnête.
 b) Honnête.
 c) Malhonnête. Le joueur ou la joueuse n° 2 gagne à la condition d'obtenir exactement deux côtés «pile». Autrement, on recommence.
 Ou encore, le joueur ou la joueuse n° 1 gagne à la condition d'obtenir *au moins* deux côtés «face». Il y a 8 résultats possibles (PPP, PPF, PFP, PFF, FPP, FPF, FFP, FFF). Quatre d'entre eux comportent deux côtés «face» ou plus.
 d) Malhonnête, car les angles ne sont pas tous égaux. Colorier en bleu un des triangles verts et en vert un triangle bleu équilatéral.
 e) Honnête. Les deux joueurs ont 16 chances sur 52 de réussir. $\frac{16}{52}$ ou $\frac{4}{13}$.
 f) Malhonnête. Il faudrait établir d'abord des statistiques et choisir deux lettres qui reviennent aussi souvent dans les noms.
 g) Malhonnête. $\frac{20}{36}$ contre $\frac{16}{36}$. Par exemple, le joueur ou la joueuse n° 1 gagne si le total est 6, 7, 8 ou 11.

Fractions A-7

1. a) Rouge: $\frac{1}{2}$; vert: $\frac{1}{4}$; bleu: $\frac{1}{4}$;
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$ (entre autres).
 b) Rouge: $\frac{2}{3}$; vert: $\frac{1}{12}$; bleu: $\frac{1}{4}$;
 $\frac{2}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = 1$.
 c) Rouge: $\frac{1}{6}$; vert: $\frac{3}{4}$; bleu: $\frac{1}{12}$;
 $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} + \frac{1}{12} = 1$.
 d) Rouge: $\frac{3}{8}$; vert: $\frac{5}{12}$; bleu: $\frac{5}{24}$;
 $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} + \frac{5}{24} = 1$.
 2. a) Jaunes: $\frac{2}{3}$; au moins 3 billes; 6, 9, ...
 b) Jaunes: $\frac{1}{2}$; au moins 4 billes; 8, 12, ...
 c) Orange: $\frac{1}{8}$; au moins 8 billes; 16, 24, ...
 d) Rouges: $\frac{2}{15}$; au moins 15 billes; 30, 45, ...
 e) Vertes: $\frac{5}{12}$; au moins 12 billes; 24, 36, ...
 f) Jaunes: $\frac{1}{18}$; au moins 18 billes; 36, 54, ...

3. a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$
 b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = 1$ (entre autres)
 c) $\frac{3}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = 1$
 d) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{2}{15} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} + \frac{2}{15} = 1$
 e) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{5}{12} = 1$
 f) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} + \frac{1}{18} = 1$

Fractions A-8

1. a) Cube. b) Tétraèdre. c) Octaèdre. d) Dodécaèdre.
 2. a) «1» sur deux faces; «2» sur une face; «3» sur trois faces.
 b) «1» sur une face; «2» sur trois faces; aucun «3».
 c) «1» sur trois faces; «2» sur deux faces; «3» sur trois faces.
 d) «1»: $\frac{1}{3}$; «2»: $\frac{1}{6}$; «3»: $\frac{1}{2}$.

3. Le tétraèdre, à moins que la face qui compte soit la face cachée.

Fractions A-9

1. 8 fois; $\frac{1}{8}$ ou $1 \div 8$.
 2. 12 fois; $\frac{1}{12}$ ou $1 \div 12$.
 3. 6 fois; $\frac{1}{6}$ ou $1 \div 6$.
 4. 4 fois; $\frac{1}{4}$ ou $1 \div 4$.
 5. 2 fois; $\frac{1}{2}$ ou $1 \div 2$.
 6. 4 fois; $\frac{1}{4}$ ou $1 \div 4$.

Fractions A-10

2. b) $\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$
 c) $4 \times \frac{1}{9}$ ou $\frac{1}{9} \times 4$
 d) $\frac{4}{9}$
 e) $4 \div 9$, $1 - \frac{5}{9}$, $\frac{1}{3} + \frac{1}{9}$, $2 \times \frac{2}{9}$, $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{2}{9}$, par exemple.
 f) 4, 9, quatre neuvièmes.
 3. a) Colorier $\frac{4}{5}$ de la bouteille.
 b) $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$
 d) $\frac{4}{5}$
 e) $4 \div 5$ (plusieurs possibilités).
 f) 4, 5, quatre cinquièmes.

Fractions A-11

1. b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
 c) $5 \times \frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{4} \times 5$
 d) $\frac{5}{4}$
 e) $5 \div 4$ (plusieurs possibilités).
 f) 5, 4, cinq quarts.
 2. b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$
 c) $\frac{1}{3} \times 5$ ou $5 \times \frac{1}{3}$
 e) $5 \div 3$ (plusieurs possibilités).
 f) 5, 3, cinq tiers.

3. b) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$
 c) $7 \times \frac{1}{8}$ ou $\frac{1}{8} \times 7$
 d) $\frac{7}{8}$
 e) $7 \div 8$ (plusieurs possibilités).
 f) 7, 8, sept huitièmes.

Fractions A-12

1. a) Une ou aucune.
 b) Environ 5, puis environ 25.
 c) Environ 5 000.
 d) $\frac{1}{2}$
2. a) Environ une fois, puis environ 10 fois.
 b) 1 000
 c) $\frac{1}{6}$

Fractions A-13

1. En 4 coups.
 2. Si le joueur obtient 4 nombres pairs, il se retrouvera en h5 et sera sauf, ce qui se produit une fois sur seize ($\frac{1}{16}$).
 Si le joueur obtient 3 nombres pairs, il se retrouvera en g4 et sera sauf, ce qui se produit quatre fois sur seize ($\frac{4}{16}$).
 Si le joueur obtient 2 nombres pairs, il se retrouvera en f3 et sera pris, ce qui se produit six fois sur seize ($\frac{6}{16}$).
 Si le joueur obtient 1 nombre pair, il se retrouvera en e2 et sera pris, ce qui se produit quatre fois sur seize ($\frac{4}{16}$).
 Si le joueur n'obtient aucun nombre pair, il se retrouvera en d1 et sera sauf, ce qui se produit une fois sur seize ($\frac{1}{16}$).
 Donc, la probabilité de traverser est de six sur seize ($\frac{6}{16}$), soit $\frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16}$ (cases d1, g3 et h4).
 3. $\frac{6}{16} \times 1\,000 = 375$ (réussites).
 4. En e2 et g4 ($\frac{4}{16} + \frac{4}{16} = \frac{1}{2}$).

Fractions A-14

1. a) $\frac{1}{9}$
 b) $\frac{1}{36}$. Il y a 36 façons de choisir deux cases différentes.
 c) $\frac{1}{84}$
 d) $\frac{1}{36}$. C'est exactement la même situation qu'au point b. Choisir sept cases marquées revient à ne pas choisir les deux cases vides.
 2. Les résultats dépendent entièrement du type de punaise utilisé.

Fractions, bloc B

Fractions B-15

1. Ronde (1), blanche ($\frac{1}{2}$), noire ($\frac{1}{4}$), croche ($\frac{1}{8}$), double croche ($\frac{1}{16}$), triple croche ($\frac{1}{32}$), quadruple croche ($\frac{1}{64}$).
 2. a) 1 unité, c'est-à-dire une ronde (4 temps).
 b) $\frac{3}{4}$ d'unité.
 3. b) 8
 c) $\frac{1}{8}$
 d) $\frac{1}{4}$
 4. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = 1\frac{63}{64}$ (ou $2 - \frac{1}{64}$).

Fractions B-16

1. a) $\frac{3\frac{1}{2}}{8}$ ou $\frac{7}{16}$.
 b) $\frac{2\frac{2}{3}}{6}$ ou $\frac{4}{9}$.
 c) $\frac{2\frac{1}{2}}{4}$ ou $\frac{5}{8}$.
 2. a) $\frac{1\frac{1}{4}}{5}$
 b) $\frac{4\frac{1}{2}}{6}$
 c) $\frac{3\frac{1}{2}}{7}$
 d) $\frac{1\frac{1}{4}}{2}$
 e) $\frac{3\frac{1}{3}}{5}$

Fractions B-17

L'ordinogramme et la recette sont donnés dans le *Guide d'enseignement et d'activités*, problème 12.

Fractions B-18

3. $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{22}{24}$; $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$.

4. $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$; $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{11}{12}$.

En fait, $\frac{11}{12} = \frac{22}{24}$; il s'agit de fractions équivalentes.

5. $\frac{3}{8} + \frac{2}{5} = \frac{15}{40} + \frac{16}{40} = \frac{31}{40}$.

Fractions B-19

1. a) 3 unités + 140 unités = 143 unités.
b) 3 quarts + 6 quarts = 9 quarts.
c) 6 cm + 20 cm = 26 cm.
d) 2 sixièmes + 5 sixièmes = 7 sixièmes.
e) 24 unités + 40 unités = 64 unités.
f) 3 dixièmes + 2 dixièmes = 5 dixièmes.
g) 800 ¢ + 12 ¢ = 812 ¢.
h) 1 huitième + 18 huitièmes = 19 huitièmes.
i) $2x + 5y + 5x = 7x + 5y$.
j) $\frac{2}{4} + \frac{2\frac{1}{3}}{4} = \frac{4\frac{1}{3}}{4}$ ou $\frac{6}{12} + \frac{7}{12} = \frac{13}{12}$.

2. a) $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$ (ordre croissant).

Recette pour ordonner des fractions de même numérateur

1. Enregistrer les fractions.
2. Écrire les fractions par ordre décroissant des dénominateurs.

b) $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$.

Recette pour ordonner des fractions de même dénominateur

1. Enregistrer les fractions.
2. Écrire les fractions par ordre croissant des numérateurs.

c) $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{4}{5}$.

Recette pour ordonner des fractions quelconques inférieures à l'unité

1. Enregistrer les fractions.
2. Mettre toutes les fractions sur le même dénominateur.
3. Écrire les nouvelles fractions par ordre croissant des numérateurs.

d) 8 tiers, $2\frac{5}{6}$, $\frac{26}{9}$.

Recette pour ordonner des fractions quelconques

1. Enregistrer les nombres.
2. Écrire tous les nombres sous la forme $\frac{a}{b}$.
3. Mettre toutes les fractions sur le même dénominateur.
4. Écrire les nouvelles fractions par ordre croissant des numérateurs.

Fractions B-20

Recette de soustraction

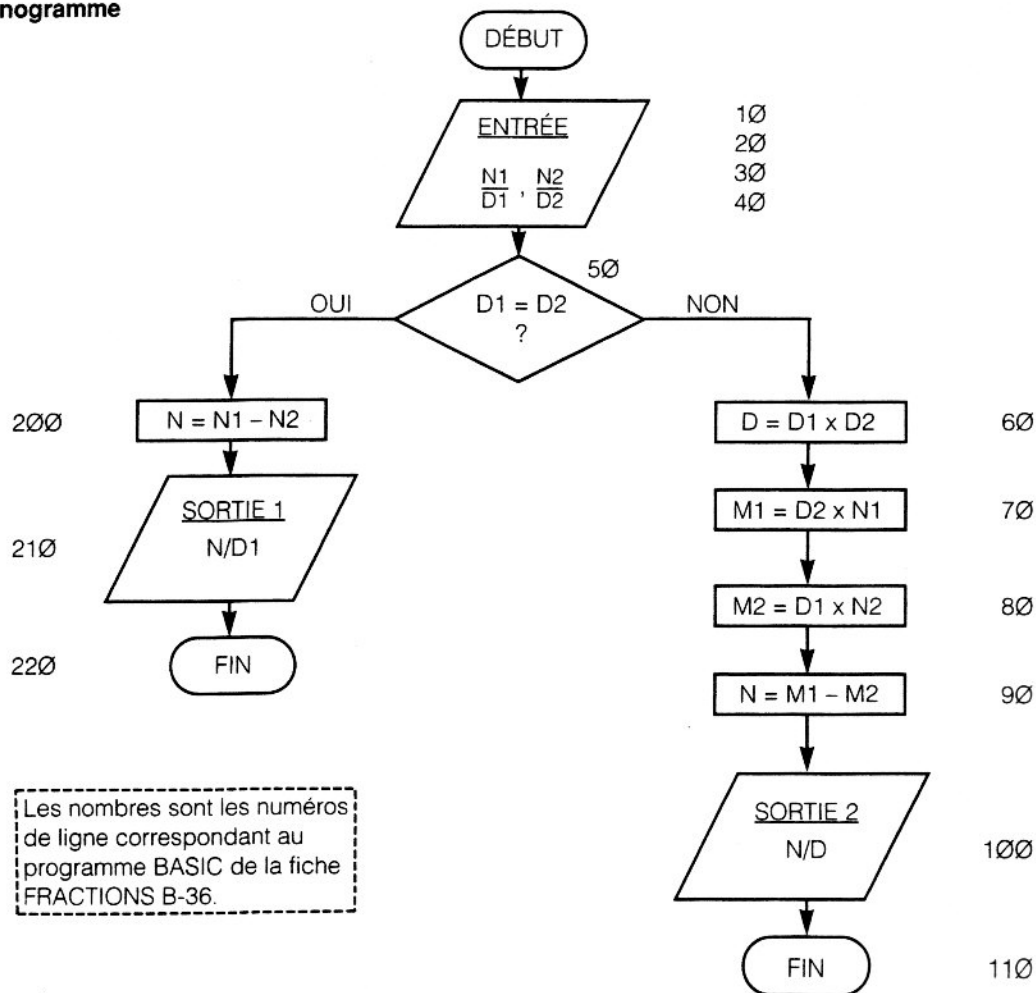
a) Enregistrer les deux fractions: $\frac{N1}{D1} - \frac{N2}{D2}$.

b) Si $D1 = D2$, alors faire la recette 1; sinon, faire la recette 2.

c) Recette 1: Faire $N1 - N2 = N$. Résultat: $\frac{N}{D1}$.

d) Recette 2: Trouver un dénominateur commun: $D = D1 \times D2$. Faire: $N1D2 - N2D1 = N$. Résultat: $\frac{N}{D}$.

Ordinogramme



2. a) $\frac{1}{8}$
d) $4\frac{2}{5}$
3. a) $\frac{5}{8}$
e) $2\frac{1}{4}$
i) $3\frac{5}{8}$
- b) $\frac{1}{2}$
f) $\frac{9}{14}$
- b) $\frac{5}{6}$
e) $1\frac{1}{6}$
- c) $\frac{11}{15}$
g) $\frac{9}{16}$
- c) $70\frac{4}{10}$
d) $\frac{5}{9}$
h) 2

Fractions B-21

Le dollar est une unité monétaire utilisée par plusieurs pays. Cependant, il y a une différence de valeur d'un pays à l'autre. Par exemple, le dollar américain (noté \$) vaut plus cher que son petit cousin le dollar canadien (noté \$). On ne peut donc jamais additionner des dollars américains avec des dollars canadiens, à cause de la différence de dénomination:

$$2 \$ + 2 \$ \neq 4 \$$$

$$2\$ + 2\$ \neq 4\$$$

Le symbole du dollar tire son origine des États-Unis où il fut d'abord désigné par le symbole \$ (U et S superposés).

Fractions B-22

2. Une fraction $\frac{a}{b}$ ou $a \geq b$.
3. Un entier accompagné d'une fraction.
4. L'ordinogramme montre comment classer les nombres du type $\frac{a}{b}$ en fractions impropres (SORTIE 1), en nombres entiers (SORTIE 2), en nombres fractionnaires (SORTIE 3) et en fractions propres (SORTIE 4).

- On isole d'abord les fractions où $a < b$.
- On effectue la division $a \div b$ pour les autres fractions.
- On isole les fractions où $a \div b$ est un entier.
- Pour les autres, on représente $a \div b$ sous la forme d'un nombre fractionnaire.

Fractions B-23

- | | | | |
|---------|-------|----------|----------------------|
| 1. 48 | 2. 12 | 3. 50 \$ | 4. 9 |
| 5. 32 m | 6. 30 | 7. 48 | 8. 40 m ² |

Fractions B-24

1. $\frac{3}{8}$
2. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ ou $\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{8}$, par exemple.
3. $3\ 600 \$ \times \frac{3}{8} = 1\ 350 \$$ au moins.
4. $\frac{1}{4}$; 900 \$. $\frac{1}{4}$; 900 \$. $\frac{1}{3}$; 1 200 \$. $\frac{1}{12}$; 300 \$.

Fractions B-25

1. a) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.
 c) $\frac{1}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{8}$.
 e) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.
 g) $\frac{2}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{9}$.
2. a) 8 carreaux.
3. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$; 8 coeurs.
 $\frac{3}{8} \times 48 = 18$; 18 carreaux.
 $\frac{5}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{24}$; 10 piques.
 $48 - 8 - 18 - 10 = 12$; 12 trèfles.
- b) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$.
 d) $\frac{1}{4} \times \frac{7}{9} = \frac{7}{36}$.
 f) $\frac{2}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{18}$.
 h) $\frac{1}{2} \times \frac{5}{18} = \frac{5}{36}$.
 b) $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times 48 = 8$.

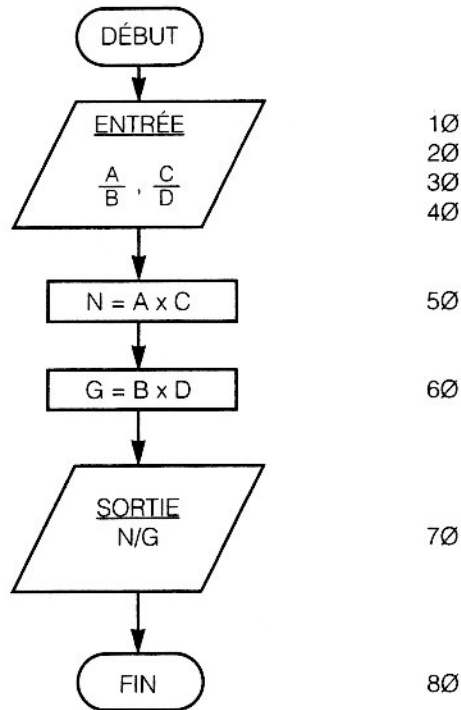
Fractions B-26

1. a) $6\text{ m} \times 4\text{ m} = 24\text{ m}^2$.
 c) $\frac{3}{4}\text{ m} \times 1\frac{1}{2}\text{ m} = 1\frac{1}{8}\text{ m}^2$.
 e) $\frac{3}{4}\text{ m} \times \frac{7}{6}\text{ m} = \frac{7}{8}\text{ m}^2$.
- b) $\frac{1}{2}\text{ km} \times \frac{3}{5}\text{ km} = \frac{3}{10}\text{ km}^2$.
 d) $\frac{2}{3}\text{ m} \times \frac{5}{6}\text{ m} = \frac{5}{9}\text{ m}^2$.
2. a) $\frac{1}{16}$ b) $\frac{3}{20}$ c) $1\frac{1}{8}$
 d) $\frac{5}{9}$ e) $17\frac{1}{2}$ f) 14

3. Recette de multiplication

- a) Enregistrer les deux fractions: $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D}$.
- b) Multiplier A par C.
- c) Multiplier B par D.
- d) Écrire le résultat de la ligne b).
- e) Faire un trait sous le résultat précédent.
- f) Sous le trait, écrire le résultat de la ligne c).

Ordinogramme



Fractions B-27

1. a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{7}{9}$ c) $2\frac{2}{3}$
 d) $\frac{1}{48}$ e) $\frac{2}{5}$ f) 2
 g) $1\frac{1}{2}$ h) 0 i) 1
2. a) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (par exemple). Affirmation fausse.
 b) Michèle a perdu deux de ses cinq paquets. Combien a-t-elle de paquets maintenant (par exemple)? Affirmation fausse.
 c) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$??? (par exemple). Affirmation fausse.
 d) Cela est exact.

Fractions B-28

1. Combien pour une heure? $78 \$ + 3 = 26 \$$.
2. Combien de paires obtient-il? $100 \$ + 5 \$ = 20$.
3. Quelle distance moyenne a-t-elle parcourue par jour? $600 \text{ km} \div 4 = 150 \text{ km}$.
4. Combien de voyages fera-t-il? $200 \text{ t} \div 10 \text{ t} = 20$.
5. Combien de colliers peut-on fabriquer? $20 \text{ m} \div 40 \text{ cm} = 50$.
6. Quelle est la masse de chacune? $250 \text{ g} \div 5 = 50 \text{ g}$.
7. Quelle est sa largeur? $40 \text{ cm}^2 \div 5 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$.
8. Combien a-t-elle de chapeaux? $35 \div 5 = 7$.

Fractions B-29

1. $10 \$ + \frac{1}{2} = 20 \$$.
 2. a) $176 \$ + 8 = 22 \$$. b) $10 \$ + 2 = 5 \$$.
 c) $72 \$ + 3 = 24 \$$. d) $10 \$ \div \frac{1}{2} = 20 \$$.
 e) $6 \$ \div \frac{1}{4} = 24 \$$. f) $12 \$ \div \frac{3}{4} = 16 \$$.
- Donc (c) et (e) gagnent le meilleur salaire, soit 24 \$ l'heure.

Fractions B-30

1. a) $\frac{40 \text{ kg}}{5} = \frac{8 \text{ kg}}{1}$ b) 24 \$ c) $\frac{20 \text{ L}}{\frac{2}{3}} = \frac{30 \text{ L}}{1}$
 d) 2 \$ e) 32 m f) 27 kg
 g) 125 L h) 180 \$ i) 90 cm
2. a) 125 cm b) 400 L c) 96 kg
 d) 2 \$ e) 32 m f) 27 kg
 g) 125 L h) 180 \$ i) 90 cm

Fractions B-31

1. a) $176 \$ + 8 \$ = 22$; $8 \$ \times 22 = 176 \$$.

b) $10 L + 2 L = 5$; $5 \times 2 L = 10 L$.

c) $72 \div 3 = 24$; $24 \times 3 = 72$.

d) $10 h + \frac{1}{2} h = 20$; $20 \times \frac{1}{2} h = 10 h$.

e) $6 \div \frac{1}{4} = 24$; $24 \times \frac{1}{4} = 6$.

f) $12 L + \frac{3}{4} L = 16$; $16 \times \frac{3}{4} L = 12 L$.

2. a) 60

d) $10 \frac{2}{3}$

b) 8

e) 2

c) 15

f) 4

Fractions B-32

1. Il y a plusieurs recettes possibles. La plus simple est la suivante:

- Enregistrer la fraction et l'entier;
- Multiplier le dénominateur par l'entier;
- Écrire le numérateur;
- Faire un trait sous le numérateur;
- Écrire le produit (dénominateur \times entier) sous le trait.

a) $\frac{1}{8}$

d) $\frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{15}$

e) $\frac{3}{8}$

c) $\frac{1}{8}$

f) $\frac{1}{300}$

2. Une recette simple:

- Enregistrer la fraction et l'entier;
- Calculer le produit du dénominateur par l'entier;
- Écrire le résultat.

a) 6

d) 40

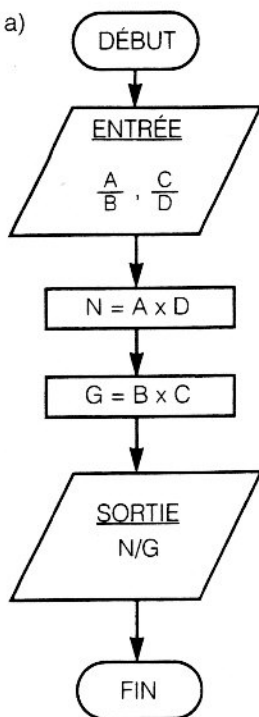
b) 12

e) 100

c) 24

f) 720

3. a)



b)

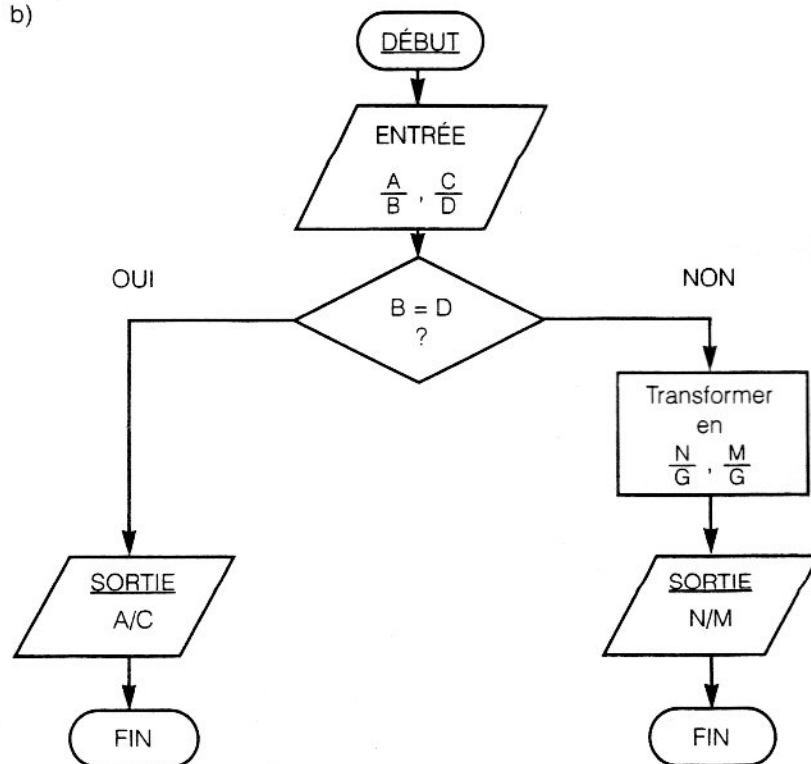
10
20
30
40

50

60

70

80



Fractions B-33

1. a) $12 \frac{1}{12}$

e) $-\frac{1}{2}$

b) $\frac{5}{24}$

f) $11 \frac{9}{10}$

c) $30 \frac{2}{3}$

g) 284 millièmes

d) $\frac{5}{6}$

h) $8 \frac{5}{9}$

2. a) $\frac{4}{5}$

b) $1 \frac{1}{8}$

c) $1 \frac{4}{15}$

d) $\frac{1}{2}$

- e) $\frac{1}{8}$ f) $-\frac{1}{10}$ g) $4\frac{1}{4}$ h) $13\frac{2}{3}$
 i) $9\frac{7}{12}$ j) $\frac{1}{40}$ k) $-1\frac{1}{9}$ l) $3\frac{11}{20}$
 3. a) $\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ b) Elles sont égales. c) $\frac{2}{3}, \frac{13}{18}, \frac{5}{6}$
 d) $\frac{3}{2}, \frac{11}{6}, \frac{8}{4}$ e) $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{7}{10}$ f) $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{5}{7}$

Fractions B-34

1. a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{3}{56}$ c) $\frac{15}{32}$ d) $\frac{8}{63}$
 e) $3\frac{1}{3}$ f) $\frac{15}{49}$ g) $\frac{8}{15}$ h) $\frac{1}{72}$
 i) $\frac{1}{4}$ j) $5\frac{1}{3}$ k) $\frac{8}{45}$ l) $\frac{5}{12}$
 2. a) $2\frac{1}{2}$ b) $2\frac{2}{3}$ c) $2\frac{3}{4}$ d) 3
 e) 3 f) $1\frac{1}{3}$ g) $5\frac{2}{3}$ h) 6
 3. a) $\frac{13}{4}$ b) $\frac{9}{2}$ c) $\frac{8}{3}$ d) $\frac{23}{8}$
 e) $\frac{41}{5}$ f) $\frac{34}{5}$ g) $\frac{7}{4}$ h) $\frac{37}{10}$
 4. a) et k) b) et e) c) et l)
 d) et f) g) et j) h) et i)

Fractions B-37

1. a) $\frac{5}{6} > \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$
 b) $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = 2\frac{1}{4}; 2\frac{1}{4}$ L.
 c) $2\frac{1}{4}$ ou $\frac{9}{4}$
 2. $\frac{1}{6}$
 3. a) $\frac{15}{16}$
 b) Ce type de calcul peut sembler infini. Pourtant, la taille de la grenouille et la réalité font qu'après une dizaine de bonds, elle y sera parvenue. Le calcul strict montre qu'elle sera à environ 1,5 cm du bord après 11 bonds.
 4. 35 kg
 5. $19\frac{1}{5}$ L

Fractions B-38

6. Vanille: 20; chocolat: 24; framboise: 16.
 7. a) $3\frac{7}{12}$ heures b) 215 minutes
 8. Attaquants: $\frac{2}{3}$; défenseurs: $\frac{1}{4}$; gardiens: $\frac{1}{12}$
 9. a) On ne peut le savoir, mais il y a au moins $\frac{2}{3}$ des élèves qui pratiquent au moins un sport.
 b) Le hockey.
 10. $76\frac{7}{8}$ km

Fractions B-39

11. $\frac{1}{12}$
 12. $\frac{11}{20}$
 13. 12 litres
 14. $1\frac{5}{12}$ litre

Fractions B-40

16. 22 fleurs
 17. $\frac{1}{4}$
 18. $2\frac{1}{4}$ sacs
 19. $8\frac{4}{5}$ tonnes
 20. 39 ¢
 21. 113,85 \$

Fractions B-41

- $300 \text{ ¢} + 25 \text{ ¢} = 325 \text{ ¢}$.
 - $1\,000 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 1\,005 \text{ cm}$.
 - $40 \text{ unités} + 5 \text{ unités} = 45 \text{ unités}$.
 - $2 \text{ quarts} + 1 \text{ quart} = 3 \text{ quarts}$.
 - $\frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6} = 1\frac{1}{2}$.
 - $\frac{9}{12} + \frac{4}{12} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$.
- 1
 - $1\frac{3}{8}$
 - 1
 - $\frac{19}{20}$
 - $\frac{9}{16}$
 - $1\frac{1}{2}$
 - $\frac{13}{100}$
 - $\frac{7}{10}$
 - $21\frac{1}{12}$
 - $121\frac{17}{20}$
 - $7\frac{5}{12}$
 - $12\frac{27}{40}$

- $\frac{3}{4}$
- $\frac{2}{5}$
- $1\frac{1}{6}$
- $\frac{3}{4}$
- $\frac{11}{12}$
- $1\frac{1}{10}$
- $\frac{5}{8}$
- $\frac{3}{4}$
- $13\frac{7}{10}$
- $1\frac{5}{8}$

Fractions B-42

- $40 - 3 = 37$.
 - $200 \text{ ¢} - 5 \text{ ¢} = 195 \text{ ¢}$.
 - $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$.
- $\frac{1}{4}$
 - $\frac{2}{7}$
 - $2\frac{1}{3}$
 - $\frac{69}{100}$
 - $11\frac{1}{2}$
 - 1

- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{3}$
- $3\frac{2}{5}$
- $4\frac{5}{8}$
- $\frac{5}{12}$
- $1\,000 \text{ m} - 1 \text{ m} = 999 \text{ m}$.
- $\frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$.
- $\frac{8}{10} - \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.
- $\frac{3}{8}$
- $\frac{1}{8}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{20}$
- $\frac{1}{12}$
- $\frac{7}{9}$
- $\frac{5}{12}$
- $\frac{3}{5}$
- $4\frac{3}{4}$
- $-\frac{5}{16}$

Fractions B-43

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.
 - $\frac{2}{5} \times \frac{3}{6} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$.
 - $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.
 - $\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$.
 - $\frac{3}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$.
 - $\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$.
- $\frac{3}{32}$
 - $\frac{1}{4}$
 - 1
 - $\frac{1}{8}$

- $\frac{2}{9}$
- $\frac{1}{5}$
- $\frac{1}{50}$
- $\frac{4}{9}$

Fractions B-44

- $\frac{36 \text{ km}}{3 \text{ h}} = \frac{12 \text{ km}}{1 \text{ h}}$.
- $\frac{5 \text{ km}}{\frac{1}{4} \text{ h}} = \frac{20 \text{ km}}{1 \text{ h}}$.
- $\frac{2 \text{ km}}{\frac{1}{12} \text{ h}} = \frac{24 \text{ km}}{1 \text{ h}}$.
- $\frac{20 \text{ km}}{\frac{2}{3} \text{ h}} = \frac{30 \text{ km}}{1 \text{ h}}$.

- $\frac{16 \text{ km}}{\frac{1}{2} \text{ h}} = \frac{32 \text{ km}}{1 \text{ h}}$.
- $\frac{72 \text{ km}}{6 \text{ h}} = \frac{12 \text{ km}}{1 \text{ h}}$.
- $\frac{12 \text{ km}}{\frac{3}{4} \text{ h}} = \frac{16 \text{ km}}{1 \text{ h}}$.
- $\frac{\frac{1}{2} \text{ km}}{\frac{1}{60} \text{ h}} = \frac{30 \text{ km}}{1 \text{ h}}$.

$$e) 4 \times 10 + 2 \times 1 + 4 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{1}{100} = 42,42$$

$$f) 4 \times \frac{1}{1000} + 3 \times \frac{1}{10000} + 8 \times \frac{1}{100000} = 0,00438$$

3. a) 0,52
d) 4,358
- b) 17,42
e) 20,66

c) 589,2

4. Plusieurs solutions.

Fractions C-52

1.

31,2	15,7	20,08	2,12
5,48	16,72	19,1	27,8
15,72	31,18	2,1	20,1
16,7	5,5	27,82	19,08
47,38	31,88	36,26	18,3
21,66	32,9	35,28	43,98
31,9	47,36	18,28	36,28
32,88	21,68	44	35,26

2. a) 5,1
d) 24,95
g) 260,8
- b) 8,6
e) 7,082
h) 98,4

- c) 2,51
f) 4,79
i) 487,8

3. a) 38,25
d) 5,64
- b) 2,23
e) 0,82

- c) 13,81
f) 166,67

4. 13,449 — 13,45 — 13,5 — 13,514 — 13,54

Fractions C-53

1. a) 30
e) 0,1
i) 200
m) 2 413
- b) 420
f) 12 \$
j) 300
n) 6
- c) 1 000
g) 23,1
k) 420
- d) 1
h) 16 243,1
l) 125 \$

Pour multiplier un nombre par 10, on repousse la virgule décimale d'un espace vers la droite. Ainsi, 4 unités deviennent 4 dizaines: $4 \times 10 = 40$.

Fractions C-54

1. b) Longueur:

$$\begin{array}{r} 3\frac{1}{2} \\ \times 2\frac{1}{2} \\ \hline 6 \\ + 1\frac{1}{2} \\ + 1 \\ + \frac{1}{4} \\ \hline 8\frac{3}{4} \end{array}$$

Largeur:

Aire de A: 3×2

Aire de B: $3 \times \frac{1}{2}$

Aire de C: $2 \times \frac{1}{2}$

Aire de D: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

Aire totale:

c) Longueur:

$$\begin{array}{r} 5\frac{1}{4} \\ \times 4\frac{1}{2} \\ \hline 20 \\ + 2\frac{1}{2} \\ + 1 \\ + \frac{1}{8} \\ \hline 23\frac{5}{8} \end{array}$$

Largeur:

Aire de A: 4×5

Aire de B: $\frac{1}{2} \times 5$

Aire de C: $4 \times \frac{1}{4}$

Aire de D: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$

Aire totale:

d) Longueur:

$$\begin{array}{r} 5\frac{2}{3} \\ \times 3\frac{3}{8} \\ \hline 15 \\ + 1\frac{7}{8} \\ + 2 \\ + \frac{1}{4} \\ \hline 19\frac{1}{8} \end{array}$$

Largeur:

Aire de A: 5×3

Aire de B: $5 \times \frac{3}{8}$

Aire de C: $3 \times \frac{2}{3}$

Aire de D: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{8}$

Aire totale:

e) Longueur:

$$\begin{array}{r} 5\frac{2}{5} \\ \times 3\frac{3}{4} \\ \hline 15 \\ + 3\frac{3}{4} \\ + 1\frac{1}{5} \\ + \frac{3}{10} \\ \hline 20\frac{1}{4} \end{array}$$

Largeur:

Aire de A: 5×3

Aire de B: $5 \times \frac{3}{4}$

Aire de C: $3 \times \frac{2}{5}$

Aire de D: $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$

Aire totale:

2. a) 100

d) $1\frac{1}{3}$

b) $33\frac{1}{4}$

e) $17\frac{8}{9}$

c) $104\frac{5}{8}$

f) $82\frac{5}{12}$

Fractions C-55

1. b) Longueur:

	5,3
×	
Largeur:	5,1
<hr/>	
Aire de A:	25
+	
Aire de B:	1,5
+	
Aire de C:	0,5
+	
Aire de D:	0,03
<hr/>	
Aire totale:	27,03

c) Longueur:

	6,2
×	
Largeur:	2,5
<hr/>	
Aire de A:	12
+	
Aire de B:	3
+	
Aire de C:	0,4
+	
Aire de D:	0,1
<hr/>	
Aire totale:	15,5

d) Longueur:

	1,3
×	
Largeur:	1,25
<hr/>	
Aire de A:	1
+	
Aire de B:	0,2
+	
Aire de C:	0,3
+	
Aire de D:	0,06
+	
Aire de E:	0,05
+	
Aire de F:	0,015
<hr/>	
Aire totale:	1,625

2. a) 16 cm^2

b) $14,04 \text{ cm}^2$

c) $14,4 \text{ cm}^2$

3. a) 52,2

b) 19,04

c) 60,68

Fractions C-56

1. a) $888 - 88,8 - 88,8 - 8,88 - 0,0888$

b) $12\,345 - 1\,234,5 - 1\,234,5 - 123,45 - 123,45$

c) $222\,222 - 22\,222,2 - 22\,222,2 - 2\,222,22 - 0,022\,222\,2$

Seule la valeur de position des chiffres change dans le produit. La virgule se déplace.

2. a) 21,42

b) 135,565

c) 2,9563

d) 54,2445

e) 6 159,44

f) 0,184 99

g) 4 169,088

h) 25,3746

i) 37,857 142

j) 3,4

3. a) En comptant le nombre total de chiffres après la virgule des deux facteurs, on sait combien le produit en aura.

b) Des dixièmes multipliés par des dixièmes donnent des centièmes, puisque $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$, et ainsi de suite.

c) Si le dernier chiffre du produit est zéro, il n'apparaît pas sur la calculatrice.

Fractions C-57

1. a) 21,08

b) 4,368

c) 55,04

d) 269,64

e) 0,448

f) 141,6

g) 128

h) 12,312

i) 118,22

j) 34,8

k) 9,72

l) 29,24

m) 226,44

n) 11,837

o) 4 394,5

p) 16,92

q) 4,374

r) 4,032

s) 112,86

t) 12,3721

2. a) 5,61

b) 9,14

c) 8,32

d) 7,165

e) 46,5

3. a) 5,47

b) 38,53

c) 183,19

d) 0,22

e) 0,75

f) 1,01

g) 2,65

h) 585,33

i) 23,47

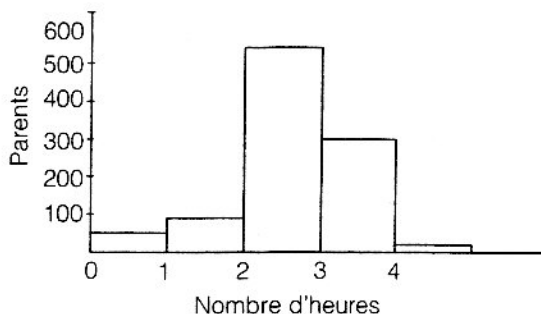
4. a) < b) < c) = d) >

Fractions C-58

1. a) $\frac{4}{25}$; 0,16; 16 %. b) $\frac{2}{25}$; 0,08; 8 %.
 c) $\frac{7}{50}$; 0,14; 14 %. d) $\frac{3}{25}$; 0,12; 12 %.
 e) $\frac{53}{200}$; 0,265; 26,5 %. f) $\frac{47}{200}$; 0,235; 23,5 %.
2. a) 0,28; 28 %; $\frac{7}{25}$. b) 0,17; 17 %; $\frac{17}{100}$.
 c) 0,461; 46,1 %; $\frac{461}{1000}$. d) Plusieurs solutions.

Fractions C-59

1. Le nombre de parents (environ 120) qui disent que leur enfant consacre de 2 à 3 heures à ses devoirs hebdomadaires.
 2. 25 %, soit 250 parents.
 3.



4. Selon les sondages effectués.

Fractions C-60

- a) 20 cm; 0,25 dm²; 0,03 m; 35 cm³; 0,035 kg.
 b) 2 dm; 0,6 dm²; 0,3 dm; 27 cm³; 270 dg.
 c) 0,18 m; 0,27 dm²; 60 mm; 41 cm³; 0,041 kg.
 d) 1,6 dm; 0,1 dm²; 0,027 dm³; 0,027 kg; 0,003 dam.

Fractions C-61

1. 87,96 \$
 2. 62,23 \$
 3. 19,75 \$
 4. a) 18 263,427 m² b) 573,36 m
 5. a) 7,5 L b) 75 L c) 750 L
 6. 4 kg à 4,83 \$.

Fractions C-62

7. a) Débit: retrait; crédit: dépôt.
 b) a) 802,07 \$ b) 755,31 \$ c) 786,80 \$
 d) Crédit de 189,86 \$.

8. Selon les valeurs des devises dans les quotidiens.

9. Lampe: 11,86 \$ Sac de couchage: 68,45 \$
 Pile: 1,47 \$ Gourde: 14,87 \$
 Crayon: 0,96 \$
 a) 306,97 \$ b) 27,63 \$ c) 334,60 \$

Fractions C-63

10. 269,3 cm
 11. a) 236,3 km b) 319,033 km
 12. 10,05 m
 13. 765,77 \$
 14. Non, car sa moyenne est de 79,84 %.

Fractions C-64

16. 104,80 \$
 17. 17,50 \$

18. 3,35 \$
19. 670,50 \$
20. 0,35 \$
21. 54,95 \$
22. 315 \$
23. 0,60 \$
24. 23,50 \$
25. 21,12 \$

Fractions C-65

1. a) 5,02 b) 4,45 c) 2,81 d) 1,75
2. Plusieurs solutions.
3. a) 1,459 b) 1,099 c) 1,462
 d) 1,5 e) 1,25 f) 1,46
En ordre croissant: 1,099 — 1,25 — 1,459 — 1,46 — 1,462 — 1,5.

Fractions C-66

1. Le 10 ¢.
2. Le 1 ¢.
3. a) 4,46 \$ b) 11,62 \$ c) 2,30 \$
 d) 0,48 \$ e) 0,375 \$

Fractions C-67

1. a) Centimètre.
2. a) 6,32 m
3. a) $3 + \frac{4}{10} + \frac{2}{100}$
c) $6 + \frac{1}{100}$
4. a) 0,01 L
5. $20 \times 1 \text{ g} + \frac{2}{10} \text{ g} + \frac{5}{100} \text{ g}$
6. a) Décigramme.
- b) Décimètre.
b) 3,04 m
b) $8 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} + \frac{1}{1000}$
d) $\frac{3}{100} + \frac{4}{1000}$
b) 0,001 L
b) Centigramme.
- c) Millimètre.
c) 0,1 L
c) Milligramme.

Fractions C-68

- | | | |
|-------------|------------|-------------|
| 1. 42 | 2. 13,51 | 3. 59,29 |
| 4. 10,64 | 5. 54,42 | 6. 122,21 |
| 7. 505,1 | 8. 54,6 | 9. 11,27 |
| 10. 48,733 | 11. 73,34 | 12. 62,5 |
| 13. 68,7 | 14. 1 000 | 15. 165,91 |
| 16. 1,634 | 17. 99,3 | 18. 63,7 |
| 19. 85,154 | 20. 8,48 | 21. 2,58 |
| 22. 8,854 | 23. 161,16 | 24. 57,4 |
| 25. 13,2 | 26. 45,339 | 27. 10,35 |
| 28. 60,2 | 29. 14,36 | 30. 10,25 |
| 31. 178,6 | 32. 10,2 | 33. 574,993 |
| 34. 420,09 | 35. 91,78 | 36. 105,2 |
| 37. 346,496 | 38. 1,2 | 39. 64,8 |
| 40. 972,244 | 41. 11 | 42. 495,3 |
| 43. 16,57 | 44. 50,4 | 45. 22,11 |
| 46. 711 | 47. 34,71 | 48. 1,39 |
| 49. 87,12 | 50. 528,22 | |

Fractions C-69

- | | | |
|-----------|------------|-----------|
| 1. 5,1 | 2. 1,8 | 3. 5,19 |
| 4. 2,7 | 5. 5,3 | 6. 4,53 |
| 7. 5,4 | 8. 4,07 | 9. 2,1 |
| 10. 3,1 | 11. 4,286 | 12. 0,33 |
| 13. 0,36 | 14. - 0,06 | 15. 3,78 |
| 16. 2,99 | 17. 2,73 | 18. 4,6 |
| 19. 4,85 | 20. 2,758 | 21. 2,63 |
| 22. 78,85 | 23. 21,6 | 24. 555,4 |
| 25. 11,97 | 26. 0,575 | 27. 273 |
| 28. 79,01 | 29. 59,6 | 30. 8,97 |
| 31. 49,17 | 32. 133,52 | 33. 16,8 |

34. 0,0058
37. 38,871
40. 0,32
43. 4,209
46. 35,621
49. 31,747

35. 1,82
38. 3,6
41. 52,2
44. 2,7
47. 0,29
50. 90,196

36. 7,6
39. 13,51
42. 0,8
45. 4,5
48. 4,04

Fractions C-70

1. 254,4
4. 15,048
7. 41,8
10. 39,9
13. 85,76
16. 8 229,93
19. 468,72
22. 7
25. 60,015
28. 1 200,8
31. 12,464
34. 147,6
37. 72
40. 12 540
43. 16,302
46. 722,61
49. 36

2. 2 152,8
5. 664,2
8. 32,1
11. 7 100
14. 58,28
17. 36,7068
20. 278,75
23. 283,55
26. 0,098
29. 0,02
32. 0,0003
35. 89,25
38. 71,811
41. 307,032
44. 0,0001
47. 410
50. 169,23

3. 61,085
6. 0,35
9. 78,568
12. 146,167
15. 8,2012
18. 0,676
21. 233,6
24. 5,054
27. 304,894
30. 134,134
33. 0,0369
36. 5,52
39. 22,8
42. 0,523
45. 26,39
48. 480

Fractions C-71

1. 0,79
4. 74,29
7. 15,81
10. 1,34
13. 0,6
16. 0
19. 0,33
22. 2,05
25. 0,08
28. 0,25
31. 1,392
34. 33,33
37. 0,01
40. 0,84
43. 23,83
46. 1,4
49. 16,67

2. 15,25
5. 1,01
8. 0,17
11. 6,24
14. 1,34
17. 0,42
20. 0,7
23. 0,2
26. 1,46
29. 6,06
32. 1,01
35. 6,06
38. 6,83
41. 0,019
44. 0,11
47. 0,04
50. 1,39

3. 2,45
6. 0,17
9. 2
12. 0,11
15. 3,35
18. 11,23
21. 0,2
24. 0,33
27. 0
30. 0,13
33. 5,05
36. 0,29
39. 0,0881
42. 0,95
45. 20,2
48. 17,84

Fractions C-72

1. a) 0,2 b) 0,125 c) 0,333... d) 0,166... e) 0,1818...
2. a) $\overline{18}$ b) $\overline{6}$ c) $\overline{142\ 857}$

Fractions C-73

1. a) $0,\overline{1}$ $0,\overline{2}$ $0,\overline{3}$
b) $0,\overline{4}$ $0,\overline{5}$ $0,\overline{6}$ $0,\overline{7}$ $0,\overline{8}$ (pour $\frac{8}{9}$)
c) $0,\overline{09}$ $0,\overline{18}$ $0,\overline{27}$

2. 142 857

3. a) $164 \div 20$ b) $5 \div 40$
c) $561 \div 3$ d) $4\ 992 \div 320$

Pour diviser par un nombre à virgule, il est possible de transformer le diviseur en nombre entier en le multipliant par 10, 100, ..., et en multipliant de la même façon le dividende.

4. a) 40,09 b) 2,03 c) 5,63
d) 13,58 e) 0,4 f) 333,33

Géométrie, bloc A

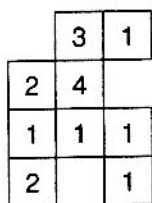
Géométrie A-3

1. a) 9 cm^2

b) 18 cm

c) 40 cm^2

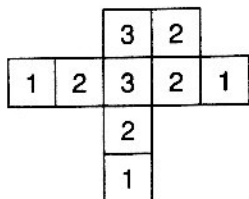
Plan de la construction vue du dessus. Les chiffres indiquent combien de cubes sont empilés à cet endroit:



2. a) 54 cm^2

b) 18 cm

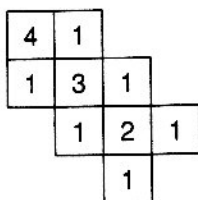
c) 9 cm^2



3. a) ① côté droit et arrière;

② face et côté gauche;

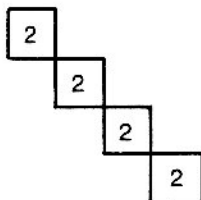
③ dessus.



b) 6 cubes, tout autour de la colonne de 3 cubes.

4. a) 16 cm

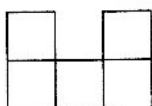
Plusieurs solutions dont:



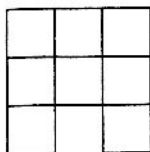
Note: La construction comporte quatre tours de deux cubes. Le volume minimum est donc de 8 cm^3 .

Géométrie A-4

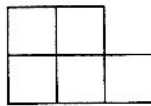
1. a)



Face



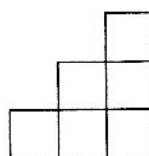
Dessus



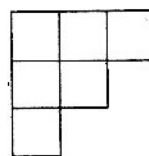
Gauche

Volume : 10 cm^3
Périmètre : 14 cm

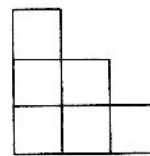
b)



Face

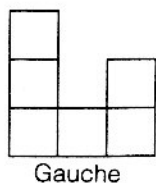
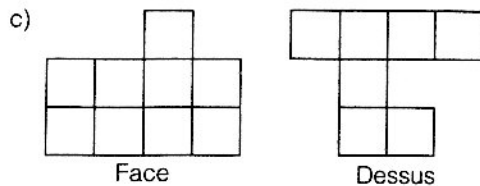


Dessus

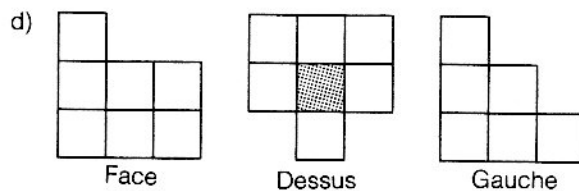


Gauche

Volume : 10 cm^3
Périmètre : 12 cm

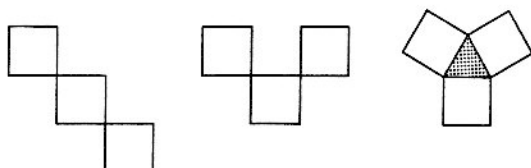


Volume : 12 cm^3
Périmètre : 16 cm



Volume : 11 cm^3
Périmètre : 16 cm

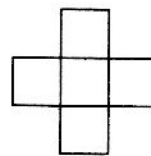
2. a) Trois tours à trois étages chacune. Vues du dessus possibles (entre autres) :



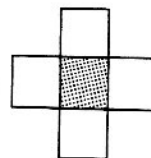
b) Une tour à cinq étages et quatre cubes à ses pieds, dont deux n'ayant aucun côté commun avec les autres. Il y a plusieurs possibilités.

c) Quelques solutions, dont :

Premier étage :



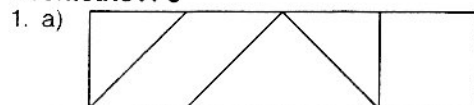
Deuxième étage :



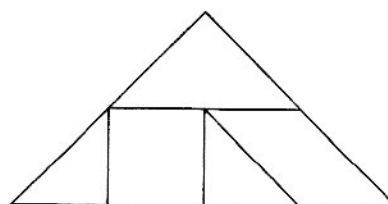
Géométrie A-5

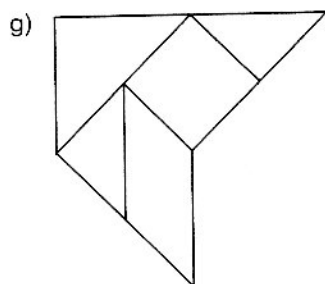
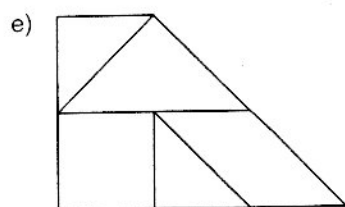
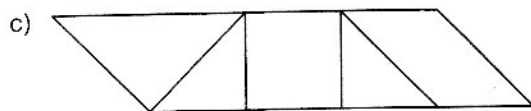
1. ② 9 arêtes, 6 sommets, 5 faces.
 - ③ 8 arêtes, 5 sommets, 5 faces.
 - ④ 12 arêtes, 8 sommets, 6 faces.
 - ⑤ 18 arêtes, 12 sommets, 8 faces.
 - ⑥ 6 arêtes, 4 sommets, 4 faces.
 - ⑦ 12 arêtes, 6 sommets, 8 faces.
2. a) 1, 6 et 7.
 - b) 1, 2, 4 et 5.
 - c) 1 et 4.
 - d) 1 et 4.
 - e) 5 et 7.

Géométrie A-6

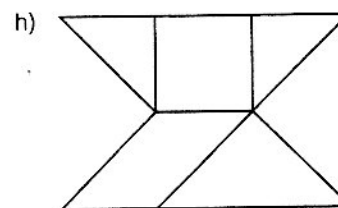
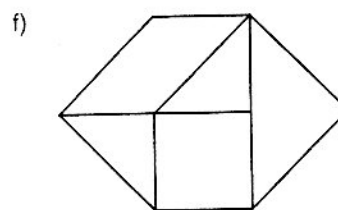
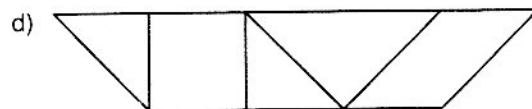


b)





(entre autres)

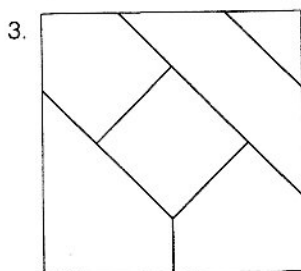


(entre autres)

2. a) Faux. b) Vrai.
e) Faux. (Le carré est un trapèze.)
h) Vrai. i) Vrai.

- c) Vrai.
f) Vrai.
j) Vrai.

- d) Faux.
g) Vrai.



Géométrie A-7

- Prenez deux blocs E et un bloc D.
- Prenez deux blocs F et un bloc D.
- Prenez deux blocs E et un bloc F.
- Prenez deux blocs E et deux blocs F.

Géométrie A-8

- Il faut un bloc D, un bloc E et un bloc F.
- Il faut un bloc A, un bloc B, deux blocs D et un bloc G.
- Il faut un bloc A, un bloc D et un bloc E.

Géométrie A-9

- Il faut un bloc A, un bloc D et deux blocs E.
- Il faut deux blocs A et deux blocs F.
- Il faut deux blocs A, un bloc D et un bloc E.
- Il faut un bloc B, un bloc D, deux blocs E et un bloc G.

Géométrie A-10

- (a) et (b).
- Les deux figures le permettent.
- Avec la figure (a) seulement.
- Avec la figure (a) seulement.

Géométrie A-11

- La bande n'a plus qu'une seule surface.

Géométrie A-12

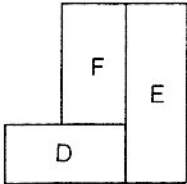
1. a) —
d) —
2. a) Côté droit.
d) —
3. a) Dessus.
d) Face.
- b) —
e) Face.
- b) —
e) —
- b) Côté droit.
e) —
- c) Côté droit.
f) Dessus.
- c) Face.
f) Dessus.
- c) —
f) —

Géométrie A-13

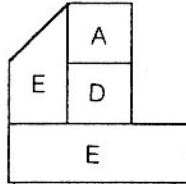
1. a, b et c.
2. b, c et f.
3. c, d et f.
4. a, c, d et f.

Géométrie A-14

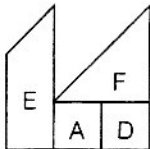
1. Vue de face:



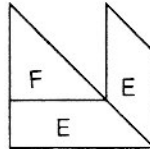
2. Vue du côté droit:



3. Il faut 2 blocs E, un bloc A, un bloc D et un bloc F. L'une des positions possibles:



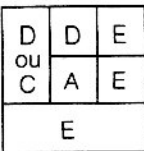
Vue du côté gauche



Vue du côté droit

Aussi possible avec 3 blocs D, un bloc E et un bloc F.

4. Vue du dessus:



Géométrie, bloc B

Géométrie B-16

L'ordre correct est 3, 8, 10, 5, 2, 6, 11, 1, 9, 7, 4 et 12.

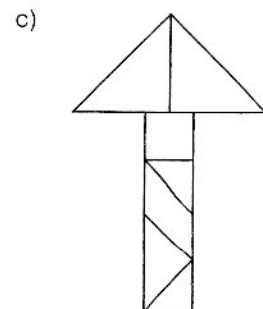
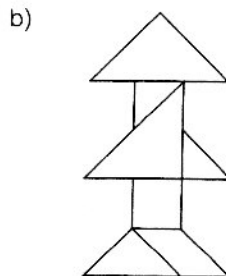
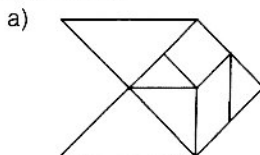
Géométrie B-17

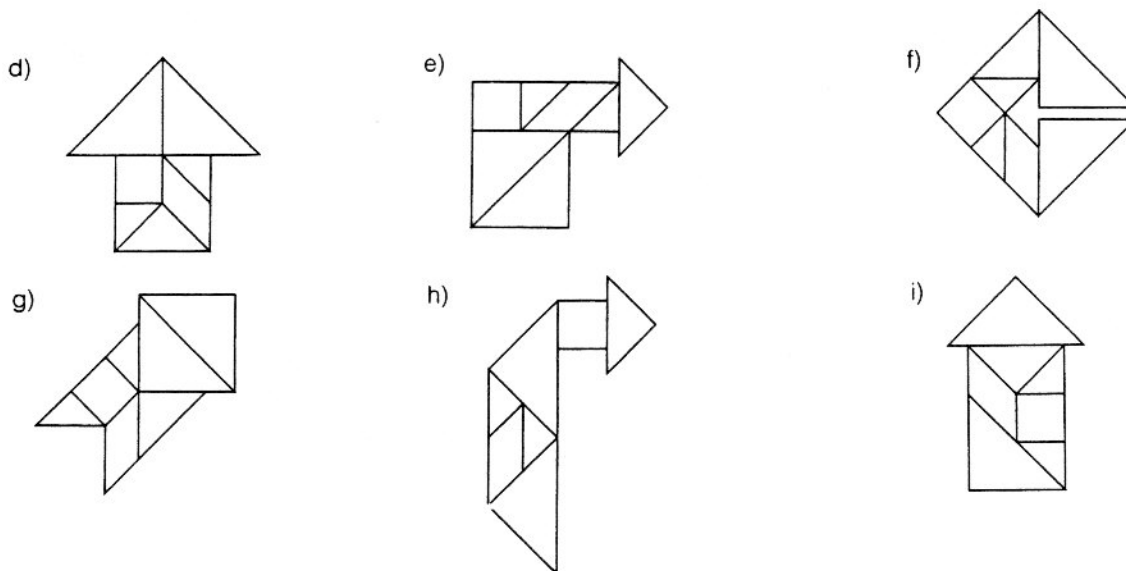
3. La soucoupe recule et les fenêtres de la fusée ont été inversées.

Géométrie B-18

1. b) Au point (7,7) si l'on considère que le haut de la pente est à (9,9).
2. Le nez de l'avion sera à (3,7). La pointe arrière du sous-marin sera à (-3,-5).

Géométrie B-19





Géométrie B-20

- Il manque la bague à l'index.
 - La bulle fait parler le reflet au lieu de faire parler la reine.
 - La bouche est fermée.
- Il manque un arbre à droite.
 - La cheminée est du mauvais côté.

- 2
 - 2
 - 1
 - 1
- 1
 - 0
 - 1
 - 2

S'il n'y a qu'une symétrie, l'axe est vertical. S'il y en a deux, il y a un axe vertical et un axe horizontal.

Géométrie B-23

- 1 h
30°
 - 7 h
210°
 - 5 h
150°
 - 10 h
300°
- 120°
 - 90°
 - 60°
 - 270°
 - 10°
- 4 h
 - $2\frac{1}{2}$ h
 - $7\frac{1}{3}$ h
 - $1\frac{1}{3}$ h
 - $3\frac{1}{3}$ h
 - $10\frac{1}{3}$ h

Note: Heure exacte; l'heure juste la plus proche est acceptable.

Géométrie B-24

- Somme: 180°.
 - La somme sera toujours de 180°.

Nom	Côtés	Un angle	Somme
Triangle équilatéral	3	60°	180°
Carré	4	90°	360°
Pentagone régulier	5	108°	540°
Hexagone régulier	6	120°	720°
Heptagone régulier	7	$128\frac{4}{7}^\circ$	900°
Octogone	8	135°	1 080°

La somme des angles intérieurs des polygones non réguliers est la même que celle des polygones réguliers.

Côtés	Un angle	Somme
9	140°	1 260°
10	144°	1 440°
100	176,4°	17 640°
n	$\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$	$(n-2) \times 180^\circ$

Géométrie B-25

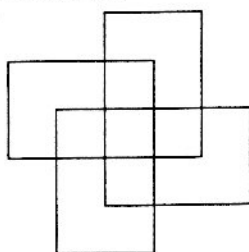
- À partir des angles et des numéros des cercles qui sont des mesures de la distance à partir du centre.
- $(10^\circ, 5)$: Ange rose
 $(70^\circ, 6, 5)$: Ange bleu
 $(215^\circ, 8)$: Ange gris
 $(335^\circ, 7, 5)$: Ange noir
 $(50^\circ, 4)$: Ange rouge
 $(140^\circ, 6)$: Ange jaune
 $(330^\circ, 4)$: Ange vert
- a) Environ 1 000 km
 b) Environ 1 350 km
- a) République Dominicaine.
 b) États-Unis.
 c) Cuba.
 d) Dans l'océan Atlantique.
- $(45^\circ, 11)$

Géométrie B-27

- Joe a tiré la première balle (b) et Jack a tiré la seconde (a), car une des brisures de (a) s'arrête sur une des brisures de (b) qui devait donc exister avant.
- C: Averell; E: Jack; B: William; D: Joe; A: Lucky Luke.

Géométrie B-29

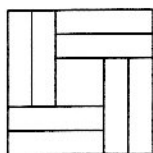
1. a)



POUR SPIRO 2 3 4
 RÉPÈTE 4 [DR 90
 AV 2
 DR 90
 AV 3
 DR 90
 AV 4]

FIN

c)

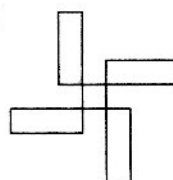


POUR SPIRO 4 1 4 5 2
 RÉPÈTE 4 [DR 90
 AV 4
 DR 90
 AV 1
 DR 90
 AV 4
 DR 90
 AV 5
 DR 90
 AV 2]

FIN

2. a) 4 2 6

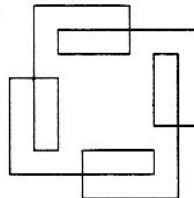
b)



POUR SPIRO 1 5 3
 RÉPÈTE 4 [DR 90
 AV 1
 DR 90
 AV 5
 DR 90
 AV 3]

FIN

d)



POUR SPIRO 2 3 1 6 4
 RÉPÈTE 4 [DR 90
 AV 2
 DR 90
 AV 3
 DR 90
 AV 1
 DR 90
 AV 6
 DR 90
 AV 4]

FIN

b) 4 1 2

c) 4 2 2

3. b) POUR SPIRO : A : B : C : D : E

RÉPÈTE 4 [DR 90

AV : A

DR 90

AV : B

DR 90

AV : C

DR 90

AV : D

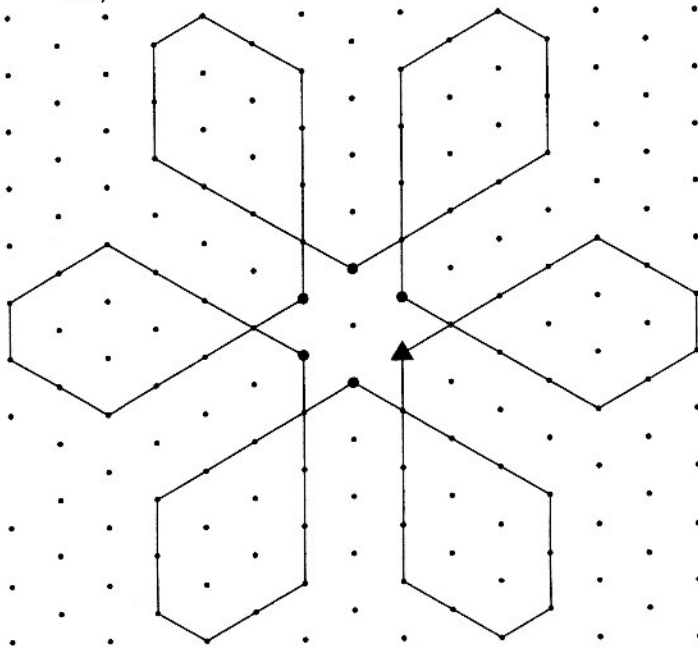
DR 90

AV : E]

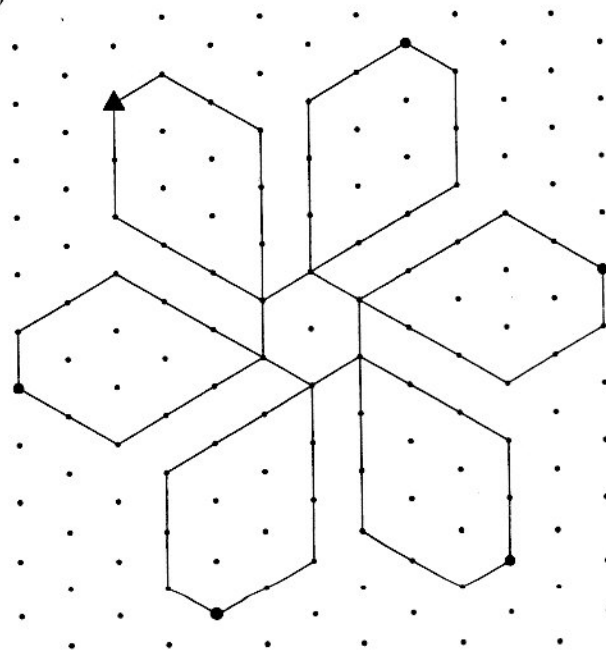
FIN

Géométrie B-30

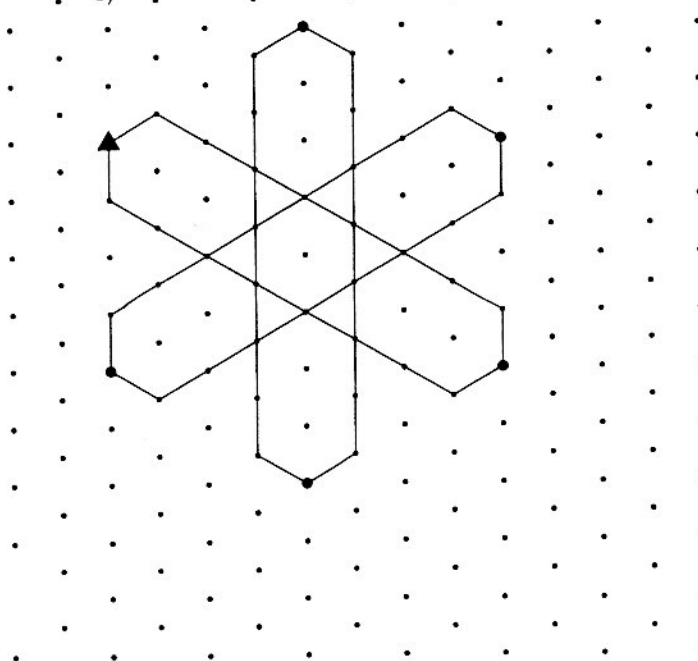
1. a)



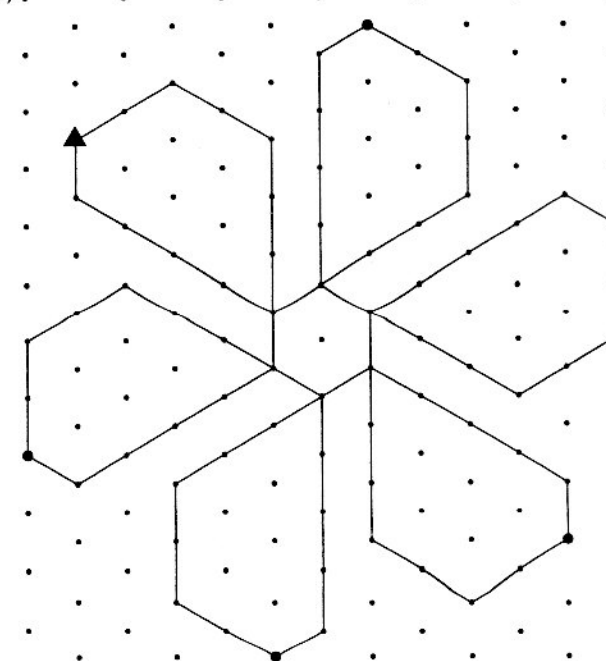
b)



c)



d)



2. a) Si la séquence de nombres est symétrique.
b) Les SPIROS étoilés sont symétriques. De plus, le premier nombre est plus grand que la somme des deux suivants.
Voir le SPIRO du point 1 a.
3. Voir *Guide d'enseignement et d'activités*, problème 12.


Géométrie B-31

1. Les yeux sont horizontaux. L'oeil droit devient un oeil gauche dans le miroir. La symétrie est donc par rapport à un axe vertical. Il faudrait être debout sur un miroir pour obtenir une symétrie par rapport à un axe horizontal. On se verrait alors la tête en bas! Dans ce cas, la gauche et la droite seraient également inversées.
2. 1 axe; 5 axes; 1 axe; 4 axes;
1 axe; non symétrique; 1 axe; 4 axes.

Géométrie B-34

1. Carré: RÉPÈTE 4 [AV N DR 90]
Octogone: RÉPÈTE 8 [AV N DR 45]
Dans les deux cas, N doit être un nombre. Sinon, il faut écrire, par exemple: RÉPÈTE 4 [AV :N DR 90] ce qui est la formule pour n'importe quel carré.

Géométrie B-35

2. a)  b)  c)  d) 

3. a) 20 30 10
b) POUR SPIRO 1 2 3
RÉPÈTE 4 [DR 90
AV 1
DR 90
AV 2
DR 90
AV 3]

FIN

Commandes identiques pour les autres SPIROS en changeant 1 2 3 pour 3 1 3, 5 1 1, 3 2 4, 2 2 2, 2 5 2 et 4 1 3.

4. Un SPIRO est symétrique si les nombres de son code sont disposés de façon symétrique. Ex.: 2 5 2.

Géométrie B-36

Il existe une relation entre le fait qu'un SPIRO se boucle et les variables suivantes:

- nombre de répétitions (r);
- nombre d'entrées (e);
- angle des virages (a).

Pour boucler, il faut que $a \times r \times e$ soit un multiple de 360 degrés.

Cette égalité ne garantit cependant pas que tel SPIRO va boucler. Voir les cas de SPIROS infinis au problème 12. C'est donc une condition nécessaire, mais non suffisante.

Géométrie, bloc C

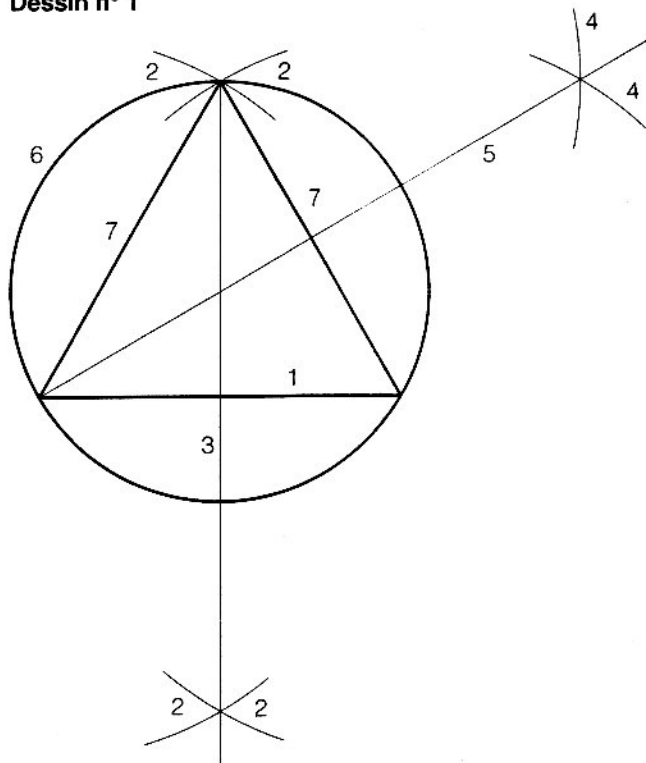
Géométrie C-39

Épreuve n° 1

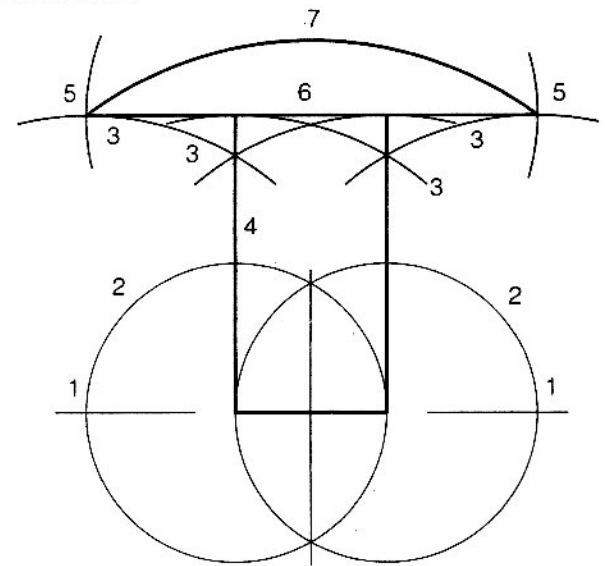
1. Le segment (a) est le plus long.
2. Les segments (a) et (d).
3. Il y a un nombre infini de points c qui s'ajoutent à ce qui est demandé. Ils sont placés sur une circonférence centrée en a et de rayon b. Cette découverte est essentielle à la poursuite des activités de ce bloc.

Géométrie C-43

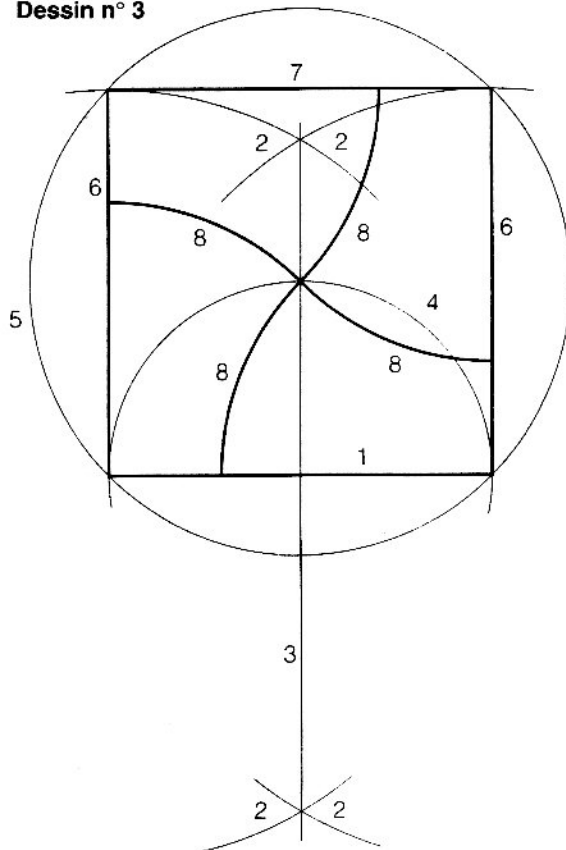
Dessin n° 1



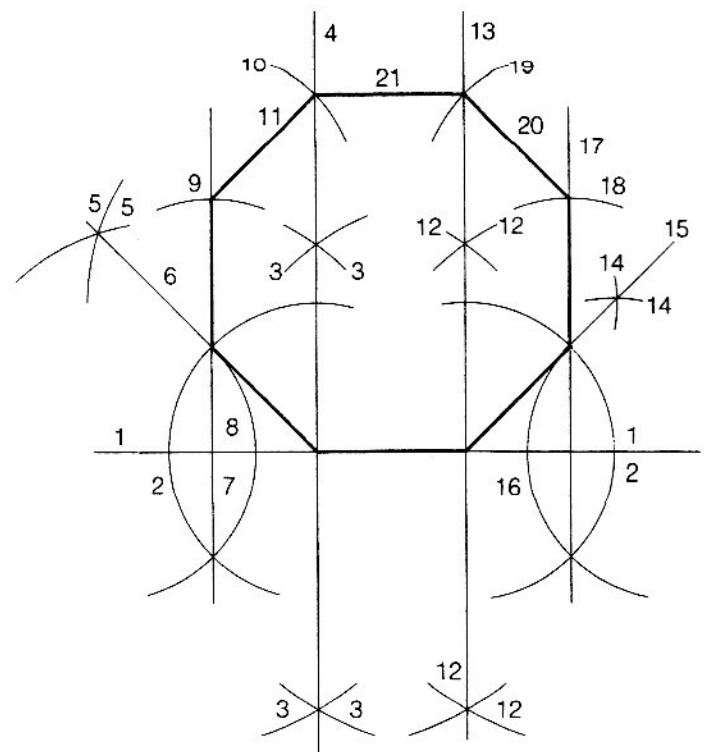
Dessin n° 2



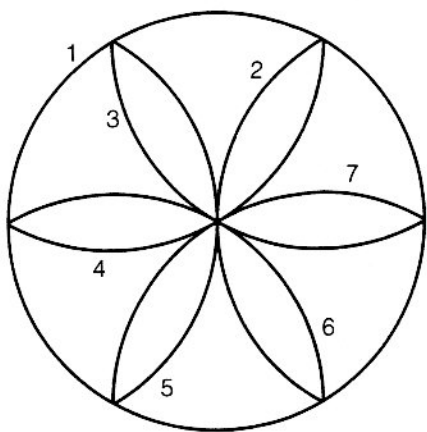
Dessin n° 3



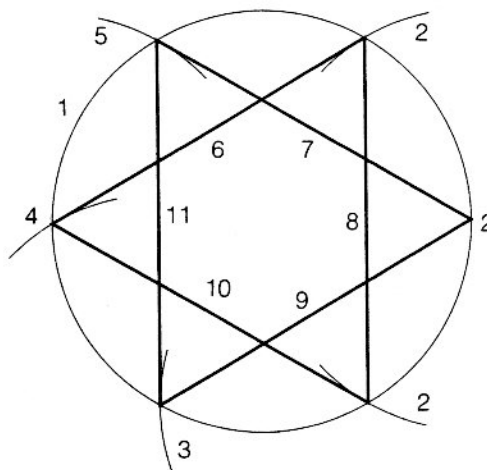
Dessin n° 4



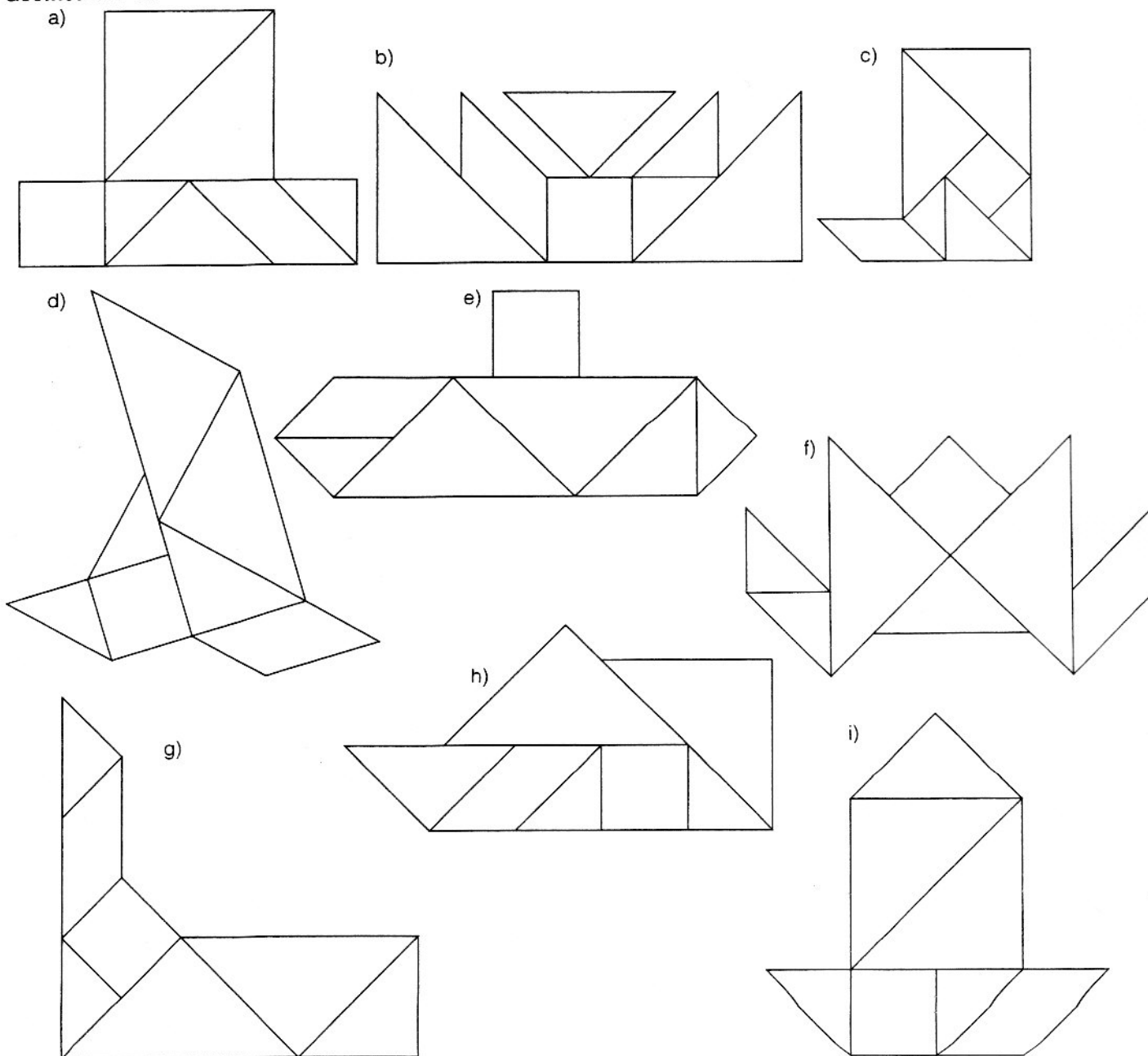
Dessin n° 5



Dessin n° 6



Géométrie C-45



Géométrie C-47

1. a) $\frac{1}{2}$ b) 30°
2. a) 33° environ. b) $\frac{2}{3}$
- c) 3 marches. (**Note:** L'escalier du numéro précédent compte 2 marches.)
3. a) Dessin d'une droite s'élevant de 3 espaces lorsqu'elle se tasse de 4 espaces. Fractions équivalentes à $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$, ...
- b) Oui. C'est une manifestation analogique du concept de fractions équivalentes.

Géométrie C-48

1. a) ① $\frac{1}{3}$ et 18° . ② $\frac{1}{4}$ et 13° .
- ③ $\frac{2}{5}$ et 21° . ④ $\frac{4}{3}$ et 53° .
- b) ⑤ 67° et $\frac{7}{3}$. ⑥ 17° et $\frac{4}{13}$.
- ⑦ 45° et 1. ⑧ 90° et infinie.

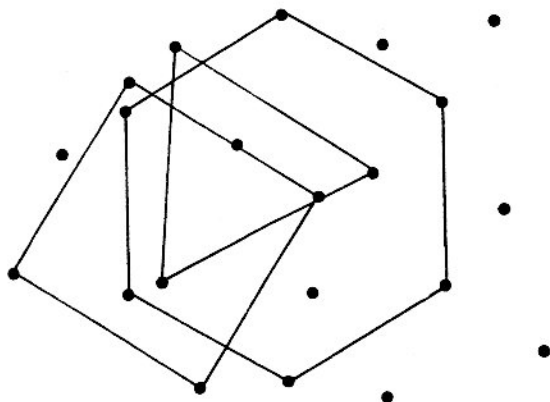
2.	a)	b)	c)	d)
Inclinaison	56°	18°	31°	72°
Pente	—	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{1}$
Marche	—	—	—	—
Contremarche	27 cm	—	—	—

Géométrie C-50

2. Un pentagone.

Géométrie C-51

1. a) Q et N — A
- b) C, D, M, P, T, S, H et G.
- c) F.
- d) H, R, V, O, M, L, E et A.
- 2.



Géométrie C-53

1. Il suffit de tracer deux cordes (segment unissant deux points de l'arc de cercle) et d'élever deux perpendiculaires en leur centre. Le point de rencontre des perpendiculaires est le centre du cercle.

Géométrie C-54

1. a) $\frac{3}{5}$ b) $(-3,2)$
c) $\frac{1}{3}$ d) F $(-11,1)$; G $(13,5)$.
2. ① $\frac{3}{2}$; ② $\frac{2}{7}$; ③ $\frac{2}{3}$ ou mieux encore $-\frac{2}{3}$; ④ $\frac{b-d}{a-c}$.

Géométrie C-55

Malgré ce qu'on en dit, rien ne prouve qu'une telle pyramide ait l'effet décrit ici. Un mythe, probablement.

Solutions Jeu-questionnaire

Calcul rapide, calcul mental 1

1. a) Il y a 12 dizaines. b) Il y a 14 centaines.
c) Il n'y a que 3 unités de mille. d) Il n'y a que 8 unités de mille.

Calcul rapide, calcul mental 2

1. a) Il manque des dizaines. b) Il y a assez de centaines.
c) Il manque une centaine d) Il manque des unités de mille.
(à cause des dizaines).
2. 8 dizaines de mille – 6 unités de mille = 74 000

Calcul rapide, calcul mental 3

1. a) 2 dizaines b) 3 centaines
c) 5 unités de mille d) 4 unités de mille
e) 27 360 f) 489 100
g) 4 520 000
2. a) 160 b) 14 000 c) 21 800
d) 0,50 \$ e) 5 \$ f) 4 725 \$
g) $\frac{10}{2}$ h) $\frac{100}{4}$ i) 300 cinquièmes
3. En numération positionnelle, toute unité multipliée par 10, 100 ou 1 000 se retrouve dans une, deux ou trois colonnes plus à gauche à cause des règles d'échange d'une colonne à l'autre qui sont exactement obtenues de 10 en 10. Évitez les trucs qui ne font que mettre les élèves en difficulté (comme «ajouter 0 quand on multiplie par 10» qui ne tient pas avec les nombres à virgule).

Calcul rapide, calcul mental 4

1. a) 65 b) 19 c) $5\frac{1}{5}$

2. Les neuf nombres partent d'un nombre de départ, disons n .

1^e: n

2^e: $n + 4$

3^e: $n + 4 + 4$

4^e: $n + 4 + 4 + 4$

5^e: $n + 4 + 4 + 4 + 4$

6^e: $n + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$

7^e: $n + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$

8^e: $n + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$

9^e: $n + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$

La somme des 9 nombres est $9n + 36 \times 4$ soit $9n + 144$. Ce nombre se divise bien par 9 (car chaque terme de la somme est un multiple de 9; voir la fiche Numération et opérations A-9 dans le même sens) et

$\frac{9n + 144}{9} = n + 16$, ce qui est le 5^e terme.

9

Pour visualiser cela, prenez les 9 termes écrits comme précédemment. Avant de faire la somme, enlevez un «+4» du 6^e terme et mettez-le au 4^e (ce qui leur en donne chacun quatre).

Faites de même avec deux «+4» du 7^e terme que vous transférez au 3^e et poursuivez le manège de sorte qu'après ces changements, tous les termes seront égaux à $n + 4 + 4 + 4 + 4$ soit le 5^e terme de la série.

Calcul rapide, calcul mental 5

1. a) 7×2 centaines = 14 centaines
b) 7×4 dizaines = 2 centaines + 8 dizaines

2. Plusieurs solutions acceptables dont :

- a) $32 \times 15 = 32 \times 5 \times 3 = 160 \times 3 = 480$
- b) $105 \times 7 \times 2 = 735 \times 2 = 1470$
- c) $43 \times 18 = 43 \times 6 \times 3 = 258 \times 3 = 774$
- d) $24 \times 22 = 3 \times 8 \times 22 = 3 \times 176 = 528$

Calcul rapide, calcul mental 6

- 1. 1) $5\,000 = 4\,999 + 1$
- 2) $6\,998 = 7\,000 - 2$
- 3) $-795 = -800 + 5$
- 4) $a \times 25 = \frac{100a}{4}$ (100a est facile)

- 5) $a \times 9 = 10a - 1a$ (10a est facile)
- 6) $a \times 19 = 20a - 1a$ ($20a = 10a \times 2$)
- 7) $a \times 29 = 30a - 1a$ ($30a = 10a \times 3$)
- 8) a) $a \div 72 = a \div 4 \div 18$
b) $n \div 18 = n \div 9 \div 2$

2. Il y a souvent d'autres façons...

- a) $17\,648 - 7\,000 + 3$
- c) $9\,999 - 7\,532 + 1$
ou $9\,999 - 7\,531$
- e) $\frac{21 \times 1\,000}{4}$
- g) $212 \times 100 - 212$
- i) $720 \div 5 \div 3 = 144 \div 3$
- k) $\frac{100 \times 79}{4}$

- b) $4\,600 + 9\,254 - 4$
- d) $\frac{78 \times 100}{4}$
- f) $7 \times 7 \times 34$
- h) $10\,000 \times 27 - 54$
- j) $8\,999 - 3\,785 + 1$
- l) $12\,972 \div 12 \div 4 = 1\,081 \div 4$

Arithmétique 1

- 1. a) (+11) 36 (+13) 49 (+15) 64 (+17) 81 (+19) 100
b) Oui, il ajoute le +1 qui manque dans la suite des différences (nous avons alors toute la suite des impairs).
- 2. Les nombres triangulaires sont: {1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55,...}
Les différences donnent la suite des nombres naturels {1, 2, 3,...} si l'on prend soin d'ajouter le zéro à la famille.
Même si elle n'est pas constituée des nombres qu'on dit hexagonaux, la dernière suite est très élégante par sa forme.
Voici les premiers nombres de cette suite: {1, 7, 19, 37, 61, 91, 127,...}
Les différences d'un terme à l'autre sont 6, 12, 18, 24, et autres multiples de 6.
Le zéro briserait cette harmonie (différence de 1 avec le suivant) ce qui fait qu'il n'appartient pas à la famille.

Arithmétique 2

- 1. Un nombre pair.
- 2. Un nombre impair.
- 3. Un nombre impair.
- 4. Par exemple: \dots (6 composé) $\dots\dots\dots$ (7 premier)
Composés: 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 49, 50.
Premiers: 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47.
- 5. a) Premier. b) Composé (3×17).
c) Premier. d) Composé (10×100).
e) Composé (9×9).

Arithmétique 3

- 1. a) $1 \times 24, 2 \times 12, 3 \times 8$ et 4×6 (8 facteurs)
b) $1 \times 81, 3 \times 27$ et 9×9 (5 facteurs)
c) 1×71 (2 facteurs)
d) $1 \times 64, 2 \times 32, 4 \times 16, 8 \times 8$ (7 facteurs)
e) $1 \times 72, 2 \times 36, 3 \times 24, 4 \times 18, 6 \times 12, 8 \times 9$ (12 facteurs)
- 2. a) 2 b) 84 c) 9 d) 25

Arithmétique 4

- a) N'importe quel chiffre.
- b) Aucun.
- c) N'importe quel chiffre.
- d) Aucun.

Arithmétique 5

1. a) N'importe quel chiffre.
b) 0, 2, 4, 6 et 8.
c) Aucun.
d) Zéro seulement. Le nombre 12,2 par exemple, n'est ni pair ni impair.
2. C'est un nombre entier ayant un zéro ou un cinq à la position des unités.
On ne peut se satisfaire de dire que c'est un nombre se terminant par 0 ou 5 car 12,5 n'est pas un multiple de 5.

Arithmétique 6

1. Si c'est un entier dont les chiffres formant la tranche des dizaines et des unités sont un multiple de 4.
2. a) Chaque terme de la somme est un multiple de 9 sauf peut-être la somme qui implique en valeurs-unités les chiffres qui composent le nombre. C'est cette valeur qui doit être elle aussi divisible par 9 pour que le nombre complet le soit lui aussi.
b) Comme en (a) sauf que la somme des chiffres doit être multiple de 3. Un multiple de 9 est forcément un multiple de 3.

Arithmétique 7

1. a) Quotient.
c) Produit.
e) Somme.
b) Somme.
d) Somme.
f) Quotient.
2. a) 11 et 7
c) 16 et 8
e) - 10 et 10
b) 2 et 27
d) 11 et 12

Arithmétique 8

1. a) 700
c) 52 000
b) 16 800
d) 7 500 (par convention)
2. a) 59 000
c) 0
b) 73 000
d) 17 000
3. a) 3
c) 21
b) 3
d) 4 258

Arithmétique 9

1. 6 n'est pas premier
2. Les arbres mènent aux décompositions suivantes:
a) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
b) $2 \times 2 \times 3 \times 23$
c) $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 79$
d) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 11 \times 101$
e) $3 \times 7 \times 7 \times 19 \times 41$
3. Pour un calcul à 15 %:
a) 6,75 \$
c) 18 \$
b) 10,80 \$
d) 35,25 \$
4. Pour une taxe de 7 %:
7 % de 1 \$: 0,07 \$
7 % de 10 \$: 0,70 \$
7 % de 100 \$: 7,00 \$

Géométrie 1

Les réponses peuvent varier.

Géométrie 2

1. a) Oui.
d) Oui.
b) Oui.
e) Non.
c) Non.
f) Oui.

2.		Faces	Sommets	Arêtes
	Fig.3	11	16	24
	a)	7	7	12
	b)	10	16	24
	c)	2	0	1
	d)	9	15	22
	e)	3	0	2
	f)	6	7	11

3. a) Faux; la sphère n'en a qu'une.
 b) Faux; un cône n'a qu'une seule arête (qui ne passe même pas par le sommet!).
 c) Un polyèdre comme celui de la figure 3 ne respecte pas cette loi. Les polyèdres ayant de telles cavités ne vérifient pas la formule $F + S - A = 2$ (polyèdres non-eulériens). Il en est de même des figures c et e.

Géométrie 3

1. a) Non. b) Oui. c) Non. d) Oui.
 e) Non. f) Oui. g) Oui. h) Oui.
2. Deux triangles: d, h. Dodécagone: n.
 Deux pentagones: b, m. Heptagone: g.
 Deux hexagones: c, l. Ennéagone: k.
 Deux octogones: a, i. Hendécagone: f.
 Décagone: j.

Géométrie 4

1. Concaves: b, c, d, e, g.
 Convexes: a, f, h.
2. Quatre, incluant la figure 3.

Géométrie 5

1. a) Oui. b) Non. c) Non.
 d) Non. e) Oui. f) Non.
2. a) Non. b) Oui. c) Oui.
 d) Non. e) Oui.
3. a) Oui, un carré, par exemple.
 b) Non.

Géométrie 6

1. a) Non. b) Oui. c) Oui.
 d) Non. e) Oui.
2. a) Oui. b) Non. c) Oui.
 d) Non. e) Oui. f) Oui.
3. a) Trapèze: quadrilatère ayant *au moins* 2 côtés parallèles.
 Losange: quadrilatère dont tous les côtés sont égaux.
 b) Oui, c'est le cas du carré.
 c) • Vrai
 • Faux. C'est l'inverse qui est vrai.

Géométrie 7

1. Oui  2. Non.

Géométrie 8

1. Environ 48 mm.
2. Le mouvement de la Terre sur elle-même, le tourne-disque, une balançoire,...
3. C'est le pli du cahier.
4. Les réponses peuvent varier.
 a) Rotation et symétrie (au moins).
 b) Rotation et translation (au moins).
 c) Symétrie et translation (au moins).
 d) Symétrie et rotation (au moins) ou symétrie et translation (au moins).

Géométrie 9

1. Les rayons.
2. Environ 8 m. À l'échelle, probablement au moins 5 mètres.
3. $360^\circ + 120^\circ = 480^\circ$

Géométrie 10

1. A et D.
2. D et A.
3. cf ou cg.
4. E ou F.
5. bc.

Géométrie 11

Simple: ne comporte aucun croisement.

Fermé: ne comporte aucun sommet constituant une extrémité.

Les autres termes en sont les contraires logiques.

Mesure 1

1. Aire latérales: 36 cm^2 .
Aire totale: 54 cm^2 .
2. Arrière: 12 cm.
Gauche: 12 cm.
3. Peut varier.

Mesure 2

1. 1 000.
2. 3 000.
3. a) Grammes. b) Millilitres c) Mètres carrés.
d) Kilogrammes ou grammes. e) Millilitres ou grammes. f) Millilitres.
4. Entre 600 et 1 000 environ.

Mesure 3

1. a) 12 000 b) 2 500 c) 4 000
d) 112 000 e) $\frac{1}{4}$ f) 127 000
2. a) 17 092 b) 17 100
c) 13 725 d) 10 011 110

Annexe: Planification

AUX ENSEIGNANTES ET ENSEIGNANTS DE SIXIÈME ANNÉE

Voici un outil de planification à l'intention des enseignantes et des enseignants qui utilisent *Défi Mathématique 6*.

Ce carnet de bord propose une répartition des unités sur quatre étapes, offrant du même coup une vue d'ensemble du travail de l'année.

Les activités présentées dans les sections « *Coup de pouce* » et « *Super as* » ne figurent pas à la répartition du temps proposé. Ce sont respectivement des activités de renforcement et d'enrichissement qui s'adressent à l'élève qui doit revoir un sujet ou qui désire pousser plus loin ses recherches.

Les intentions du carnet de bord sont:

- fournir une planification hebdomadaire type conforme au temps d'enseignement prévu;
- favoriser le déroulement parallèle et spiralé préconisé dans *Défi Mathématique*.

Si vous en êtes à votre première année avec *Défi Mathématique 6*, il faudra probablement plus de temps que prévu. Il faut éviter de négliger systématiquement l'une ou l'autre des unités. Il est préférable (et nullement dommageable) de laisser les derniers blocs de chaque unité inachevés à la fin de l'année.

Les problèmes et les fiches de l'élève marqués d'un astérisque (*) peuvent être amorcés en classe et achevés en travail libre ou être donnés en tout ou en partie en devoir.

Michel et Robert Lyons

ÉTAPE 1

Unités d'enseignement				
Répartition	Logique	Numération et opérations	Fractions	Géométrie
Semaines				Méti-méio
1 et 2	Portrait de ma classe: guide , pages 33 à 38 Je sais déjà: manuel de l'élève , pages P-1 à P-5			
3	Guide , problème 1 Manuel de l'élève , A-1	Guide , problème 1 Manuel de l'élève , A-1 à A-4	Guide , problèmes 1 à 3 Manuel de l'élève , A-1	Guide , problème 1 Manuel de l'élève , A-1 et A-2
4	Manuel de l'élève , A-2	Manuel de l'élève , A-5 et A-6	Guide , problèmes 4 et 5 Manuel de l'élève , A-2 à A-4	Guide , problème 2 Manuel de l'élève , A-3*
5	Manuel de l'élève , A-3 et A-4*	Guide , problèmes 2 et 3 Manuel de l'élève , A-7	Guide , problème 6 Manuel de l'élève , A-5 et A-6 (début)	Guide , problème 3
6	Guide , problème 2 Manuel de l'élève , A-5 et A-6	Guide , problème 4 (début) Manuel de l'élève , A-8 (début)	Guide , problèmes 6 (fin) et 7 Manuel de l'élève , A-5 et A-6 (fin)	Manuel de l'élève , A-4, A-5 et A-6*
7	Manuel de l'élève , A-7* et A-8*	Guide , problèmes 4 et 5 Manuel de l'élève , A-8 (fin) Guide , page 47, 1 ^{er} concours Défi	Guide , problème 8 Manuel de l'élève , A-7 (début)	Guide , problèmes 4, 5 et 6 (début) Manuel de l'élève , A-10*
8	Manuel de l'élève , A-9 et A-10	Guide , problème 6 Manuel de l'élève , A-9, A-10* et A-11 (début)	Manuel de l'élève , A-7 et A-8	Guide , problème 6 (fin) Manuel de l'élève , A-7 et A-8
9	Examen	Manuel de l'élève , A-11 (fin) et A-12* Examen	Examen	Manuel de l'élève , A-9 et A-11 Examen
Temps approximatif	45 minutes	60 minutes	90 minutes	45 minutes

45 minutes

* Travail libre ou devoir.

ÉTAPE 2

Répartition	Unités d'enseignement				
	Semaines	Logique	Numeration et opérations	Fractions	Géométrie
					Méti-mélo
10		Guide, problème 3 Manuel de l'élève, B-18 à B-22	Guide, problème 7 Manuel de l'élève, B-16 Guide, page 48, 1 ^{re} épreuve de calcul mental 2 ^e concours Défi	Guide, problèmes 9 et 10 Manuel de l'élève, B-15 et B-16	Guide, problèmes 7 et 8 Manuel de l'élève, B-15 et B-16 *
11		Correction des fiches B-18 à B-22	Manuel de l'élève, B-17 et B-18 (début) Banque de problèmes (B-32 à B-37), 2 numéros *	Guide, problèmes 11, 12 et 13 Manuel de l'élève, B-17	Manuel de l'élève, B-17
12		Manuel de l'élève, B-23 (à deux) Jeu	Manuel de l'élève, B-18 (fin) Guide, page 48 2 ^e épreuve de calcul mental Banque, 2 numéros et correction de ceux de la semaine 11	Guide, problème 14 Manuel de l'élève, B-18	Manuel de l'élève, B-18
13		Lecture personnelle et résolution des problèmes d'ouverture Manuel de l'élève, B-24 et B-25 Jeu	Guide, problème 8 Manuel de l'élève, B-19 3 ^e concours Défi Banque, 2 numéros et retour	Manuel de l'élève, B-19 et B-20 (début) Banque (B-37 à B-40), 1 numéro *	Manuel de l'élève, B-19* et B-20
14		Suite des lectures sur les ouvertures Manuel de l'élève, B-26 et B-27 Jeu	Manuel de l'élève, B-20 et B-21 Banque, 2 numéros et retour 3 ^e épreuve de calcul mental	Manuel de l'élève, B-20 (fin)	Manuel de l'élève, B-21
15		Manuel de l'élève, B-28 (lecture) et B-29 et B-30 (à deux) Jeu	Manuel de l'élève, B-22 ou B-23 Banque, 2 numéros et retour	Manuel de l'élève, B-21 et B-22 Banque, 1 numéro et retour	Guide, problèmes 9 et 10 Manuel de l'élève, B-22
16		Manuel de l'élève, B-31 (lecture), B-32 et B-33 Jeu	Manuel de l'élève, B-24 et B-25 4 ^e épreuve de calcul mental 4 ^e concours Défi Banque, 2 numéros et retour	Récupération de temps Banque, 1 numéro et retour	Manuel de l'élève, B-23 et B-24 *
Temps approximatif		45 minutes	60 minutes	90 minutes	45 minutes
					45 minutes

* Travail libre ou devoir.

ÉTAPE 2 (suite)

Répartition		Unités d'enseignement				
Semaines	Logique	Numération et opérations	Fractions	Géométrie	Mélli-mélio	
17	Manuel de l'élève, B-34 à B-36 (à deux) Jeu	Récupération de temps Banque, 2 numéros et retour	Récupération de temps Banque, 1 numéro et retour	Manuel de l'élève, B-25 et B-26	Problème 17* Jeu-questionnaire	
18	Le bloc B peut se prolonger jusqu'en juin si l'on préfère Examen	5 ^e épreuve de calcul mental Examen	Banque, 1 numéro et retour Examen	Manuel de l'élève, B-27* Examen	Problème 18 Examen	
Temps approximatif	45 minutes	60 minutes	90 minutes	45 minutes	45 minutes	

* Travail libre ou devolr.

ÉTAPE 3

Unités d'enseignement					
Répartition	Logique	Numération et opérations	Fractions	Géométrie	Méli-mélo
Semaines					
19	Guide , problème 4 (début) Manuel de l'élève , C-51 à C-54 (lecture individuelle)	Manuel de l'élève , B-26 5 ^e concours Défi Banque, 2 numéros* et retour	Bloc B, Guide , problème 15 Manuel de l'élève , B-23 et B-24 Banque, 2 numéros* et retour	Guide , problème 11 Manuel de l'élève , B-28 et B-29	Problème 19
20	Guide , problème 4 (fin) Manuel de l'élève , C-51 à C-54 (retour collectif)	Manuel de l'élève , B-27 6 ^e épreuve de calcul mental Banque, 2 numéros* et retour	Bloc C, Guide , problèmes 19, 20 et 21 Manuel de l'élève , C-46 et C-47	Guide , problème 12 Manuel de l'élève , B-30	Problème 21* Jeu-questionnaire
21	Guide , problème 5 Manuel de l'élève , C-55	Manuel de l'élève , B-28 Banque, 2 numéros* et retour	Bloc B, Manuel de l'élève , B-25 et B-26 Banque, 2 numéros* et retour	Manuel de l'élève , B-30	Problème 20
22	Tours de bourse (en équipe) Manuel de l'élève , C-56	Guide , problème 9 Manuel de l'élève , B-29 7 ^e épreuve de calcul mental Banque, 2 numéros* et retour	Bloc C, Guide , problème 22 Manuel de l'élève , C-48 et C-49 Banque, C-61 et suivantes, 2 problèmes* et retour	Bloc C, Guide , problème 13 et 14 Manuel de l'élève , C-38 et C-39	Problème 22
23	Manuel de l'élève , C-57-C-58	Récupération de temps Banque, 2 numéros* et retour	Bloc C, Guide , problèmes 23 à 25 Banque, 2 numéros* et retour	Manuel de l'élève , C-40	Problème 23* Jeu-questionnaire
24	Manuel de l'élève , C-59, C-60 et C-61*	Guide , problème 10 8 ^e épreuve de calcul mental Banque, 2 numéros* et retour	Bloc C, Guide , problèmes 26 et 27 Manuel de l'élève , C-50 Banque, 2 numéros* et retour	Manuel de l'élève , C-41 et C-45 N.B. C-45 est une recherche personnelle qui peut s'étendre sur quelques semaines.	Problème 24
25	Guide , problème 6 Manuel de l'élève , C-62*	Manuel de l'élève , B-30 7 ^e concours Défi Banque, 2 numéros* et retour	Bloc B, Manuel de l'élève , B-26 et B-27 Banque, 2 numéros* et retour	Manuel de l'élève , C-42 et C-45	Problème 25
26	Manuel de l'élève , C-63 et C-64*	Manuel de l'élève , B-31 9 ^e épreuve de calcul mental Banque, 2 numéros* et retour	Bloc C, Manuel de l'élève , C-51, C-52 et C-53*	Manuel de l'élève , C-43 à C-45	Problème 26* Jeu-questionnaire
27	Examen	Banque, retour sur les 2 numéros Examen	Banque du bloc C, 2 problèmes Examen	Examen	Problème 27 Examen
Temps approximatif	45 minutes	50 minutes	100 minutes	45 minutes	45 minutes

* Travail libre ou devoir.

ÉTAPE 4

Unités d'enseignement					
Répartition	Logique	Numeration et opérations	Fractions	Géométrie	Méti-mélo
Semaines					
28	Guide, problème 8 Manuel de l'élève, D-69 et D-70*	Guide, problème 11 Manuel de l'élève, C-54 et C-55 Banque, 2 numéros* et retour 10 ^e épreuve de calcul mental	Bloc B, Guide, problème 16 et 17 Manuel de l'élève, B-28, B-29 et B-30* Banque, 2 numéros* et retour	Guide, problème 15 et 16 Manuel de l'élève, C-46	Problème 28
29	Guide, problème 9 Manuel de l'élève, D-71	Guide, problème 12 Manuel de l'élève, C-56 8 ^e concours Défi Banque, 2 numéros* et retour	Bloc C, Guide, problème 28 Manuel de l'élève, C-54, C-55 et C-56* Banque, 2 numéros* et retour	Guide, problème 17 Manuel de l'élève, C-47	Problème 29
30	Manuel de l'élève, D-72	Projets et Manuel de l'élève, C-57 11 ^e épreuve de calcul mental Banque, 2 numéros* et retour	Bloc B, Guide, problème 18 Manuel de l'élève, B-31, B-32 et B-33* Banque, 2 numéros* et retour	Manuel de l'élève, C-48	Problème 30* Jeu-questionnaire
31	Manuel de l'élève, D-73	Projets et Manuel de l'élève, C-58 Banque, 2 numéros* et retour	Bloc C, Guide, problèmes 29 et 30 Manuel de l'élève, C-57* et C-58, Banque, 2 numéros* et retour	Manuel de l'élève, C-49	Problème 31
32	Guide, problème 10 Manuel de l'élève, D-74	Projets 12 ^e épreuve de calcul mental 9 ^e concours Défi Banque, 2 numéros* et retour	Bloc B, Manuel de l'élève, B-34 Banque, 2 numéros* et retour	Manuel de l'élève, C-49 et C-50	Problème 32
33	Manuel de l'élève, D-75	Projets et Manuel de l'élève, C-59 Banque, 2 numéros* et retour	Bloc C, Manuel de l'élève, C-59 et C-60 Banque, 2 numéros* et retour	Manuel de l'élève, C-50	Problème 33* Jeu-questionnaire
34	Examen	10 ^e concours Défi Examen	Examen	Examen	Examen
Temps approximatif	45 minutes	50 minutes	100 minutes	45 minutes	45 minutes

* Travail libre ou devoir.